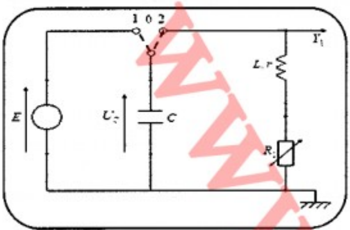
الاهتزازات الحرة لجملة كهربائية

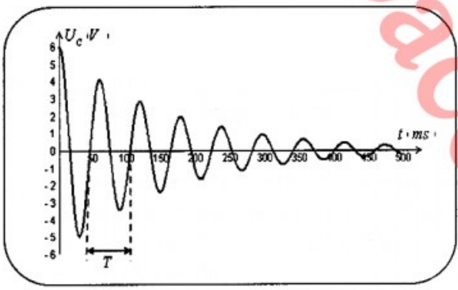
I. الاهتزازات الحرة في دارة R, L, C على التسلسل

1- الدراسة التجريبية للدارة R, L, C



مخطط الدارة الكهربائية

- **التجربة الأولى:** نحقق الدارة المقابلة:
  - **التجهيز التجريبي:**
    - مولد مستمر: $6V$
    - مكثفة سعتها: $C = 220\mu F$
    - وشيعة: $(L = 400mH, r = 5\Omega)$
    - مقاومة متغيرة: $(R_0 = 0 \to 1000\Omega)$
    - راسم اهتزازات
    - البادلة
- نشحن المكثفة بوضع البادلة في الوضع (1).
- ننقل البادلة إلى الوضع (2)، بحيث نحصل على الدارة (R, L, C) على التسلسل، حيث R تمثل المقاومة المكافئة للدارة: $R = R_0 + r$.
- من أجل $R_0 = 0$ أي المقاومة المكافئة للدرة هي: $R = r = 5\Omega$ (مقاومة ضعيفة)، نسجل بواسطة راسم الاهتزازات بيان تطور فرق الكمون بين طرفي المكثفة U_C.



التخامد شبه دوري

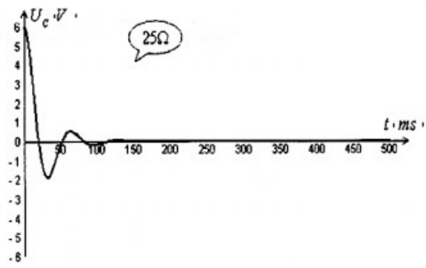
الملاحظة: بيان تطور فرق الكمون بين طرفي المكثفة أثناء تفريغها يكون متناوبا (دوريا)، والاهتزازات الحاصلة شبه دورية وسعته تتناقص بسرعة لذا نقول ان الاهتزازات متخامدة.

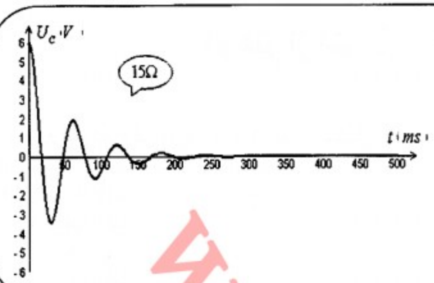
نتيجة: بما أن لا تتلقى طاقة من الوسط الخارجي نقول أن الاهتزازات حرة ونسمي الدارة (R, L, C) بالدارة المهتزة الحرة والمتخامدة والنظام القائم في الدارة شبه دوري، وشبه دور الاهتزازات هو: T.

- **دراسة تأثير المقاومة على نظام الاهتزازات:**

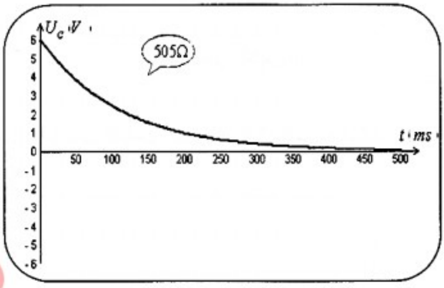
نعطي للمقاومة R_0 عدة قيم ونتابع تغيرات فرق الكمون بين طرفي المكثفة U_C وذلك من خلال البيانات التي تظهر على شاشة راسم الاهتزازات.

$R_0(\Omega)$	10	20	100	500
المقاومة المكافئة $R = R_0 + r$	15	25	105	505

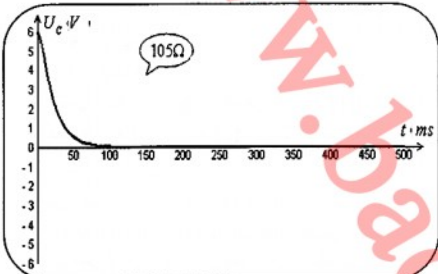




تزايد تخامد الاهتزازات



التخامد فوق الحرج: $R > R_C$



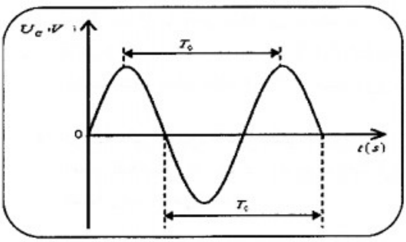
التخامد الحرج: $R = R_C$

عندما نزيد من قيمة المقاومة المكافئة R نلاحظ تزايد تخامد الاهتزازات حتى نصل إلى قيمة كبيرة للمقاومة $(R = R_C)$ يظهر في البيان عدم وجود اهتزازات في الدارة والتفريغ لا دوري، ندعو هذا النظام للدارة بالنظام اللادوري الحرج.

من أجل قيمة للمقاومة $R > R_C$ يكون التفريغ لا دوري وغير مهتز، لكن التفريغ يصبح أكثر بطءاً ويكون النظام القائم في الدارة نظام فوق الحرج.

نتيجة

يتناقص خمود الاهتزازات في الدارة (R, L, C) كلما تناقصت المقاومة المكافئة للدارة بحيث لو أمكن جعل المقاومة المكافئة معدومة لأصبحت الاهتزازات دورية غير متخامدة، ويسمى النظام بالدارة النظام الدوري.



تخامد منعدم (نظام دوري): $R = 0$

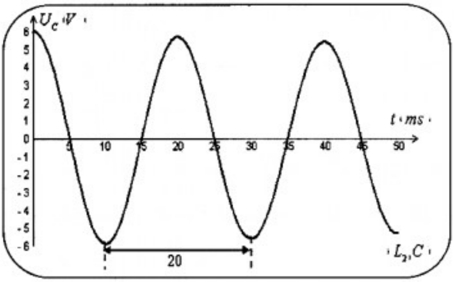
التجربة الثانية

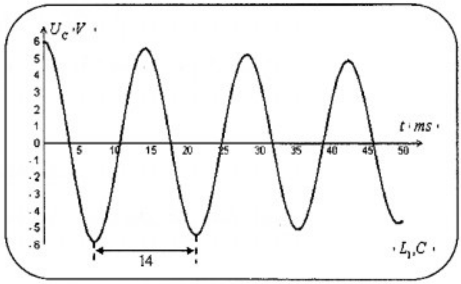
- **دراسة تأثير الذاتية على شبه دور الاهتزازات:**

نعيد التجربة الأولى باستعمال المعطيات التالية:

$$C = 10\mu F \quad , \quad R = R_0 + r = 5\Omega \quad \text{ومنه:} \quad R_0 = 0$$

من أجل $L_1 = 0.5H$ و $L_2 = 1H$ نسجل تطور فرق الكمون بين طرفي المكثفة، فنحصل على البيانات التالية:





الذاتية L تغير قيمة شبه الدور T.
زيادة قيمة الذاتية L تسبب زيادة في قيمة T.

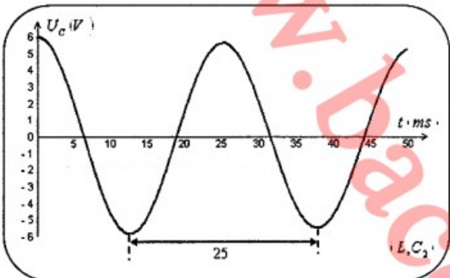
التجربة الثالثة

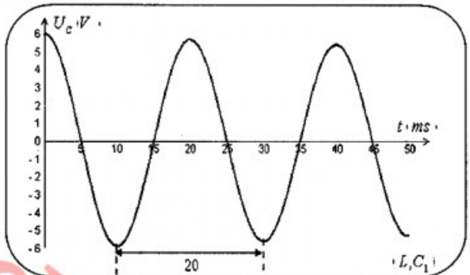
- **دراسة تأثير السعة على شبه دور الاهتزازات:**

نعيد التجربة الأولى باستعمال المعطيات التالية:

$R_0 = 0$ ومنه: $R = R_0 + r = 5\Omega$, $L = 1H$

من أجل $C_1 = 10\mu F$ و $C_2 = 16\mu F$ نسجل تطور فرق الكمون بين طرفي المكثفة، فنحصل على البيانات التالية:





السعة C تغير قيمة شبه الدور T.
زيادة قيمة السعة C تسبب زيادة في قيمة T.

نتيجة

إن تأثير السعة C والذاتية L على الاهتزازات يقتصر على تغير قيمة شبه دور الاهتزازات دون أن يؤثر على تخامدها حيث أن زيادة C أو L تسبب زيادة في قيمة شبه الدور

2- الدراسة التحليلية للدارة الحقيقية R, L, C

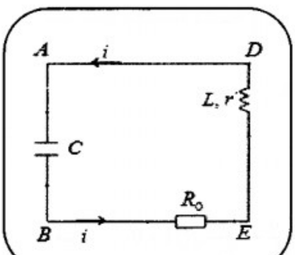
- **المعادلة التفاضلية للدارة R, L, C** :

نحقق الدارة المقابلة التي تحوي على التسلسل وشيعة (L, r)، مكثفة سعتها C ومقاومة R_0.

بتطبيق قانون مجموع التوترات في الدارة المتسلسلة نجد في كل لحظة:

$$U_{AB} + U_{BE} + U_{ED} + U_{DA} = 0$$

مع: $U_{AB} = \dfrac{q}{C}$, $U_{BE} = R_0 i$, $U_{ED} = ri + L\dfrac{di}{dt}$, $U_{DA} = 0$



مخطط الدارة المتسلسلة R, L, C

فنجد: $\frac{q}{C}+R_0 i+\left(ri+L\frac{di}{dt}\right)+0=0 \Rightarrow \frac{q}{C}+(R_0+r)i+L\frac{di}{dt}=0$

نضع $R=R_0+r$ ، حيث R : تمثل المقاومة المكافئة للدارة (R,L,C) فنحصل على المعادلة التالية:

$$\frac{q}{C}+Ri+L\frac{di}{dt}=0.$$

لدينا: $\frac{d^2q}{dt^2}=\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right)=\frac{di}{dt} \Leftarrow i=\frac{dq}{dt}$ ، حيث q : شحنة المكثفة.

بالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على معادلة تغير الشحنة بدلالة الزمن وهي على الشكل التالي:

$$\frac{q}{C}+R\frac{dq}{dt}+L\frac{d^2q}{dt^2}=0$$

أي: $L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0$ أو $\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dq}{dt}+\frac{q}{LC}=0........(1)$ وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية تميز الاهتزازات الكهربائية.

ملاحظة

لدينا: $\dot{q}=\frac{dq}{dt}$ ، $\ddot{q}=\frac{d^2q}{dt^2}$ يمكن أن نكتب المعادلة التفاضلية السابقة على الشكل التالي: $\ddot{q}+\frac{R}{L}\dot{q}+\frac{q}{LC}=0$

II. الاهتزازات الحرة للجملة المثالية (L,C)

- **المعادلة التفاضلية للدارة المثالية (L,C):**

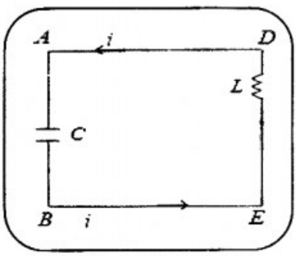
الدارة (L,C) هي دارة مثالية أي ذات مقاومة معدومة $(R=0)$.

يمكن استنتاج المعادلة التفاضلية للدارة المهتزة L,C بتعويض $R=0$ في المعادلة التفاضلية (1) فنجد: $\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q(t)=0........(2)$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية بالنسبة لـــ q تميز الاهتزازات الكهربائية الحرة غير متخامدة في الدارة المتسلسلة L,C.

حل هذه المعادلة التفاضلية يكون من الشكل: $q(t)=Q\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi_0\right)$

حيث Q : الشحنة العظمى للمكثفة.



مخطط الدارة المتسلسلة L,C

عبارة الدور الذاتي للاهتزازات الحرة غير المتخامدة

لدينا العبارة اللحظية للشحنة $q(t)=Q\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi_0\right)$ ، نشتق هذه المعادلة مرتين بالنسبة للزمن فنجد:

$$\frac{dq}{dt}=-\frac{2\pi}{T_0}Q\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi_0\right)$$

$$\frac{d^2q}{dt^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 Q\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi_0\right)$$

ومنه: $\frac{d^2q}{dt^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 q(t) \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2}+\frac{4\pi^2}{T_0^2}q(t)=0$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية (2) نجد: $\frac{4\pi^2}{T_0^2}=\frac{1}{LC}\Rightarrow T_0=2\pi\sqrt{L.C}$

حيث: T_0 هو الدور الذاتي للاهتزازات الحرة غير المتخامدة. وحدته هي الثانية (s)ويتعلق فقط بـــ $L.C$.

- **النبض الذاتي (ω_0):**

بالتعريف: $\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}=\frac{1}{\sqrt{L.C}}$ ، نبض الحركة وحدته (rad/s).

- **التواتر الذاتي (f_0):**

بالتعريف: $f_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}$ ، يقدر التواتر بالهرتز (Hz).

- **عبارة الشدة اللحظية للتيار الكهربائي:**

لدينا: $q(t)=Q\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi_0\right)=Q\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$

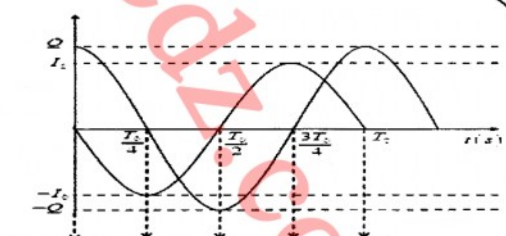
ومنه: $i=\frac{dq}{dt}=-\omega_0 Q\sin(\omega_0 t+\varphi_0)=\omega_0 Q\cos\left(\omega_0 t+\varphi_0+\frac{\pi}{2}\right)$

نضع $I_0=Q\omega_0$ فنجد: $i=-I_0\sin(\omega_0 t+\varphi_0)=I_0\cos\left(\omega_0 t+\varphi_0+\frac{\pi}{2}\right)$

شدة التيار الكهربائي والشحنة دالتان جيبيتان بالنسبة للزمن.

نختار الشروط الابتدائية التي تجعل $\varphi_0=0$ فنجد: $q(t)=Q\cos\omega_0 t$

ومنه: $i=Q\omega_0\cos\left(\omega_0 t+\frac{\pi}{2}\right)=I_0\cos\left(\omega_0 t+\frac{\pi}{2}\right)$



t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
q	Q	0	$-Q$	0	Q
i	0	$-I_0$	0	I_0	0

تطور شحنة المكثفة وشدة التيار الكهربائي بدلالة الزمن

- **عبارة فرق الكمون بين طرفي المكثفة:**

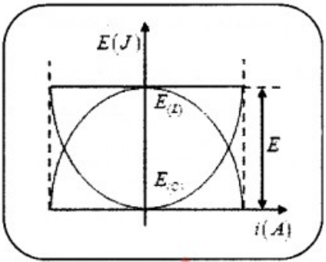
لدينا: $q(t)=Q\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$ و $U_{AB}=\frac{q(t)}{C}$

فنجد: $U_{AB}=\frac{Q}{C}\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$

الطاقة في الدارة الكهربائية المهتزة

الطاقة في الدارة المثالية L,C

- الطاقة المخزنة في المكثفة هي: $E_{(C)}=\frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C}$.
- الطاقة المخزنة في الوشيعة هي: $E_{(L)}=\frac{1}{2}Li^2$.
- طاقة الدارة L,C هي: $E=E_{(C)}+E_{(L)}=\frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C}+\frac{1}{2}Li^2$



مخططات الطاقة بدلالة شدة التيار الكهربائي

تبيان أن طاقة الدارة المثالية L,C ثابتة في كل لحظة

لدينا: $E=\frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C}+\frac{1}{2}Li^2$،

حيث: $q(t)=Q\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$ و $i=Q\omega_0\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$

ومنه:

$$E=\frac{1}{2}\frac{\left[Q\cos(\omega_0 t+\varphi_0)\right]^2}{C}+\frac{1}{2}L\left[-Q\omega_0\sin(\omega_0 t+\varphi_0)\right]^2$$

$$=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\cos^2(\omega_0 t+\varphi_0)+\frac{1}{2}LQ^2\omega_0^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi_0)$$

مع: $\omega_0^2=\frac{1}{LC}$ فنجد: $E=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\cos^2(\omega_0 t+\varphi_0)+\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\sin^2(\omega_0 t+\varphi_0)$

أي: $E=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\left[\cos^2(\omega_0 t+\varphi_0)+\sin^2(\omega_0 t+\varphi_0)\right]$

علما أن: $\cos^2(\omega_0 t+\varphi_0)+\sin^2(\omega_0 t+\varphi_0)=1$، إذا: $E=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$.

بما أن المقادير $\left(\frac{1}{2},Q,C\right)$ ثوابت فإن طاقة الدارة المثالية L,C ثابتة في كل لحظة.

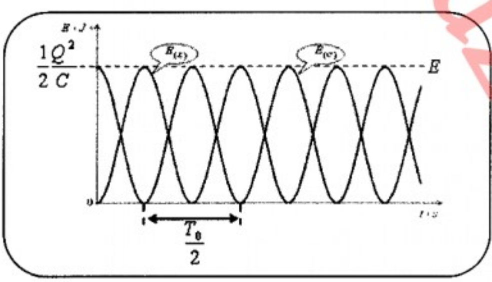
من عبارة الشدة اللحظية للتيار الكهربائي نجد العلاقة: $I_{0(\max)}=Q\omega_0$، حيث: $\omega_0^2=\frac{1}{LC}$

أي:

$$I_{0(\max)}^2=Q^2\omega_0^2=\frac{Q^2}{LC}\Rightarrow\frac{Q^2}{C}=LI_{0(\max)}^2$$

لدينا: $E=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ مع $\frac{Q^2}{C}=LI_{0(\max)}^2$

إذا: $E=\frac{1}{2}LI_{0(\max)}^2$



مخططات الطاقة بدلالة الزمن في الدارة L,C

نتيجة

طاقة الدارة المثالية L,C مقدار ثابت في كل لحظة.

$$E=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}CU_C^2=\frac{1}{2}LI_{0(\max)}^2$$

الطاقة في الدارة الحقيقية (R,L,C)

لدينا: $E=\frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C}+\frac{1}{2}Li^2$ ، نشتق الطرفين بالنسبة للزمن نجد: $\frac{dE(t)}{dt}=\frac{q(t)}{C}\frac{dq}{dt}+Li(t)\frac{di}{dt}$

علما أن: $i(t)=\frac{dq}{dt}$ و $\frac{di}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}$ فإن: $\frac{dE(t)}{dt}=\frac{q(t)}{C}\frac{dq}{dt}+L\frac{dq}{dt}\left(\frac{d^2q}{dt^2}\right)$

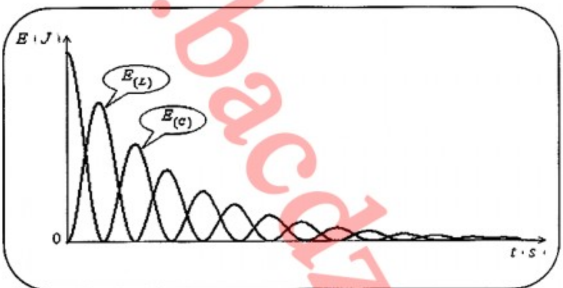
ومنه: $\frac{dE(t)}{dt}=\left(\frac{q(t)}{C}+L\frac{d^2q}{dt^2}\right)\frac{dq}{dt}$

لدينا من المعادلة التفاضلية (1) : $\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dq}{dt}+\frac{q(t)}{LC}=0\Rightarrow L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\frac{q(t)}{C}=0$

ومنه: $L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q(t)}{C}=-R\frac{dq}{dt}$ ، بما أن: $i(t)=\frac{dq}{dt}$ فإن: $L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q(t)}{C}=-Ri(t)$

بالتعويض في عبارة $\frac{dE(t)}{dt}$ نجد: $\frac{dE(t)}{dt}=\left(-Ri(t)\right)i(t)\Rightarrow\frac{dE(t)}{dt}=-Ri^2(t)$

وفي النهاية نكتب: $dE(t)=-Ri^2(t)dt$ أي أن الطاقة الكلية للدارة غير ثابتة، لأن جزء منها يتم فقدانه بفعل التحويل الحراري بمفعول جول في المقاومة الأومية وهذا هو سبب تخامد الاهتزازات.



مخططات الطاقة بدلالة الزمن في الدارة R,L,C

الدراسة الطاقوية للدارة المثالية L,C

بما أن طاقة الدارة L,C ثابتة في كل لحظة فإنه يمكن أن نكتب: $E=\frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C}+\frac{1}{2}Li^2=C^{te}$

نشتق الطرفين بالنسبة للزمن فنجد: $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C}+\frac{1}{2}Li^2\right)=\frac{d}{dt}\left(C^{te}\right)\Rightarrow\frac{q}{C}\frac{dq}{dt}+Li\frac{di}{dt}=0$

علما أن: $i(t)=\frac{dq}{dt}$ و $\frac{di}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}$ ، المعادلة السابقة تصبح: $\frac{q}{C}\frac{dq}{dt}+L\frac{dq}{dt}\frac{d^2q}{dt^2}=0$

أي: $\frac{dq}{dt}\left(\frac{q}{C}+L\frac{d^2q}{dt^2}\right)=0$ لكن $\frac{dq}{dt}\neq 0$

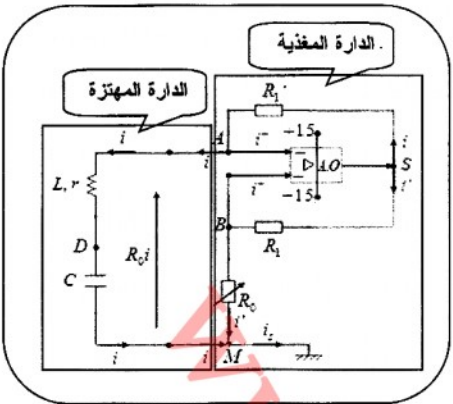
إذا: $\frac{q}{C}+L\frac{d^2q}{dt^2}=0$ أو $L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C}=0$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية ومتجانسة.

III. تغذية الاهتزازات الكهربائية

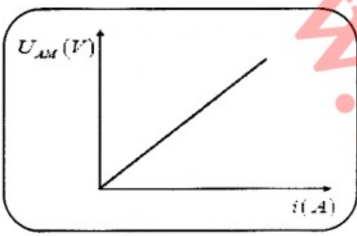
بما أن المسؤول عن تخامد الاهتزازات هو المقاومة والتي لا يمكن التخلص منها عمليا لذا نستعمل التركيب المقابل، والذي يعوض باستمرار ما تفقده الدارة من طاقة بفعل جول بحيث تصبح الاهتزازات دورية أي سعتها ثابتة والطاقة الكلية للدارة محفوظة (ثابتة).

- مكونات الدارة:
  - **الدارة المغذاة:** مكثفة (C)، وشيعة (L,r)، فهي الدارة المهتزة المراد تغذيتها.
  - **دارة التغذية:** - مضخم تطبيقي $(A.O.)$.
    - مولد $(+15V,-15V)$.
    - معدلة R_0.
    - مقاومتان متماثلتان R_1.



مخطط دارة التغذية

- يسمح هذا التركيب بالحصول على مولد يعطي توترا كهربائيا تتغير قيمته خطيا بدلالة شدة التيار الكهربائي وفق العبارة التالية: $U_{AM}=R_0 i$.



بيان $U_{AM}=f(i)$

بتطبيق قانون مجموع التوترات، نكتب: $U_{AM}+U_{MD}+U_{DA}=0$

أي: $U_{AM}=-U_{MD}-U_{DA}$ ومنه: $U_{AM}=U_{DM}+U_{AD}$

نأخذ: $U_{DM}=U_C(t)=U_C=\dfrac{q}{C}$، مع $U_{AM}=R_0 i$

و $U_{AD}=ri+L\dfrac{di}{dt}$

ومنه: $R_0 i=\dfrac{q}{C}+\left(ri+L\dfrac{di}{dt}\right)\Rightarrow L\dfrac{di}{dt}+(r-R_0)i+\dfrac{q}{C}=0$

لدينا: $i=\dfrac{dq}{dt}$ و $q=CU_C(t)$

ومنه: $i=\dfrac{dq}{dt}=\dfrac{d(CU_C)}{dt}=C\dfrac{dU_C}{dt}\Rightarrow\dfrac{di}{dt}=C\dfrac{d^2U_C}{dt^2}$

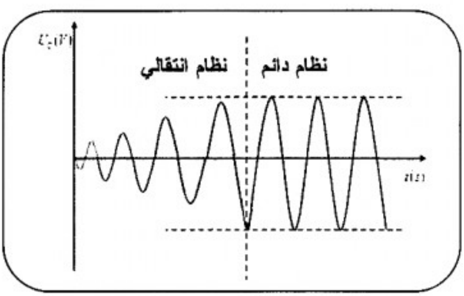
بالتعويض في المعادلة السابقة نجد: $LC\dfrac{d^2U_C}{dt}+(r-R_0)C\dfrac{dU_C}{dt}+U_C(t)=0$.

بأخذ: $R_0=r$، تصبح المعادلة التفاضلية على الشكل: $LC\dfrac{d^2U_C}{dt}+U_C(t)=0$

أو $\dfrac{d^2U_C}{dt}+\dfrac{1}{LC}U_C(t)=0........(3)$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية تقبل حلا من الشكل: $U_C(t)=U_0\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$.

نصل راسم اهتزازات بين طرفي المكثفة فنشاهد البيان المقابل والذي نلاحظ من خلاله كيف تم تغذية الاهتزازات بحيث أصبحت السعة ثابتة بعد المرور بالمرحلة الإنتقالية.



تغذية الاهتزازات

نتيجة

يظهر أن دارة التغذية قامت بدور مقاومة سالبة (مضادة لمقاومة الدارة المهتزة).

عبارة دور الاهتزازات المغذاة

نشتق حل المعادلة التفاضلية مرتين بالنسبة للزمن فنجد: $\dfrac{dU_C}{dt}=-U_0\omega_0\sin\left(\omega_0 t+\varphi_0\right)$

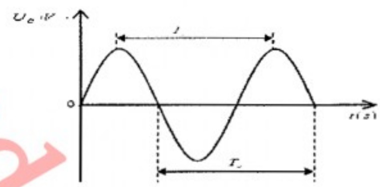
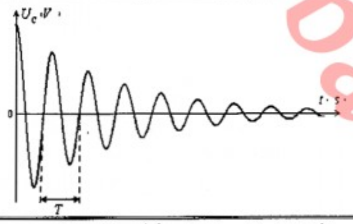
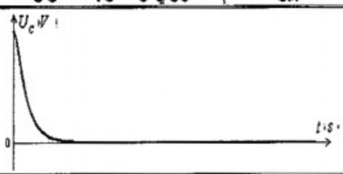
$$\frac{d^2U_C}{dt^2}=\frac{d}{dt}\left(\frac{dU_C}{dt}\right)=\frac{d}{dt}\left[-U_0\omega_0\sin\left(\omega_0 t+\varphi_0\right)\right]=-U_0\omega_0^2\cos\left(\omega_0 t+\varphi_0\right)$$

ومنه: $\dfrac{d^2U_C}{dt^2}=-\omega_0^2U_C(t)\Rightarrow\dfrac{d^2U_C}{dt^2}+\omega_0^2U_C(t)=0 ....(4)$

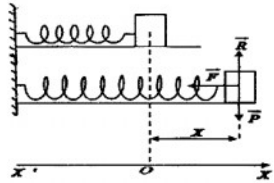
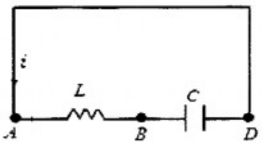
بالمطابقة بين المعادلتين (3) و (4) نجد: $\omega_0^2=\dfrac{1}{LC}$ ومنه: $\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

لكن: $T_0=\dfrac{2\pi}{\omega_0}$ ومنه: $T_0=2\pi\sqrt{LC}$.

IV. المقارنة بين الدارة الحقيقية (R,L,C) والدارة المثالية (L,C)

الدارة L,C (مثالية)	الدارة R,L,C (حقيقية)
❖ الاهتزازات حرة غير متخامدة. ❖ الاهتزازات دورية أي النظام دوري.	❖ يتعلق النظام بالدارة بقيمة المقاومة المكافئة R حيث : • إذا كانت R صغيرة النظام شبه دوري دوره T .
	
	• إذا كانت R صغيرة جداً فإن $T_0=T$. • R كبيرة النظام لا دوري ولا توجد اهتزازات
❖ الدور الذاتي للاهتزازات $T_0=2\pi\sqrt{LC}$ ❖ المعادلة التفاضلية للدارة $\dfrac{d^2q}{dt^2}+\dfrac{1}{LC}q(t)=0$ ❖ حل المعادلة التفاضلية : $q(t)=Q\cos\left(\omega_0 t+\varphi_0\right)$ ❖ عبارة شدة التيار الكهربائي بدلالة الزمن : $i(t)=-I_0\sin\left(\omega_0 t+\varphi_0\right)$ ❖ عبارة التوتر الكهربائي بدلالة الزمن : $U_C(t)=\dfrac{Q}{C}\cos\left(\omega_0 t+\varphi_0\right)$ ❖ طاقة الدارة: $E(t)=\dfrac{1}{2}\dfrac{q^2(t)}{C}+\dfrac{1}{2}Li^2(t)=C^{te}$	 ❖ المعادلة التفاضلية للدارة: $\dfrac{d^2q}{dt^2}+\dfrac{R}{L}\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{1}{LC}q(t)=0$ ❖ طاقة الدارة غير ثابتة لأن جزءاً منها يضيع بفعل جول. ❖ تغذية الاهتزازات تعني تعويض الطاقة الضائعة بفعل جول ويجعل الاهتزازات دورية.

التطابق ميكانيك كهرباء

اهتزازات جملة ميكانيكية حرة و مثالية	اهتزازات جملة كهربائية حرة و مثالية
	
نطبق قانون نيوتن الثاني: $\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=m\vec{a_G}$ بإسقاط العلاقة الشعاعية على المحور (O,x) نجد: ومنه: $F_x=ma_{Gx}$ $-kx(t)=m\frac{d^2x}{dt^2}$ $\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x(t)=0$ وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية بالنسبة لـــ x . حل هذه المعادلة التفاضلية هو دالة جيبية بدلالة الزمن من الشكل: $x(t)=X\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$ عبارة الدور الذاتي : $T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ طاقة الجملة : $E=\frac{1}{2}mv^2(t)+\frac{1}{2}kx^2(t)$	في الدارة المهتزة ABD حسب قانون جمع التوترات لدينا في كل لحظة: $U_{AB}+U_{BD}=0$ $L\frac{di}{dt}+\frac{q}{C}=0$ $i=\frac{dq}{dt}$ حيث $q=q_B$: شحنة المكثفة $\frac{di}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}$ $L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C}=0$ معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية تميز الاهتزازات الكهربائية الحرة غير المتخامدة في الدارة L,C . حلها: $q(t)=Q\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$ عبارة الدور الذاتي : $T_0=2\pi\sqrt{LC}$ طاقة الجملة : $E=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}+\frac{1}{2}Li^2(t)$

تعيين المطابق الميكانيكي

كتلة ونابض	R,L,C على التسلسل
المسافة : x	الشحنة الكهربائية : q
السرعة : $\frac{dx}{dt}$	شدة التيار الكهربائي : $i=\frac{dq}{dt}$
التسارع : $\frac{d^2x}{dt^2}$	مشتق التيار الكهربائي : $\frac{di}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}$
كتلة الجسم : m	ذاتية الوشيعة : L
ثابت المرونة : k	مقلوب السعة : $\frac{1}{C}$