

$$M\left(\frac{\pi}{3}\right), N\left(\frac{3\pi}{4}\right), P\left(\frac{5\pi}{3}\right) \quad 22$$

24 25 26 نحسب $y-x$ و يكون مضاعف 2π

$$1. \quad \frac{2\pi}{3} - \alpha = \frac{14\pi}{3} \quad 27$$

$$2. \quad \frac{\pi}{2} \leftarrow \alpha = -\frac{35\pi}{2}$$

$$3. \quad \frac{\pi}{5} - \alpha = \frac{721\pi}{5}$$

$$4. \quad \pi - \alpha = \frac{2007\pi}{3}$$

28 1. القيس الرئيسي للزاوية $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$ هو $\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

2. القيس الرئيسي للزاوية $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD})$ هو $\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

3. القيس الرئيسي للزاوية $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{CB})$ هو $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

4. القيس الرئيسي للزاوية $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{DO})$ هو $\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

5. القيس الرئيسي للزاوية $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB})$ هو $\left(-\frac{7\pi}{12}\right)$

6. القيس الرئيسي للزاوية $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BC})$ هو $\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

29 1. القيس الرئيسي للزاوية $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$ هو $\left(-\frac{3\pi}{8}\right)$

2. القيس الرئيسي للزاوية $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC})$ هو $\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

3. القيس الرئيسي للزاوية $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BA})$ هو (π)

4. القيس الرئيسي للزاوية $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AD})$ هو $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

5	4	3	2	1
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$

31 1. $\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 2. $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ 3. $\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ يشطب

4. التكرار $\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$$A = \sin x - 2 \cos x \quad 36$$

$$A = 2 \sin x \quad 37$$

$$A = -\cos x \quad 38$$

$$A = -2 \cos x \quad 39$$

$$A = -2 \sin x \quad 40$$

$$A = \tan x \quad 41$$

$$1. \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \quad 42$$

$$S = \left\{ \frac{5\pi}{48} + \frac{k\pi}{2}, -\frac{\pi}{24} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} *$$

* تمثيل الصور $\frac{23\pi}{24}, -\frac{\pi}{24}, \frac{77\pi}{48}, \frac{53\pi}{48}, \frac{29\pi}{48}, \frac{5\pi}{48}$

-2- معدلات من الشكل :

$$a \cos x + b \sin x = c$$

الهدف : حل معادلات من الشكل $a \cos x + b \sin x = c$

تطبيق : $S_1 = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi, 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$ ،

$S_2 = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi, -\frac{\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$ ،

$S_3 = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, -\frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$

-4 * $m > 2$ أو $m < -2$ ، S مجموعة خالية

* $-2 < m < 2$ نضع $\frac{m}{2} = \cos \alpha$

التمارين

أصحح أم خاطئ : من 1 إلى 8

رقم السؤال	1	2	3	4
الحكم	خاطئ	خاطئ	صحيح	صحيح

رقم السؤال	5	6	7	8
الحكم	صحيح	خاطئ	خاطئ	صحيح

أسئلة متعددة الاختيارات : من 9 إلى 16

رقم السؤال	9	10	11	12	13	14	15	16
الإجابة الصحيحة	2	2	3	1	3	3	1	1

17

القياس x	القياس الرئيسي	أصغر قياس موجب	\widehat{AOB}
$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$
$\frac{53\pi}{3}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$
$\frac{2007\pi}{3}$	π	π	π
493π	π	π	π

$$18 \quad -\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}$$

19 المثلث ABC قائم في C

$$20 \quad (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \frac{7\pi}{12}$$

65 تصحيح: عوض $B\left(2; \frac{\pi}{2}\right)$ نكتب $B\left(2; \frac{\pi}{6}\right)$

66 ملاحظة: الدائرة الوسطى غير مضبوطة على الرسم

، $D\left(4; -\frac{\pi}{3}\right)$ ، $C\left(4; \frac{5\pi}{6}\right)$ ، $B\left(3; \frac{\pi}{4}\right)$ ، $A\left(2; \frac{\pi}{3}\right)$

$D'\left(2; -\frac{\pi}{6}\right)$ ، $B'\left(4; \frac{4\pi}{3}\right)$ ، $A'\left(2; \frac{2\pi}{3}\right)$

ON = $2\sqrt{2}$ ، OM = 1

67 1. القيس الرئيسي لـ $(\vec{I}; \overrightarrow{OM})$ هو $-\frac{\pi}{3}$ ،

القيس الرئيسي لـ $(\vec{I}; \overrightarrow{ON})$ هو $\frac{\pi}{4}$

2. القيس الرئيسي لـ $(\vec{J}; \overrightarrow{OM})$ هو $-\frac{5\pi}{6}$ ،

القيس الرئيسي لـ $(\vec{J}; \overrightarrow{ON})$ هو $-\frac{\pi}{4}$

3. $N\left(2\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}\right)$ ، $M\left(1; -\frac{\pi}{3}\right)$

69

4	3	2	1
$D\left(-\frac{5\sqrt{2}}{2}; -\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$	$C\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2}\right)$	$B(0; 2)$	$A(1; 0)$

8	7	6	5
$H\left(\frac{1}{4}; 0\right)$	$G\left(-\frac{7}{4}; 0\right)$	$F(-2\sqrt{3}; 2)$	$E(-2; -2)$

70 $C\left(2\sqrt{2}; \frac{7\pi}{12}\right)$

71 باستعمال العلاقة: (1) $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$

(2) $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ و $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

73 بملاحظة أن: $\frac{5\pi}{8} = \pi - \frac{3\pi}{8}$ و $\frac{7\pi}{8} = \pi - \frac{\pi}{8}$

74 (1) $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، (2) $x = \frac{\pi}{12}$

75 (1) $\sin 2x = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$ ، $\cos 2x = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$

(3) بوضع: $x = \frac{\pi}{10}$ ، $\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

78 (1) وضع $\sin x = y$ ، (2) وضع

$\Delta = (1 + \sqrt{3})^2 \cos x = y$ ، (3) وضع $\cos x = y$

79 (1) باستعمال دساتير الجمع ،

2. $\cos x - \sin x$

3. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x$ 4. $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$

43 (2) $\sin \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ، $\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

(3) بوضع: $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$

45 (3) باستعمال دساتير التحويل من النصف إلى الضعف

50 (2) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3}{5}$ ، $\sin x = -\frac{4}{5}$

$\cos(\pi - x) = -\frac{3}{5}$ ، $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\frac{4}{5}$

$\sin(\pi - x) = -\frac{4}{5}$

(3) $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\frac{3}{4}$ ، $\tan x = -\frac{4}{3}$

$\tan(\pi - x) = \frac{4}{3}$

54 (1) قيم x المرفقة للنقطة M هي: $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

قيم x المرفقة للنقطة N هي: $x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

(2) إضافة العبارة: $\cos x = \frac{1}{2}$ الاستنتاج:

$x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ أو $x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

56 (1) $x = \frac{\pi}{6}$ أو $x = \frac{11\pi}{6}$ ، (2) $x = \frac{3\pi}{4}$ أو

$x = \frac{5\pi}{4}$ ، (3) $x = \frac{\pi}{4}$ أو $x = \frac{3\pi}{4}$ ، (4) $x = \frac{3\pi}{2}$

57 (1) $x = \frac{\pi}{3}$ أو $x = -\frac{\pi}{3}$ ، (2) $x = \frac{5\pi}{6}$ أو

$x = -\frac{5\pi}{6}$ ، (3) $x = -\frac{\pi}{6}$ أو $x = -\frac{5\pi}{6}$

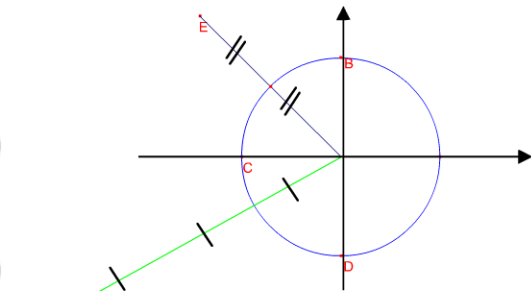
(4) $x = -\frac{\pi}{4}$ أو $x = -\frac{3\pi}{4}$

61 بوضع: $\sin x = y$ و $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

62 بوضع: $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

63 بملاحظة أن: $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$

64



$$4. C(x) = \cos \frac{x}{2} (2 \cos \frac{x}{2} + 1) \quad .3$$

وضع $D(x)$ بدل $B(x)$

$$D(x) = \sin \frac{x}{2} (2 \sin \frac{x}{2} + 1)$$

85 بضرب طرفي الكسر بالعدد : $(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8})$

$$\frac{3}{2} \quad .(2) \quad 86$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad \text{باستعمال العلاقتين:} \quad 87$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \quad \text{و}$$

$$88 \quad .(1) \quad \overrightarrow{(i; oc)} = -\frac{\pi}{6} \quad \text{ملاحظة ترميز قياس الزاوية}$$

الموجهة $\overrightarrow{(i; oc)}$ بدل $\overrightarrow{(i; oc)}$

$$c(\sqrt{3}; -1) \leftarrow c\left(2; -\frac{\pi}{6}\right) \quad .(2)$$

$$B(\sqrt{3}+1; \sqrt{3}-1) \quad .(4) \quad A(1; \sqrt{3}) \quad .(3)$$

$$c(\overrightarrow{i; oB}) = \frac{3\pi}{12} \quad , \quad OB = 2\sqrt{2} \quad .(5)$$

$$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \quad .(6) \quad , \quad B\left(2\sqrt{2}; \frac{\pi}{12}\right)$$

$$\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \quad ,$$

$$x = \frac{2\pi}{3} \quad \text{أو} \quad x = \frac{\pi}{3} \quad .(1) \quad 89$$

$$S = \{ \} \quad .(2) \quad , \quad x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{2\pi}{3}; 2\pi\right]$$

$$x = -\frac{3\pi}{4} \quad \text{أو} \quad x = -\frac{\pi}{4} \quad .(3)$$

$$x = \frac{\pi}{4} \quad .(4) \quad , \quad x \in \left[-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right]$$

$$x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$x \in \left[\frac{\pi}{12}; \frac{7\pi}{12}\right] \quad , \quad x = \frac{7\pi}{12} \quad \text{أو} \quad x = \frac{\pi}{12} \quad .(5)$$

$$x = \frac{5\pi}{24} \quad \text{أو} \quad x = \frac{13\pi}{24} \quad .(6)$$

$$x \in \left[0; \frac{5\pi}{24}\right] \cup \left[\frac{13\pi}{24}; \pi\right]$$

$$x = \frac{17\pi}{30} \quad \text{أو} \quad x = \frac{13\pi}{30} \quad .(7)$$

$$x \in \left[0; \frac{13\pi}{30}\right] \cup \left[\frac{17\pi}{30}; \pi\right]$$

$$f'(x) = \sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) \quad .(2)$$

3. بما أنه من أجل كل عدد حقيقي x ،

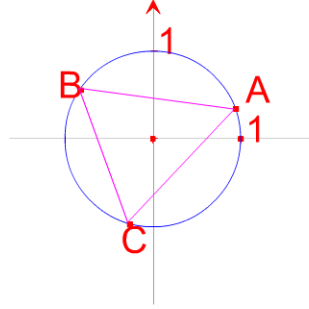
$$f(x) = 0 \quad \text{(الدالة المعدومة) فإنه من أجل كل عدد حقيقي}$$

$$f'(x) = 0 \quad , \quad x$$

$$\text{أي:} \quad \sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

عوض لنكن النقطة $A(1; \alpha)$ ذات الإحداثيات القطبية

نكتب لنكن النقطة A ذات الإحداثيات القطبية $(1; \alpha)$.(1) 80



2. صورة C هي A

$$5. \quad \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0} \quad \text{نستنتج أن:}$$

$$\overrightarrow{OB} \begin{pmatrix} \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \end{pmatrix} , \quad \overrightarrow{OA} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OC} \begin{pmatrix} \cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) \end{pmatrix}$$

و باستخدام العلاقة الشعاعية السابقة نستنتج أن:

$$\cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

$$\text{و} \quad \sin \alpha + \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

$$E(x) = \cos^2 x \sin^2 x \quad .(1)$$

$$x = k\pi \quad \text{أو} \quad x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad .(2) \quad 81$$

$$f(x) = 1 \quad , \quad D_f = R - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k\pi; k \in Z \right\} \quad .(3)$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x \quad .(1) \quad 82$$

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$D_A = D_B = R - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k\pi; k \in Z \right\} \quad .(2)$$

$$B = 2 \quad , \quad A = 4 \cos 2x$$

ملاحظة : ترفيم الفرع الثاني ، 2. بسط العبارتين التاليتين.

$$A(x) = \cos x (2 \cos x + 1) \quad .1 \quad 83$$

$$B(x) = \sin x (2 \sin x + 1) \quad .2$$

(5) من العلاقة الشعاعية:
 $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OE} = \vec{0}$ لأن O مركز ثقل
 الخماسي ABCDE .

ينتج: $1 + \cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5} = 0$

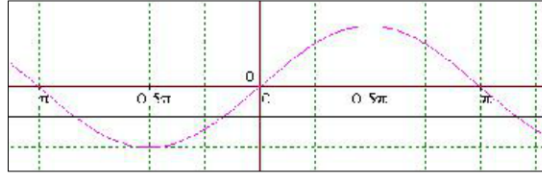
بما أن: $\frac{6\pi}{5} = 2\pi - \frac{4\pi}{5}$ ، $\frac{8\pi}{5} = 2\pi - \frac{2\pi}{5}$ إذن:

$$1 + 2 \cos \frac{2\pi}{5} + 2 \cos \frac{4\pi}{5} = 0$$

$$(6) \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4} \quad \text{بملاحظة أن:}$$

$$\text{إذن: } \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$$

$$(90) \quad x_B = -\frac{5\pi}{6} , \quad x_A = -\frac{\pi}{6} \quad (2)$$



$$(3) \quad x_D = \frac{3\pi}{4} , \quad x_C = \frac{\pi}{4}$$

$$(4) \quad S = \left[-\pi; -\frac{5\pi}{6} \right] \cup \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4} \right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}; \pi \right]$$

$$(92) \quad S = \left\{ \pi; \pm \frac{2\pi}{5}; \pm \frac{4\pi}{5} \right\} \quad (1)$$

$$(2) \quad \text{يكافئ} \quad \sin 3x = -\sin 2x$$

$$\sin x \cdot (4 \cos^2 x - 1) = -2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\sin x \cdot (4 \cos^2 x - 1 + 2 \cos x) = 0 \quad \text{يكافئ}$$

$$\text{يكافئ} \quad \sin x = 0 \quad \text{أو} \quad (4 \cos^2 x + 2 \cos x - 1) = 0$$

بوضع: $y = \cos x$ و حل معادلة من الدرجة 2

$$\text{نجد: } S = \left\{ \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4} \right\} \quad \text{ومنه: } \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4} \quad \text{و}$$

$$\cos \frac{4\pi}{5} = \frac{-\sqrt{5} - 1}{4}$$

$$(94) \quad I \left(\frac{2 - \sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right), B(-\sqrt{2}; \sqrt{2}), A(2; 0) \quad (1)$$

$$(2) \quad \overline{(i; OI)} = \frac{3\pi}{8} \quad \text{متساوي الساقين} \quad OAB$$

$$(3) \quad I \left(\sqrt{2 - \sqrt{2}}; \frac{3\pi}{8} \right)$$

$$(4) \quad \cos \frac{3\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$(95) \quad S_{OAM} = \frac{1}{2} \alpha \quad (2) \quad S_{OAM} = \frac{1}{2} \sin \alpha \quad (1)$$

$$(3) \quad S_{OAP} = \frac{1}{2} \tan \alpha$$

$$(4) \quad \text{من } S_{OAM} < S_{OAM} < S_{OAP} \quad \text{ينتج}$$

$$\sin \alpha < \alpha < \tan \alpha$$

$$(96) \quad \overline{(OA; OC)} = \frac{4\pi}{5} , \quad \overline{(OA; OB)} = \frac{2\pi}{5} \quad (1)$$

$$\overline{(OA; OE)} = \frac{8\pi}{5} , \quad \overline{(OA; OD)} = \frac{6\pi}{5}$$

(4) . موع مركز ثقل الخماسي ABCDE ينطبق على O .