الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **دورة ماي 2014**

ثانوية العقيد لطفي –بوقدير– **الشعبة :رياضيات + تقني رياضي** **المدة : 04 سا و 30 د**

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

عالج أحد الموضوعين على الخيار

ـــــ الموضوع الأول ـــــ

التمرين الأول :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. لتكن النقط A ; B ; C; D; H التي لواحقها على الترتيب :

$$Z_H = 1 + Z_D \quad ; \quad Z_D = -\frac{1}{a}i \quad ; \quad Z_C = i\,a \quad ; \quad Z_B = 1 + \frac{a-1}{a}i \quad ; \quad Z_A = a$$

حيث a عدد حقيقي موجب تماما و يختلف عن 1

1) أ- تحقق أن : $Z_B - Z_D = \overline{Z_D}\left(Z_A - Z_C\right)$

ب- استنتج أن المستقيمين (AC) وَ (BD) متعامدان.

2) أ- عين الكتابة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول A إلى B وَ يحول C إلى D .

ب- حدد Z_Ω لاحقة المركز Ω للتحويل S ،ثم عين العناصر المميزة الأخرى لهذا التحويل.

جـ - بين أن المثلثين OAC وَ BHD متشابهان ، ثم جد علاقة بين مساحتيهما.

3) لتكن (M_n)متتالية نقط من المستوي معرفة كما يلي : $M_0 = A$ وَ من أجل كل عدد طبيعي n : $M_{n+1} = S\left(M_n\right)$

حيث Z_n لاحقة النقطة M_n ونضع : $U_n = \left|\, Z_n - Z_\Omega \,\right|$ من أجل كل عدد طبيعي n

أ- بين أن (U_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- عين قيم a بحيث تكون (U_n)متتالية متقاربة .

جـ - نرمز بـ T_n إلى مجموع أطوال القطع المستقيمة $[M_{n+1}\Omega]$, $[M_n\Omega]$,..........., $[A\Omega]$

* احسب المجموع T_n بدلالة n .

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق : $Z = a\left(1+e^{i\theta}\right)$ حيث $\theta \in \mathbb{R}$.

* حدد الطبيعة و العناصر المميزة للمجموعة (Γ) لما يمسح العدد θ المجموعة $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني :

I) عين قيم العدد الصحيح m بحيث تقبل المعادلة : $2014\alpha = 475\beta + m$ حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

II) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $2014x - 475y = -19$ .... (1)

1. عين الحل الخاص $(x_0\,;\,y_0)$ للمعادلة (1) الذي يحقق : $y_0 - 4x_0 = 1$

2. حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1).

3. بين أن العددين x وَ y أوليان فيما بينهما باعتبار الثنائية $(x\,;\,y)$ من $\mathbb{N}^2$ حل للمعادلة(1).

4. عين قيم العدد الطبيعي n بحيث : $n \equiv 4[25]$ وَ باقي قسمة n على العدد 106 هو 17 .

5. عين كل الثنائيات $(x\,;\,y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة(1) بحيث يكون العدد $x+y$ مضاعفا للعدد 10.

التمرين الثالث :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط :

نعتبر النقط : $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$ وَ المستوي (P) المعرف بتمثيل وسيطي له

كما يلي : $\begin{cases} x=-3\alpha+\beta \\ y=2\alpha-\beta \quad ; \alpha\in IR \ , \ \beta\in IR \\ z=\alpha+3 \end{cases}$

1. بين أن المثلث ABC قائم .
2. بين أن المستوي (P) عمودي على المستقيم (AB) و يشمل النقطة A .
3. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل A و العمودي على المستقيم (AC).
4. عين تمثيلا وسيطيا لـ (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (P) وَ (Q) .
5. لتكن النقطة $D(0;4;-1)$. بين أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).
6. احسب حجم رباعي الوجوه $ABDC$
7. أ) بين أن $\frac{\pi}{4}$ قيس بالراديان للزاوية الهندسية $B\widehat{D}C$

ب) احسب مساحة المثلث BDC ، ثم استنتج المسافة بين النقطة A و المستوي (BDC).

التمرين الرابع:

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\frac{1}{2}x^2\left(3-\ln x^2\right)+1 \quad ; x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعا مد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. ــــ وحدة الطول $2cm$ ــــ

I) 1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا .
3. ادرس اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α بحيث : $\alpha\geq 0$ وَ $f(\alpha)=0$ ، ثم تحقق أن : $4.6<\alpha<4.7$
5. اكتب معادلة للمستقيم (D) المماس للمنحني عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

II) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=f(x)-2x-\frac{1}{2}$

1. احسب $g'(x)$ وَ $g''(x)$ ثم ادرس اتجاه تغيرات الدالة g' و استنتج إشارتها على المجال $]0;+\infty[$.
2. حدد إتجاه تغيرات الدالة g ، ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D).
3. أنشئ (D) وَ (C_f).

III) 1. من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع : $I_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2\ln x\,dx$

* احسب I_n بدلالة n باستعمال المكاملة بالتجزئة

2. استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المماس (D) و المستقيمين المعرفين بالمعادلتين : $x=\frac{1}{n}$ وَ $x=1$ ، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} A(n)$

ــــ الموضوع الثاني ــــــ

التمرين الأول :

1)عين قيم العددين الحقيقيين x وَ y بحيث : $x^2e^{2iy}+4=0$ وَ $x>0$ ثم تحقق أن العدد المركب $-2i$ يحقق هذه المساواة

2) نرفق بكل عدد مركب Z يختلف عن $-2i$ العدد المركب Z' حيث : $Z'=\dfrac{Z-2i}{Z+2i}$

لتكن النقط $A\ ;B\ ;M\ ;M'$ صور الأعداد المركبة $2i\ ;-2i\ ;Z\ ;Z'$ عل الترتيب في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نضع : $Z=-2i+re^{i\theta}$ حيث $r\in\mathbb{R}_+^*$ وَ $\theta\in\mathbb{R}$.

أ) بين أن : $Z'-1=\dfrac{4}{r}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$.

ب) استنتج مجموعة النقط M التي من أجلها يكون Z' عددا حقيقيا.

جـ) بين أنه إذا كانت M تنتمي إلى الدائرة (C) التي مركزها B و نصف قطرها 2 فإن M' تنتمي إلى دائرة (C') يطلب تحديد عناصرها المميزة .

3) نعتبر الدوران R الذي مركزه النقطة I ذات اللاحقة $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ و زاويته α .

أ) عين القيس الرئيسي للعدد α إذا علمت أن صورة A بالدوران R هي النقطة ذات اللاحقة 1

ب) عين على الرسم النقط : $A\ ;B\ ;I$

جـ) تحقق أن الدائرة (C') صورة دائرة مركزها A بالدوران R ثم ارسم شكلا في نفس المعلم السابق .

التمرين الثاني :

(x_n) وَ (y_n) متتاليتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases}x_0=3\\x_{n+1}=2x_n-1\end{cases}$ وَ $\begin{cases}y_0=1\\y_{n+1}=2y_n+3\end{cases}$

1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $x_n=2^{n+1}+1$

2) احسب كل من : $p\gcd(x_8\ ;x_9)$ وَ $p\gcd(x_{2014}\ ;x_{2013})$. ماذا تستنتج؟

3) بين أن كل حدين متتابعين من حدود المتتالية (x_n) أوليان فيما بينهما.

4) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $2x_n-y_n=5$ ، ثم استنتج عبارة y_n بدلالة n .

ب) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي p بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^p على 5 .

جـ) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $d_n=p\gcd(x_n\ ;y_n)$.

* عين القيم الممكنة للعدد d_n، ثم استنتج قيم n التي يكون من أجلها العددان x_n وَ y_n أوليان فيما بينهما .

التمرين الثالث :

$A\ ;\ B\ ;\ C\ ;\ O$ أربع نقط من الفضاء وَ G نقطة تحقق : $\overrightarrow{GO}+2\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{0}$

1) عين طبيعة المجموعة (E) للنقط M من الفضاء التي تحقق : $\left(\overrightarrow{MO}+2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right)\cdot\overrightarrow{MC}=0$

2) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j};\overrightarrow{k})$. نعتبر المستويات (π_m) المعرفة بالمعادلة :
$(2-m)x+y+mz+6m-6=0$ حيث m وسيط حقيقي

أ) بين أن كل المستويات (π_m) تشمل مستقيما ثابتا (Δ) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

ب) اكتب معادلة لسطح الكرة التي مركزها $\Omega(2\,;1\,;2)$ وَ نصف قطرها 3

جـ) عين قيم العدد الحقيقي m بحيث يكون المستوي (π_m) مماسا لسطح الكرة (S) .

د) هل توجد قيمة للعدد m بحيث يكون المستقيم (D) الموجه بالشعاع $\overrightarrow{u}=\overrightarrow{i}-2\overrightarrow{j}+\overrightarrow{k}$ عمودي على (π_m)؟ برر.

التمرين الرابع:

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty\,;1[$ بـ : $f(x)=\frac{2}{(x-1)^2}e^{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعا مد ومتجانس $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$. وحدة الطول $2cm$

الجزء الأول :

1. أ) بوضع : $t=\frac{2}{x-1}$ ، تحقق أن : $\frac{2}{(x-1)^2}e^{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)}=\frac{e}{2}t^2e^t$ ثم احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}}f(x)$ وَ فسر النتيجة هندسيا

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

2. بين أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty\,;1[$: $f'(x)=\frac{-4x}{(x-1)^4}e^{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)}$.

3 . ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4. أنشئ المنحني (C_f).

الجزء الثاني :

1. جد دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty\,;1[$.

2. ليكن α عدد حقيقي من المجال $]0\,;1[$

أ) احسب العدد $I(\alpha)$ حيث : $I(\alpha)=\int_{-\alpha}^{\alpha}f(x)\,dx$

ب) احسب $\lim\limits_{\substack{\alpha\to 1\\ <}}I(\alpha)$.

3. احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات المعرفة بالمعادلات :
$y=0$ ، $x=1$ وَ $x=-1$

الجزء الثالث :

1. أ) بين أن المعادلة $f(x)=\frac{1}{2}$ تقبل حلين بالضبط على المجال $]-\infty\,;1[$ أحدهما يساوي -1 والآخر β .

ب) جد حصرا للعدد β سعته 0.01 .

2. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k عدد حلول المعادلة : $f(x)=f(k)$