الأنشطة

نشاط 1 :

الهدف : تعريف متتالية بحدها العام .

$u_5 = 5\times5 = 25$ ، $u_6 = 6\times5 = 30$ ،

$u_7 = 7\times5 = 35$ ، $u_8 = 8\times5 = 40$ ؛

$u_{18} = 18\times5 = 90$ ، $u_{120} = 120\times5 = 600$

و $u_n = 5n$.

نشاط 2 :

الهدف : تعريف متتالية بعلاقة تراجعية .

1) $u_5 = 10$ ، $u_6 = 15$ ، $u_7 = 21$ ، $u_8 = 28$.

2) $u_{n+1} = u_n + n - 1$

3) $u_{13} = u_8 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 28 + 50 = 78$

نشاط 3 :

الهدف : حساب الحدود باستعمال العلاقة التراجعية .

1) $u_{n+1} = u_n + 4$. $u_0 = 1$ ، $u_1 = 5$ ،

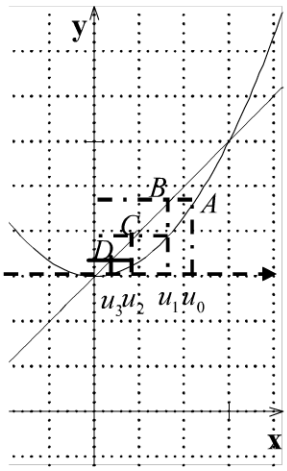
$u_2 = 29$ ، $u_3 = 885$ ، $u_4 = 714029$.

2) $u_{n+1} = u_n + 4$.

نشاط 4 :

الهدف : تمثيل الحدود واتجاه تغير متتالية .

1)الرسم



إحداثيات نقطتا التقاطع هي :

$(1;2)$ ؛ $(0;1)$

2) في المعلم $(O';\vec{i};\vec{j})$

(C_g) : $y = x^2$

(Δ) : $y = x$

ومنه $f(x) = x^2$

3) لدينا $u_1 = f(u_0)$

ومنه ترتيب A هو u_1 هو

كذلك ترتيب B وبما أن

$B \in (\Delta)$ فإن $B(u_1;u_1)$

4) بما أن $u_0 \in [0;1]$ فإن كل الحدود u_n تنتمي إلى $[0;1]$

ومنه : $0 < u_n^2 < u_n < 1$ وبالتالي $u_{n+1} < u_n$ إذن الدالة u متناقصة تماما . بينما الدالة f متزايدة تماما على $[0;1]$

نشاط 5 :

الهدف : المقارنة بين متتالية حسابية ومتتالية هندسية.

A. 1) $u_2 = u_1 + \frac{1}{10}u_1 = 11000$ ، $u_3 = 12100$ ،

$u_4 = 13310$ ، $u_5 = 14641$ ، $u_6 = 16105,1$ ،

$u_7 = 17715,61$.

2) $u_{n+1} = 1,1\,u_n$

B. 1) $v_2 = v_1 + 1200 = 11200$ ، $v_3 = 12400$ ،

$v_4 = 13600$ ، $v_5 = 14800$ ، $v_6 = 16000$ ،

$v_7 = 17200$.

2) $v_{n+1} = v_n + 1200$.

3) العقد الأول (مرتب u_n) أكثر فائدة

الأعمال الموجهة

الوسط الحسابي:

الهدف : استغلال الوسط الحيابي لاختصار الحسابات:

1) نعلم أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم

$u_{n+1} = u_n + r$ و منه $u_{n-1} = u_n - r$

و بالتالي $u_{n+1} + u_{n-1} = 2u_n$ (الجمع طرف بطرف).

2) نفس الطريقة $a + c = 2b$

تطبيق:

بتطبيق الوسط الحسابي نجد $b = 5$.

و منه $a = 2$ و $c = 8$.

أو $a = 8$ و $c = 2$.

الوسط الهندسي:

الهدف : استغلال الوسط الهندسي لاختصار الحسابات:

1) نعلم أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم

$u_{n+1} = u_n \times r$ و منه $u_{n-1} = u_n / r$

و بالتالي $u_{n+1} \times u_{n-1} = u_n^2$ (الضرب طرف بطرف).

2) نفس الطريقة $ac = b^2$

تطبيق:

بتطبيق الوسط الهندسي نجد $b = 6$.

و منه $a = 2$ و $c = 18$.

أو $a = 18$ و $c = 2$.

نهاية مجموع حدود متتالية هندسية:

$S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

1) $\underline{q = 0}$ $S_n = u_0$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = u_0$

2) $\underline{q = 1}$ $S_n = u_0 + u_0 + ... + u_0$ أي $S_n = (n+1)u_0$

و منه إذا كان $u_0 > 0$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = +\infty$

إذا كان $u_0 < 0$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = -\infty$

3) $q \neq 0$ و $q \neq 1$. $S_n = u_0 \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

$q > 1$ و $u_0 > 0$ $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = +\infty$

$q > 1$ و $u_0 < 0$ $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = -\infty$

$-1 < q < 1$ $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = \dfrac{u_0}{1-q}$ لأن $\lim\limits_{n\to+\infty} q^{n+1} = 0$

$q \leq -1$ نهاية S_n غير موجودة

تطبيق:

الحالة $\underline{q = 0}$ غير واردة

من أجل $\alpha = 2$: $q = 1$

و $S_n = 3(n+1)$ و $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = +\infty$.

من أجل $0 < \alpha < 2$: $q > 1$ $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = +\infty$

من أجل $-2 \le \alpha < 0$ $q \le -1$ نهاية S_n غير موجودة

من أجل $\alpha < -2$ أو $\alpha > 2$: $-1 < q < 1$

$\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = \dfrac{3\alpha}{\alpha - 2}$.

متتالية غير رتيبة:

1) $u_{n+1} - u_n = (-2)^{n+1} - (-2)^n$

$u_{n+1} - u_n = (-2)^n(-2) - (-2)^n$

$= (-2)^n(-3)$

2) إذا كان ن زوجي $u_{n+1} - u_n < 0$

إذا كان ن فردي $u_{n+1} - u_n > 0$

3) (u_n) ليست رتيبة

تطبيق:

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n

$u_n = (3)\left(-\dfrac{3}{2}\right)^n$

$u_{n+1} - u_n = 3\left(-\dfrac{3}{2}\right)^{n+1} - 3\left(-\dfrac{3}{2}\right)^n$

$= 3\left(-\dfrac{3}{2}\right)^n\left(-\dfrac{3}{2} - 1\right)$

$u_{n+1} - u_n = -\dfrac{15}{2}\left(-\dfrac{3}{2}\right)^n$

و الإشارة ليست ثابتة ، إذا (u_n) ليست رتيبة

دراسة متتالية تراجعية:

$u_0 = a$ ($a \in \mathbb{R}$)، و من أجل كل عدد طبيعي n :

$u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n^2$.

الجزء الأول : $a = \dfrac{7}{4}$.

1)

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$\frac{1}{2}x^2 - x$	+	0 -	0	+

2) على المجال $]0,2[$ $\dfrac{1}{2}x^2 - x < 0$ و منه

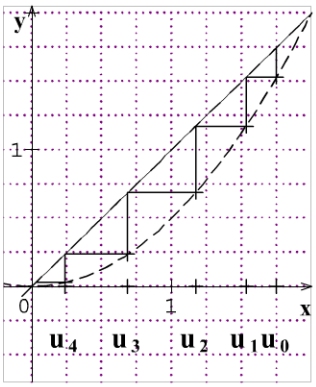
على المجال $]0,2[$ $\dfrac{1}{2}x^2 < x$ و بالتالي

على المجال $]0,2[$ $0 \le \dfrac{1}{2}x^2 < x \le 2$

3)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

4)



5)الرسم يوحي باتجاه تغيرات المتتالية و هي متناقصة

6) $u_{n+1} - u_n = \dfrac{1}{2}u_n^2 - u_n$

من السؤالين الأول و الثاني نستنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة على ط ..

من دراسة الدالة f يتبين أن (u_n) و f ليس لهما نفس اتجاه التغير .

الجزء الثاني : $a = 4$.

1) $x > 2$ و منه $x^2 > 4$ و منه $\dfrac{1}{2}x^2 > 2$

أي $f(x) > 2$

بما أن $u_0 > 2$ فإن $u_1 > 2$ و منه $u_2 > 2$ وهكذا حتى $u_n > 2$

2)

$u_{n+1} - u_n = \dfrac{1}{2}u_n^2 - u_n$

$= \dfrac{1}{2}u_n(u_n - 2)$

و منه نستنتج أن (u_n) متزايدة على ط .

الجزء الثالث : نفرض $a = 2$.

1) $f(2) = \dfrac{1}{2} \times 4 = 2$.

2) من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 2$ و منه المتتالية (u_n) ثابتة على ط