ما يجب أن يعرف

الأعداد المركبة

1 . **تعريف:** نسمي عددا مركبا كل عدد z يكتب على الشكل $z=x+iy$ حيث x و y عددان حقيقيان و $i^2=-1$

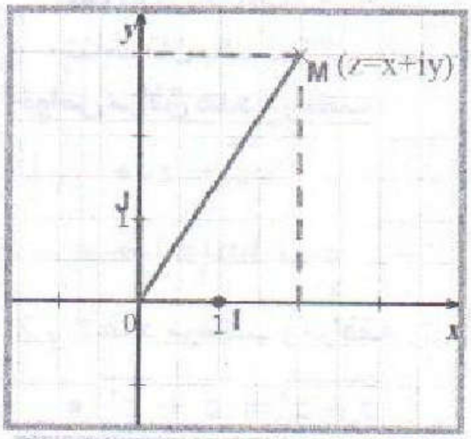
ملاحظات و تراميز:

- نرمز إلى مجموعة الأعداد المركبة بـ : $\mathbb{C}$.
- العدد الحقيقي x يسمى الجزء الحقيقي للعدد المركب z ، ونرمز له بـ: $\operatorname{Re}(z)$.
- العدد الحقيقي y يسمى الجزء التخيلي للعدد المركب z ، ونرمز له بـ: $\operatorname{Im}(z)$.
- إذا كان $y=0$ نقول أن العدد z حقيقي.
- إذا كان $x=0$ نقول أن العدد z تخيلي صرف (أو تخيلي محض أو تخيلي بحت) .
- يكون العدد المركب z معدوما إذا و فقط إذا كان جزؤه الحقيقي معدوما و جزؤه التخيلي معدوما. أي $z=0$ يعني $x=0$ و $y=0$.
- الكتابة $z=x+iy$ تسمى الشكل الجبري للعدد المركب z .

2 . **إلتمثيل الهندسي لعدد مركب :**

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$.

- إلى كل عدد مركب $z=x+iy$ ($x\in\mathbb{R}$ ، $y\in\mathbb{R}$ و $i^2=-1$) نرفق النقطة M إحداثياها $(x;y)$ ، النقطة M تسمى صورة العدد المركب z و الشعاع $\overrightarrow{OM}$ يسمى كذلك صورة للعدد المركب z .



- كل نقطة M هي صورة عدد مركب وحيد $z=x+iy$

نقول أن z لاحقة النقطة M و الشعاع $\overrightarrow{OM}$.

- محور الفواصل يسمى المحور الحقيقي ،لأن الأعداد الحقيقية هي لواحق نقط محور الفواصل.
- محور التراتيب يسمى المحور التخيلي لأن كل عدد تخيلي صرف هو لاحقة نقطة من محور التراتيب .
- المستوي يسمى المستوي المركب .

العمليات في مجموعة الأعداد المركبة

1 . **تساوي عددين مركبين :**

تعريف: يكون عددان مركبان z و z' متساويين إذا وفقط إذا كان لهما نفس الجزء الحقيقي و نفس الجزء التخيلي.

نضع : $z=x+iy$ و $z'=x'+iy'$ ، $z=z'$ معناه ($x=x'$ و $y=y'$)

ملاحظة: قواعد الحساب المعروفة في $\mathbb{R}$ تبقى صحيحة في $\mathbb{C}$.

2 . مجموع وجداء عددين مركبين :

تعريف: z عدد مركب حيث $z=x+iy$ ، $x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$ ، و z' عدد مركب حيث $z'=x'+iy'$ ، $x'\in\mathbb{R}$ و $y'\in\mathbb{R}$.

مجموع العددين z و z' هو العدد المركب $z+z'=x+x'+i(y+y')$.

جداء العددين z و z' هو العدد المركب $z.z'=xx'-yy'+i(xy'+x'y)$.

ملاحظات: • إذا كان z لاحقة الشعاع $\vec{u}$ وكان z' لاحقة الشعاع $\vec{v}$ ، فإن $z+z'$ هو لاحقة $\vec{u}+\vec{v}$.

• إذا كان z لاحقة الشعاع $\vec{u}$ وكان λ عددا حقيقيا فإن λz هو لاحقة $\lambda\vec{u}$.

• شعاعان متساويان لهما نفس اللاحقة .

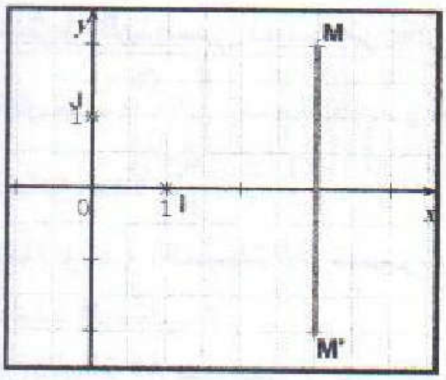
3 . مرافق عدد مركب :

تعريف: z عدد مركب حيث $z=x+iy$ ، $x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$.

العدد المركب $x-iy$ والذي نرمزله $\bar{z}$ يسمى مرافق العدد المركب z .

ملاحظة: للحصول على مرافق عدد مركب z ، نغير إشارة الجزء التخيلي.

التفسير الهندسي لمرافق عدد مركب :



المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$. z عدد مركب حيث $z=x+iy$.

لتكن M صورة z و M' صورة $\bar{z}$ ، M و M' لهما نفس الفاصلة و ترتيبان متناظران إذن M و M' متناظرتان بالنسبة إلى حامل محور الفواصل.

خواص مرافق عدد مركب :

1) • $\bar{\bar{z}}=z$. • $z+\bar{z}=2\,\mathrm{Re}(z)$.

• $z-\bar{z}=2i\,\mathrm{Im}(z)$. • $z\bar{z}=(\mathrm{Re}(z))^2+(\mathrm{Im}(z))^2$.

2) z عدد مركب و مرافقه $\bar{z}$ ، z' عدد مركب و مرافقه $\overline{z'}$. لدينا:

• $\overline{z+z'}=\bar{z}+\overline{z'}$ • $\overline{zz'}=\bar{z}\cdot\overline{z'}$. • $\overline{z^n}=\bar{z}^n$. $(n\in\mathbb{N}^*)$

• $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)}=\frac{1}{\bar{z}}$. مع $z\neq0$. • $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)}=\frac{\bar{z}}{\overline{z'}}$. مع $z'\neq0$.

4 . مقلوب عدد مركب غير معدوم :

مبرهنة: كل عدد مركب غير معدوم z له مقلوب في $\mathbb{C}$ يرمزله $\frac{1}{z}$.

نتائج :- بوضع $z=x+iy$ نحصل على : $\frac{1}{z}=\frac{x}{x^2+y^2}+i\frac{(-y)}{x^2+y^2}$.

- لدينا: $\frac{1}{z}=\frac{\overline{z}}{z\times\overline{z}}$ ، حيث $\overline{z}$ هو مرافق z .

اللواحق و الهندسة

خاصية: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$.

A و B نقطتان من المستوي، z_A لاحقة A و z_B لاحقة B .

- لاحقة الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هي z_B-z_A ، ونكتب : $z_{\overrightarrow{AB}}=z_B-z_A$.
- لاحقة النقطة I منتصف القطعة $[AB]$ هي : $z_I=\frac{z_A+z_B}{2}$.
- α و β عددان حقيقيان حيث $\alpha+\beta\neq 0$ ، G مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$

لاحقة النقطة G هي : $z_G=\frac{\alpha z_A+\beta z_B}{\alpha+\beta}$.

الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم

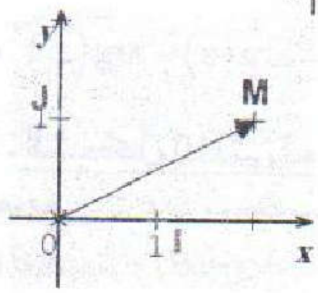
1. طويلة عدد مركب:

تعريف: z عدد مركب حيث: $z=x+iy$ (x و y عددان حقيقيان). نسمي طويلة العدد المركب z العدد الحقيقي الموجب الذي نرمزله $|z|$ حيث: $|z|=\sqrt{x^2+y^2}$.

ملاحظات: • إذا كان $z=x$ فإن $|z|=|x|$ ، • إذا كان $z=iy$ فإن $|z|=|y|$.

• $z=0$ يعني $|z|=0$ ، • $|z|^2=x^2+y^2$.

التفسير الهندسي لطويلة عدد مركب:



المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$.

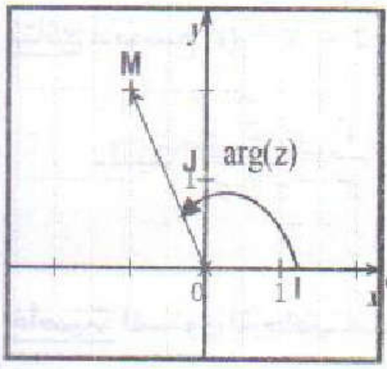
z عدد مركب حيث $z=x+iy$ إذا كانت M صورة z فإن $OM=|z|$

خواص طويلة عدد مركب : من أجل كل عددين مركبين z و z'

- $|\overline{z}|=|z|$. • $|-z|=|z|$.
- $|z\cdot z'|=|z|\cdot|z'|$. • $\left|\frac{z}{z'}\right|=\frac{|z|}{|z'|}$. مع $z'\neq 0$
- $|z^n|=|z|^n$. • $|z+z'|\leq|z|+|z'|$. (المتباينة الثلاثية).

ملاحظة: A و B نقطتان لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب ، لدينا : $AB=|z_B-z_A|$.

2. عمدة عدد مركب غير معدوم:



تعريف: z عدد مركب غير معدوم حيث: $z=x+iy$ (x و y عددان حقيقيان). في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ}\right)$ لتكن M صورة z.

نسمي عمدة للعدد المركب z و نرمز $\arg(z)$ كل قيس بالرديان للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM}\right)$.

ملاحظات ونتائج: • كل عدد مركب غير معدوم z له عدد غير منته من العمد.

• إذا كان θ عمدة لـ z فإن $\theta+2k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$ عمدة لـ z، و نكتب $\arg(z)\equiv\theta[2\pi]$.

• A و B نقطتان لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب لدينا:

$\arg(z_B)-\arg(z_A)=\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)$ و $\arg\left(z_B-z_A\right)=\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{AB}\right)$.

• z عدد مركب غير معدوم حيث: $z=x+iy$ ، (x و y عددان حقيقيان)، إذا كان:

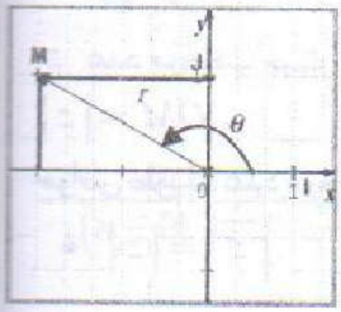
- $z=x$ و $x>0$ فإن: $\mathrm{zrg}(z)\equiv 0[2\pi]$.
- $z=x$ و $x<0$ فإن: $\mathrm{zrg}(z)\equiv\pi[2\pi]$.
- $z=iy$ و $y>0$ فإن: $\mathrm{zrg}(z)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.
- $z=iy$ و $y<0$ فإن: $\mathrm{zrg}(z)\equiv-\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

خواص عمدة عدد مركب غير معدوم: z و z' عددان مركبان غير معدومين. لدينا:

• $\arg\left(\overline{z}\right)=-\arg(z)$ • $\arg(z.z')=\arg(z)+\arg(z')$.

• $\arg\left(\frac{z}{z'}\right)=\arg(z)-\arg(z')$. • $n\in\mathbb{N}^*.\arg\left(z^n\right)=n\arg(z)$

3. الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم:



تعريف: z عدد مركب غير معدوم. العدد z يكتب على الشكل $z=r[\cos(\theta)+i\sin(\theta)]$ ، حيث: $r=|z|$ و $\theta=\arg(z)$.

هذا الشكل يسمى الشكل المثلثي لـ z.

ملاحظة: إذا كان $z=x+iy$ ، فإن: $\cos(\theta)=\frac{x}{r}$ و $\sin(\theta)=\frac{y}{r}$

خاصية: يكون عددان مركبان مكتوبان على الشكل المثلثي متساويين إذا وفقط إذا كانت لهما نفس الطويلة وعمدتان متوافقتان بترديد 2π.

خاصية: إذا كان $z=\lambda[\cos(\theta)+i\sin(\theta)]$ وكان $\lambda>0$ فإن:

$\lambda=|z|$ و $\theta=\arg(z)$.

4. الانتقال من الشكل المثلثي إلى الشكل الجبري و العكس :

$x = r\cos\theta$ $y = r\sin\theta$	من الجبري إلى المثلثي ← → من المثلثي إلى الجبري	$r=\sqrt{x^2+y^2}$ $\cos\theta=\dfrac{x}{r}$ $\sin\theta=\dfrac{y}{r}$

توظيف خواص الطويلة و العمدة لحل مسائل في الهندسة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ}\right)$.

1. حساب المسافات :

خاصية : A ، B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب : z_A و z_B . لدينا: $AB=\left|z_B-z_A\right|$.

نتائج : • مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $\left|z-z_B\right|=\left|z-z_A\right|$ هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$.

• مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $\left|z-z_A\right|=r$ ،حيث r عدد حقيقي موجب تماما ، هي دائرة مركزها A و نصف قطرها r .

2. حساب الزوايا:

خاصية 01: A ، B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب: z_A و z_B . لدينا:

$$\arg\left(z_B-z_A\right)=\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{AB}\right)$$

خاصية 02: A ، B ، C ثلاث نقط لواحقها على الترتيب: z_A ، z_B ، z_C . حيث: $z_A \neq z_B$

لدينا: $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\arg\left(\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)$.

3. التفسير الهندسي لطويلة وعمدة العدد المركب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$:

نتيجة: لدينا: $\dfrac{AC}{AB}=\left|\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right|$ و $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\arg\left(\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)$.

4. تطبيقات :

أ/ استقامية ثلاث نقط : تكون النقط A ، B ، C في استقامية إذا وفقط إذا كان العدد المركب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ حقيقي.

ب/ التعامد : يكون المستقيمان (AB) و (AC) متعامدان إذا وفقط إذا كان العدد المركب

$\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ تخيلي صرف .

جـ / طبيعة مثلث :

• يكون المثلث ABC متقايس الأضلاع إذا تحقق مايلي :

$\left|\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = 1$ و $\arg\left(\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \dfrac{\pi}{3} + 2\pi k$. حيث $k \in \mathbb{Z}$.

ملاحظة: إذا تحقق الشرط $\left|\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = 1$ فقط يكون المثلث ABC متساوي الساقين .

• يكون المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين في A إذا تحقق مايلي :

$\left|\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| = 1$ و $\arg\left(\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi k$. حيث $k \in \mathbb{Z}$.

ملاحظة: إذا تحقق أحد الشرطين فقط يكون المثلث ABC إما متساوي الساقين فقط و إما قائم فقط في A .

الشكل الأسي لعدد مركب غير معدوم

1 . ترميز أولر:

تعريف: العدد المركب الذي طويلته 1 و θ عمدة له يكتب $e^{i\theta}$.
حيث $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$. هذا الترميز يسمى ترميز أولر.

2 . الشكل الأسي لعدد مركب غير معدوم :

تعريف: العدد المركب z غير المعدوم الذي طويلته r و θ عمدة له يكتب $z = re^{i\theta}$.
هذه الكتابة تسمى الشكل الأسي للعدد المركب z

3 . قواعد الحساب على الشكل الأسي :

خواص: θ و θ' عددان حقيقيان. لدينا:

• $e^{i(\theta+\theta')} = e^{i\theta} \cdot e^{i\theta'}$. • $\dfrac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}} = e^{i(\theta-\theta')}$. • $\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$.

نتائج : z و z' عددان مركبان مكتوبان في الشكل الأسي كما يلي:

$z = re^{i\theta}$ ، $z' = r'e^{i\theta'}$ لدينا:

• $\overline{z} = re^{-i\theta}$ ، • $z \times z' = rr'e^{i(\theta+\theta')}$ ، • $\dfrac{z}{z'} = \dfrac{r}{r'}e^{i(\theta-\theta')}$.

• $z = z'$ معناه : $r = r'$ و $\theta = \theta' + 2\pi k$ ، حيث $k \in \mathbb{Z}$.

4 . دستور موافر :

خاصية : z عدد مركب طويلته r و θ عمدة له .من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $\left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$.

نتيجة: z عدد مركب طويلته r و θ عمدة له. من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم لدينا: $z^n = r^n e^{in\theta}$ ، $z^n = r^n\left[\cos(n\theta) + i\sin(n\theta)\right]$.

5. استعمال الشكل الأسي لتحديد طبيعة مثلث:

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ}\right)$.

A ، B ، C ثلاث نقط ليست في استقامية، لواحقها على الترتيب: z_A ، z_B ، z_C .

1) إذا كان: $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ يكون المثلث ABC متقايس الأضلاع.

2) إذا كان: $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ يكون المثلث ABC قائم متساوي الساقين في A .

3) إذا كان: $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = ke^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $k \in \mathbb{R} - \{1\}$ يكون المثلث ABC قائم في A .

4) إذا كان: $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\theta}$ ، $\left(\theta \neq \dfrac{\pi}{3}[2\pi] \text{ و } \theta \neq \dfrac{\pi}{2}[2\pi]\right)$ يكون المثلث ABC متساوي الساقين في A .

6. المعادلة الوسيطية لدائرة ـ لنصف مستقيم مفتوح:

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ}\right)$.

خاصية: Ω نقطة ثابتة في المستوي ذات اللاحقة z_Ω ، θ عدد حقيقي ، r عدد حقيقي موجب تماما. لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $z = z_\Omega + re^{i\theta}$.

1) في حالة r ثابت و θ يمسح $\mathbb{R}$ ، المجموعة (E) هي دائرة مركزها Ω ونصف قطرها r .
- المعادلة: $z = z_\Omega + re^{i\theta}$ تسمى معادلة وسيطية للدائرة.

2) في حالة r يمسح $\mathbb{R}_+^*$ و θ ثابت، المجموعة (E) هي نصف مستقيم مفتوح مبدؤه Ω وموجه بالشعاع $\vec{v}$ حيث: $\left(\overrightarrow{OI};\vec{v}\right) = \theta$.
- المعادلة: $z = z_\Omega + re^{i\theta}$ تسمى معادلة وسيطية لنصف المستقيم المفتوح.

المعادلات من الدرجة الثانية في $\mathbb{C}$

1. الجذران التربيعيان لعدد مركب:

تعريف: ω عدد مركب. يسمى حلا المعادلة $z^2 = \omega$ ، في $\mathbb{C}$، الجذرين التربيعيين للعدد ω .

ملاحظة: كل عدد مركب له جذران تربيعيان متناظران.

2. المعادلات من الدرجة الثانية.

مبرهنة: لتكن المعادلة ذات المجهول المركب z : $az^2 + bz + c = 0$ حيث a ، b و c أعداد

حقيقية و $a \neq 0$. و $\Delta = b^2 - 4ac$ مميزها .

- إذا كان $\Delta = 0$ ، المعادلة تقبل حلا حقيقيا مضاعفا : $z_0 = -\dfrac{b}{2a}$.
- إذا كان $\Delta > 0$ ، المعادلة تقبل حلين حقيقيين متمايزين :

$$z' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad z'' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- إذا كان $\Delta < 0$ ، المعادلة تقبل حلين مركبين مترافقين

$z' = \dfrac{-b - \omega}{2a}$ و $z'' = \dfrac{-b + \omega}{2a}$ ، حيث ω جذر تربيعي لـ Δ .

<u>نتائج</u> : إذا كان z' و z'' حلي المعادلة فإن :

1) من أجل كل عدد مركب z : $az^2 + bz + c = a(z - z')(z - z'')$

2) $z' + z'' = -\dfrac{b}{a}$ و $z' \times z'' = \dfrac{c}{a}$.

الأعداد المركبة و التحويلات النقطية

في كل ما يأتي المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$.

1 . النقط الصمدة بتحويل نقطي :

<u>تعريف</u> : f تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' من المستوي حيث $M' = f(M)$. تكون نقطة Ω صامدة بالتحويل f إذا تحقق ما يلي : $\Omega = f(\Omega)$.

2 . التحويل المطابق :

<u>تعريف</u> : التحويل المطابق هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' من المستوي حيث : $M' = M$.

<u>خواص</u> : • كل نقطة من المستوي صامدة بالتحويل المطابق .
- التحويل المطابق تقايس .

<u>العبارة المركبة</u> :

التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z' = z$ ، هو التحويل المطابق .

3 . الانسحاب :

<u>تعريف</u> : الانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$ هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' من المستوي حيث : $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.

<u>خواص</u> : • الانسحاب الذي شعاعه غير معدوم لا يقبل أية نقطة صامدة و الانسحاب الذي شعاعه $\vec{0}$ هو التحويل المطابق .

- الخاصية المميزة: صورة ثنائية (A, B) هي ثنائية (A', B') تحقق $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$.

- الانسحاب تقايس .
- **العبارة المركبة:** التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z'=z+b$ ، b عدد مركب) هو انسحاب شعاعه $\vec{U}$ صورة b.

4 . التحاكي :

تعريف : Ω نقطة ثابتة و k عدد حقيقي غير معدوم. التحاكي الذي مركزه Ω ونسبته k هو التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' من المستوي حيث :

$$\overrightarrow{\Omega M'}=k\overrightarrow{\Omega M} \quad k\in\mathbb{R}^*-\{1\}$$

خواص :

- التحاكي الذي مركزه Ω ونسبته $k\in\mathbb{R}^*-\{1\}$ له نقطة صامدة وحيدة هي المركز Ω.
- إذا اختلفت M عن Ω فإن M' تختلف عن Ω و النقط Ω ، M و M' في استقامية .
- **الخاصة المميزة:** صورة ثنائية (A,B) بالتحاكي الذي مركزه Ω و نسبته k هي الثنائية (A',B') التي تحقق: $\overrightarrow{A'B'}=k\overrightarrow{AB}$
- نلاحظ أنه إذا كان $|k|\neq 1$ فإن $A'B'\neq AB$ و بالتالي فإن التحاكي ليس تقايسا.
- **العبارة المختصرة للتحاكي :** $z'-z_{\Omega}=k(z-z_{\Omega})$.
- **العبارة المركبة:** التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z'=az+b$ مع a عدد حقيقي غير معدوم و يختلف عن 1 و b عدد مركب ، هو التحاكي الذي مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $\frac{b}{1-a}$ ونسبته a.

5 . الدوران :

تعريف : ω نقطة من المستوي الموجه و θ عدد حقيقي ،
الدوران الذي مركزه Ω و زاويته θ هو التحويل النقطي الذي يرفق النقطة Ω بنفسها و يرفق بكل نقطة M تختلف عن Ω النقطة M' حيث: $\Omega M'=\Omega M$ و $\left(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}\right)=\theta$

خواص : الدوران الذي مركزه Ω و زاويته غير معدومة له نقطة صامدة وحيدة هي المركز Ω.

الخاصة المميزة: صورة كل ثنائية (A,B) بالدوران الذي مركزه ω و زاويته θ هي ثنائية (A',B') تحقق ما يلي : $A'B'=AB$ و $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A'B'}\right)=\theta$ ، وبالتالي الدوران تقايس.

- **العبارة المختصرة للدوران :** $z'-z_{\Omega}=e^{i\theta}(z-z_{\Omega})$.
- **العبارة المركبة:** التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z'=az+b$ مع a عدد مركب غير حقيقي طويلته 1 و b عدد مركب ، هو الدوران الذي مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $\frac{b}{1-a}$ ، وزاويته $\arg(a)$.