الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات

إمتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي — دورة: ماي 2014

الشعبة: تقني رياضي

إختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 4 ساعات و نصف

على المترشح أن يختارأحد الموضوعين التاليين:

## الموضوع الأول :

### التمرين الأول:

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ بواقي قسمة $8^n$ على 13

2) ما هو باقي قسمة العدد $\beta$ على 13 حيث $\beta = 102 \times 38^{2012} + 5^{1431} - 3$

3) أوجد مجموعة قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $8^{4n+1} - 19 \times 5^{8n+2} + 3n \equiv 0[13]$

4) $A$ عدد طبيعي يكتب $7x2$ في النظام العشري عين $x$ حتى يكون العدد $A + 8^{2011} \equiv 0[13]$

5) بين أن $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+6) \times 8^{2n}[13]$

6) عين قيم $n$ حتى يكون $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv 0[13]$

### التمرين الثاني:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(2,1,0)$ ، $B(2,-1,-2)$ ، $C(0,1,-2)$ ، و المستوي $(P)$ ذو المعادلة $x+y-z-3=0$

$I$) بين أن النقط $A; B, C$ تنتمي للمستوي $(P)$

$II$) نعتبر $(S)$ مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق $x^2+y^2+z^2-4x-2y+4z+5=0$

1) عين طبيعة $(S)$ و حدد عناصرها المميزة

2) بين أن $(S)$ و $(P)$ يتقاطعان وفق دائرة $(C)$ محيطة بالمثلث $ABC$

3) بين أن المثلث $ABC$ متقايس الاضلاع

$III$) ليكن $(\Delta)$ مستقيم يشمل $I(2,1,-2)$ و عمودي على $(P)$

1) أكتب التمثيل الوسيطي لـ: $(\Delta)$

2) عين إحداثيات $G$ نقطة تقاطع $(\Delta)$ و $(p)$

3) تحقق أن $G$ هي مركز ثقل المثلث $ABC$ ثم إستنتج مركز و نصف قطر الدائرة $(C)$

**التمرين الثالث:**

$a$ عدد حقيقي موجب تماما

$I$) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z^2-a^2)(2z-\sqrt{3}ai)=0$

$II$) في المستوي المركب المنسوب إلى م . م . م $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط $A$ ، $B$ ، $C$ التي لواحقها $Z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}ai$ ، $Z_B=\frac{-a}{2}$ ، $Z_C=\frac{a}{2}$

1) أكتب على الشكل الاسي العدد $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_A}$

2) إستنتج زاوية الدوران الذي يحول $A$ إلي $B$ و يحول $C$ إلى $A$

3) تحقق أن مركز الدوران هو نفسه مركز ثقل المثلث $ABC$

$III$) نعتبر $a=2$ ، نسمي $(E)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي حيث $MA^2+MB^2+MC^2=8$

1) تحقق أن النقط $A,B,C$ تنتمي إلى المجموعة $(E)$

2) عين طبيعة المجموعة $(E)$ و عناصرها

**التمرين الرابع:**

$I$) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $g(x)=1+(1-x)e^{-x+2}$

1) أدرس إتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها

2) إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ أن $g(x)\geq 0$

$II$) لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x)=x-1+xe^{-x+2}$

1) أحسب نهايات الدالة $f$

2) أحسب نهاية $(f(x)-x+1)$ عند $+\infty$ ماذا تستنتج

3) بين أن $f'(x)=g(x)$

4) أدرس إتجاه تغير الدالة $f$ و شكل جدول تغيراتها
5) بين أن منحني الدالة $f$ يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها
6) أدرس الوضع النسبي للمنحني و المستقيم $(D)$ الذي معادلته $y = x - 1$
7) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد $\alpha$ حيث $0 \leq \alpha \leq 0.2$
8) بين أن المنحني يقبل مماسا $(\Delta)$ يوازي $(D)$ يطلب تعيين معادلته
◄ أنشىء المنحني و $(\Delta)$ و $(D)$

## الموضوع الثاني :

**التمرين الأول:** المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0, \vec{u}, \vec{v})$ ،
نعتبر النقطة $A$ ذات اللاحقة $Z_A = i$ و النقطة $B$ ذات اللاحقة $Z_B = e^{\frac{-i5\pi}{6}}$
$I$) ليكن $r$ الدوران الذي مركزه $O$ و زاويته $\frac{2\pi}{3}$ ، نسمي $C$ صورة $B$ بالدوران $r$
1) أكتب العبارة المركبة للدوران $r$
2) بين أن لاحقة $C$ هي $Z_C = e^{\frac{-i\pi}{6}}$
3) أكتب $Z_C$ و $Z_B$ على الشكل الجبري
4) علم النقط $A, B, C$
$II$) لتكن $D$ مرجح الجملة $\{(A,2),(B,-1),(C,2)\}$
1) بين أن $Z_D = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
2) بين أن النقط $A, B, C, D$ تنتمي إلى نفس الدائرة
$III$) ليكن $h$ تحاكي مركزه $A$ و نسبته 2 ، نسمي $E$ صورة $D$ بالتحاكي $h$
1) أكتب العبارة المركبة للتحاكي $h$
2) بين أن لاحقة $E$ هي $Z_E = \sqrt{3}$ و علمها
3) أحسب $\frac{Z_D - Z_C}{Z_E - Z_c}$ و أكتب النتيجة على الشكل الاسي
4) إستنتج طبيعة المثلث $CDE$

**التمرين الثاني:** نعتبر المتتالية $(U_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0 = 0, U_1 = 1$ و

$U_{n+2} = \frac{2}{5}U_{n+1} - \frac{1}{25}U_n$ نضع لكل $n$ من $\mathbf{N}$ ما يلي $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{5}U_n$ و $W_n = 5^n \times U_n$

1) بين أن $(V_n)$ متتالية هندسية عين أساسها و أحسب حدها العام

2) بين أن $(W_n)$ متتالية حسابية عين أساسها و أحسب حدها العام

3) إستنتج عبارة $U_n$ بدلالة $n$

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم أن : $0 \leq U_{n+1} \leq \frac{2}{5}U_n$

5) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم أن : $0 \leq U_n \leq (\frac{2}{5})^{n-1}$ هل المتتالية متقاربة

**التمرين الثالث:**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نسمي $(D)$ المستقيم الذي يشمل النقطتين $A(1,-2,-1)$ و $B(3,-5,-2)$

1) أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم $(D)$

2) نسمي $(\Delta')$ مستقيم تمثيله الوسيطي :

$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = 1 + 2t, \\ z = t, \end{cases} /t \in \mathbb{R}$$

3) بين أن $(\Delta')$ و $(D)$ ليسا من نفس المستوي

4) نعتبر المستوي $(P)$ الذي معادلته : $4x + y + 5z + 3 = 0$

◄ بين أن المستوي $(P)$ يحوي المستقيم $(D)$

◄ بين أن $(P)$ و $(\Delta')$ يتقاطعان في نقطة $C$ عينها

5) ليكن المستقيم $(\Delta)$ الذي يشمل $C$ و شعاع توجيهه $\vec{W}(1,1,-1)$

◄ بين أن $(\Delta)$ و $(\Delta')$ متعامدين

6) بين أن $(\Delta)$ يقطع عموديا $(D)$ في نقطة $E$ عينها

**التمرين الرابع:**

$I$) $f$ دالة عددية معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي $f(x) = \frac{x}{x+1} - 2\ln(x+1)$

1) أحسب الدالة المشتقة $f'$ ثم أدرس إتجاه تغير الدالة $f$

2) أحسب نهايات الدالة $f$ و شكل جدول تغيراتها

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الاخر $\alpha$ حيث $-0.72 \leq \alpha \leq -0.71$

4) إستنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]-1,+\infty[$

$II$) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]-1,0[\cup]0,+\infty[$ كما يلي $g(x)=\frac{\ln(x+1)}{x^2}$

1) أحسب نهايات الدلة $g$

2) بين أن $g'(x)=\frac{f(x)}{x^3}$ و أدرس إتجاه تغير الدالة $g$

3) بين أن $g(\alpha)=\frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ و إستنتج قيمة تقريبية لـ $g(\alpha)$ حيث $\alpha=-0.715$

4) شكل جدول تغيرات الدلة $g$

◄ أرسم التمثيل البياني للدالة $g$