الجديد في العلوم الفيزيائية

السنة الثالثة من التعليم الثانوي

علوم تجريبية - رياضيات - تقني رياضي

الجزء 2

تطور الجمل الفيزيائية

دار الشريفة

دار الشريفة
للطباعة و النشر و التوزيع

الإدارة العامة
حي 2068 مسكن عمارة 40
رقم 01 باب الزوار - الجزائر
الهاتف : 83 ـ 49 ـ 24 /021
الفاكس : 89 ـ 27 ـ 24 /021
الموقع على الانترنت :
WWW.echrifa.com

طبعة جديدة
2007

الإيداع القانوني : 1191- 2007
ردمك : 978-9961-894-48-4

بسم الله الرحمن الرحيم

وصلى الله و سلم على سيدنا محمد و آله

مقدمة المؤلف :

الحمد لله والصلاة و السلام على رسول الله أما بعد:
فإني أضع بين يدي زملائي الأساتذة و أبنائي طلبة الباكالوريا شعبة العلوم التجريبية و الرياضيات و التقني الرياضي هذا الكتاب الخاص بالفيزياء حيث يتضمن كل المواضيع المقررة عليهم حسب البرنامج الدراسي الجديد لوزارة التربية و نظرا لصعوبة المواضيع فإنني بذلت جهدا كبيرا في تقديمها و تذليلها و ذلك بان بدأت بشرح كل درس شرحا مفصلا مدعوما بتطبيقات نموذجية التي توضح كل غامض و معقد
و بعد ما أكملت بعون الله تعالى هذا الكتاب الذي يتكون من ثلاثة أجزاء شعرت بالرضا لأنني و بكل تواضع قد صببت فيه عصارة تجربتي في التعليم الثانوي خاصة الأقسام النهائية .

والله و لي التوفيق
ع. ساحلي

فهرس

الفصل الأول : التحولات النووية

الدرس الأول :
النشاط الاشعاعي 7

الدرس الثاني :
الانشطار و الاندماج 42

الفصل الثاني : التطورات الزمنية للجمل الكهربائية

الدرس الثالث :
شحن و تفريغ مكثفة 75

الدرس الرابع :
تطور التوتر الكهربائي في الدارة (R,L) 110

الفصل الثالث : التطورات الزمنية للجمل الميكانيكية

الدرس الخامس :
ميكانيك نيوتن 147

الدرس السادس :
حركة الكواكب و الأقمار الصناعية 191

الدرس السابع :
السقوط الشاقولي للأجسام الصلبة 232

الدرس الثامن :
حركة القذائف 271

الدرس التاسع :
الانفتاح على العالمين الكمي و النسبي 308

الفصل الأول

التَّحوُّلاتُ النَّوَوِيَّةُ

الدرس 1

النشاط الاشعاعي

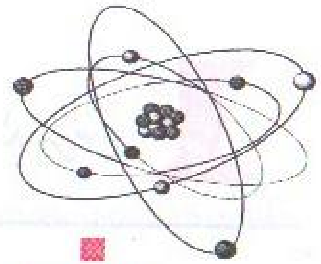
تمهيد

تابعنا في دروس الكيمياء كيفية حدوث و تطور التحولات الكيميائية بأنواعها، و سوف نتابع في هذا الفصل كيفية حدوث و تطور التحولات النووية.

و سوف نتابع في درسنا هذا البنية الداخلية للنواة و فيما يكمن الاختلاف بين نواة ذرة و نواة ذرة أخرى ، خاصة أنوية الذرات المشعة وذلك لقدرتها على إصدار إشعاعات. من هنا نتساءل: ماهي طبيعة هذه الإشعاعات؟ و كيف يكمن الحصول عليها؟ و ما أنواعها؟ و ما مدى استعمالها و خطورتها؟ وهل هي ظاهرة طبيعية أم اصطناعية ؟ و ما هو الفرق بين التحول الكيميائي و التحول النووي ؟

و سنحاول من خلال درسنا هذا الإجابة على كل هذه التساؤلات و الاستفسارات المتعلقة بدراسة النشاط الإشعاعي

1 - النواة الذرية



النواة و الإلكترونات

1 - 1 تركيب النواة

رأينا سابقا أن ذرة أي عنصر كيميائي تتكون من نواة ثقيلة تحيط بها سحابة إلكترونية خفيفة تدور حول النواة في مدارات دائرية مختلفة.

و للنواة قطر من مرتبة $10^{-15}\,m$.

يوجد بالنواة نوعان من الجسيمات الدقيقة وهي :

البروتونات و النيترونات[1] تدعى بالنيكلونات أو النويات لها المميزات التالية :

	البروتون (P)	النيوترون (N)
الكتلة (Kg)	$1{,}67263\times10^{-27}$	$1{,}67492\times10^{-27}$
الكتلة (u)	$1{,}00728$	$1{,}00686$
الشحنة (C)	$+e\approx1{,}6\times10^{-19}$	0

تستعمل وحدة الكتل الذرية (u) لقياس كتلة الجسيمات الدقيقة و قيمتها: $1\,u=1{,}66054\times10^{-27}\,Kg$. فكتلة النيكليون الواحد تقارب $1\,u$

1 - 2 النكليدات و النظائر

يرمز لذرة أي عنصر كيميائي X بالرمز ^A_ZX حيث:

A يمثل العدد الكتلي للذرة و هو عدد النويات الموجودة بها. و تكون كتلة النواة أو الذرة مساوية تقريبا القيمة و حدة الكتل الذرية u .

Z يمثل العدد الذري أو الشحني للذرة، و هو عدد البروتونات الموجودة بالنواة و الذي يكون مساويا لعدد الإلكترونات بالذرة.

تسمى الذرات المتماثلة في تركيبها الإلكتروني و النووي بالنكليدات.

أما الذرات التي تتشابه في تركيبها الإلكتروني وتختلف في تركيب النواة، فتدعى بالنظائر[2].

و يكون الاختلاف تحديدا في عدد النيترونات.

فالذرتان ^A_ZX ، $^{A'}_ZX$ متناظرتان. و تكون النظائر إما طبيعية أو اصطناعية.

و في الطبيعة يكون العنصر الكيميائي نقيا تماما إذا كان نظير نفسه، و إلا فهو خليط من مختلف نظائره الطبيعية بنسب مختلفة .

1- اكتشف البروتون من طرف " فمسون " عام 1916، و النيترون من طرف " شادويك " عام 1932.

2- تكون النظائر طبيعية أو اصطناعية . كما يمكن لها أن تكون مستقرة أو مشعة .

مثال 1 .

للهيدروجين ثلاثة نظائر هي :

- الهيدروجين العادي ^1_1H لا تحتوي النواة على نيوترونات.
- الهيدروجين الثقيل (ديتريوم) ^2_1H به نيترون واحد.
- الهيدروجين الأثقل (تريتيوم) ^3_1H به نيترونان.

النظيران الأول والثاني مستقران، أما الثالث فهو مشع.و الهيدروجين الطبيعي خليط من نظيريه الأول و الثاني بنسبتي $99{,}98\,\%$ و $0{,}02\,\%$ على الترتيب.

مثال 2 .

للكلور الطبيعي نظيران هما $^{35}_{17}Cl$ ، $^{37}_{17}Cl$ بنسبتي $75{,}4\,\%$ و $24{,}6\,\%$ على الترتيب.

- احسب الكتلة الذرية المتوسطة لعنصر الكلور الطبيعي مقدرة بوحدة الكتل الذرية (u) و بوحدة (Kg) .

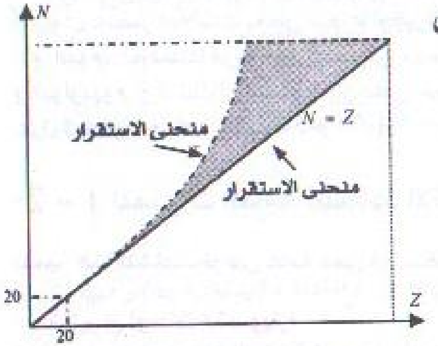
✓ الحل :

$$m(^{35}_{17}Cl)\approx35\,u \quad ، \quad m(^{37}_{17}Cl)\approx37\,u$$

$$m_{Cl}=\frac{35\times75{,}4}{100}+\frac{37\times24{,}6}{100}=35{,}492\,u$$

$$=35{,}492\times1{,}66054\times10^{-27}\approx58{,}936\times10^{-27}\,Kg$$

1 - 3 استقرار و عدم استقرار النوى



هناك بعض النوى الثقيلة تكون غير مستقرة، فتحاول الرجوع إلى استقرارها الطبيعي بالإشعاع بسبب تحولات نووية تحدث داخل النواة بمشاركة النيكلونات.

فمن بين 325 نكليد طبيعي نجد 51 غير مستقر، فهو نشيط إشعاعيا. فإذا قمنا بترتيب جميع النكليدات الطبيعية بدلالة العددين N ، Z لاحظنا ما يلي:

- من أجل $A\langle 20$ تكون جميع النوى محققة للعلاقة $N=Z$ فهي تقع على نصف المستقيم المنصف للربع الأول في المعلم المتعامد و المتجانس المبين بالشكل الجانبي . و هذه النوى هي للنكليدات المستقرة.

- من أجل $A\rangle 20$ يصبح عدد النيترونات N بالنواة أكبر من عدد البروتونات فتزداد النسبة $\frac{A}{Z}$ بالارتفاع تدريجيا مع زيادة العدد الذري Z حتى تبلغ القيمة 2,5 في النوى الثقيلة، فيزداد بذلك قلق النوى لتصبح غير مستقرة و مثارة فتتحول تلقائيا باعثة للإشعاعات α أو β و أحيانا γ .

نتيجة

- تزداد قابلية النواة لإصدار الإشعاعات المختلفة بزيادة عددها الكتلي.
- تتحول النوى الثقيلة التي تكون قلقة إلى نوى أكثر استقرارا بالإشعاع.

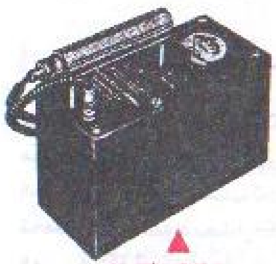
2 - النشاط الإشعاعي الطبيعي

إن بعض النوى الطبيعية تكون قلقة و غير مستقرة، فتتفكك تلقائيا متحولة إلى نوى جديدة. فنقول أنها مشعة، لأن هذا التحول ترافقه إشعاعات معينة هي :
أشعة ألفا (α)، و أشعة بيتا (β)، و أشعة غاما (γ).

Henri Becquerel
(1852 - 1903)

إن أول من اكتشف ظاهرة النشاط الإشعاعي صدفة هو العالم " هنري بكريل"[3] سنة 1896م. أثناء دراسته الخاصية الإشعاعية التي تبديها أملاح الأورانيوم لدى تعرضها لأشعة الضوء المختلفة، إذ أثبت أن ملح الأورانيوم الموضوع فوق علبة فيها لوحات تصوير حساسة، يحدث تشويها ظاهرا فيها، رغم أنها محفوظة بأغلفة من الورق الأسود و رغم أن الأملاح لم تتعرض لأشعة الشمس.

و في عام 1897- 1898 م استطاعت مدام " كوري" و زوجها "بيير كوري" أن يكتشفا النشاط الإشعاعي في خامات التوريوم، ثم تأكد لديها أن عنصر البلاشند يعطي إشعاعا أكبر بكثير من إشعاع الأورانيوم، ثم تحققا من وجود عنصرين مشعين فيه هما، الراديوم و البولونيوم. و لا شك أن أعظم إنجاز علمي حققه هذان العالمان هو عزل الراديوم حرا من خاماته عام 1910.



عداد لقياس الإشعاع

2 - 1 المميزات العامة للنشاط الإشعاعي

يتميز هذا النشاط بخواص عامة مميزة نذكر منها ما يلي:

. التأثير في لوحات التصوير:

إن الإشعاعات الطبيعية المختلفة تؤثر على لوحات التصوير تأثيرا واضحا. و هي الخاصية التي اكتشفها صدفة العالم " بكريل " و التي فتحت بابا جديدا لدراسة هذا النوع من الإشعاع.

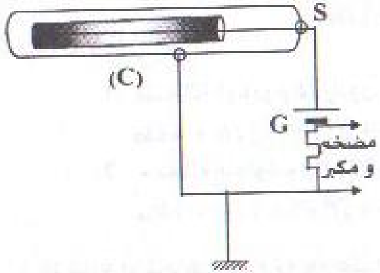
. إثارة التألق :

يزداد تألق المواد المتألقة أثناء تعرضها للإشعاع مما يدل على أن إشعاعات المواد المشعة ذات بنية جسيمية.

[3] - فيزيائي فرنسي قام بدراسة ظاهرة تألق المواد واكتشف إشعاعات الراديوم . تحصل على جائزة نوبل في الفيزياء عام 1903 مع " M.CURIE " .

. تأين الغازات ـ كاشف الإشعاعات :

إن وضع مادة مشعة بجوار كشاف كهربائي مشحون يجعل ورقتيه تنطبقان حالا، مما يدل على أن الهواء بجوار المادة المشعة يتأين إلى شوارد موجبة و أخرى سالبة. فسرعة انفراغ شحنة الكشاف تدلنا على مقدار فعالية المادة المشعة و قوتها و هي قادرة لأن تكشف لنا أثرا مشعا مقداره $10^{-10}\ g$ من الراديوم.



و هذه الحادثة تستخدم في صنع الأجهزة الكاشفة للمواد المشعة. و على هذا الأساس صنع عداد "جايجر مولر" الذي اخترع عام 1928م. و هذا الكاشف يتكون من أنبوب زجاجي به غاز تحت ضغط معين و بداخله أسطوانة (S) مرتبطة بالأرض.

و يوجد بمحورها سلك معدني (S) مرتبط بالقطب الموجب لمولد عالي التوتر. (1000 فولط) وترتبط الأسطوانة بالقطب السالب للمولد عبر مقاومة و بالأرض. و من مربطي المقاومة يتصل سلكان بمضخم مع مكبر يسجل نبضات التيار الكهربائي. فعندما تكون بالقرب من الأنبوب مادة مشعة فإن إشعاعاتها تؤين الغاز بداخل الأنبوب، فيمتص السلك الإلكترونات أو الشوارد السالبة، فيمر تيار بالدارة يكتشف بالمكبر وتسجل نبضاته بعداد كهربائي.

. تفريغ مكثفة مشحونة :

إن وضع مادة بالقرب من مكثفة مشحونة يسبب انفراغها بسبب تأين الهواء بين لبوسيها، فتسري الشوارد الموجبة نحو اللبوس السالب و الشوارد السالبة نحو اللبوس الموجب.

. التأثير الفيزيولوجي :

إن بعض الإشعاعات خطيرة جدا مثل إشعاعات (γ)، فهي تخرب الخلايا الحية . و تعتمد أحيانا في معالجة الأورام السرطانية.

2 - 2 آلية النشاط الإشعاعي

يعبر عن التحول النووي أثناء حدوث نشاط إشعاعي معين ، بمعادلة كيميائية يظهر فيها قانونا الانحفاظ التاليين:

1 . مجموع العددين الشحنيين للنواة الناتجة والدقيقة المنبعثة أثناء الإشعاع يكون مساويا للعدد الشحني للنواة المتحولة الأصلية.

2 . عدد النيوكلونات الموجودة بالنواة الناتجة و الدقيقة المنبعثة يكون مساويا لعدد النكلونات بالنواة الأصلية.

□ النشاط الإشعاعي (α) :

إن النوى الباعثة لأشعة α ثقيلة لأن عددها الكتلي A أكبر من 200 . و تمتاز هذه

الأشعة بسرعات ضعيفة عموما بالنسبة لسرعة الضوء. و هي قليلة النفاذية في المواد و لكنها شديدة التأين.

إن جسيمات α هي نواة الهليوم $^{4}_{2}He$ و لذلك يمكن كتابة آلية التحول النووي لهذا النوع من الإشعاعات:

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$

مثال -

1- استحالة الراديوم إلى رادون:

$^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He +$ طاقة

2- استحالة البولونيوم إلى نظير الرصاص المستقر:

$^{210}_{84}PO \longrightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He +$ طاقة

النشاط الإشعاعي (β): و هو على نوعين β^- ، β^+

النوع الأول: الإشعاع β^-

يؤدي هذا النشاط إلى انبعاث إلكترون من النواة. و حيث أن النواة لا تحتوي على إلكترونات، فلا يمكن تفسير هذا إلا بتحول آني لنيترون إلى إلكترون و بروتون كما يلي:

$^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{1}_{1}P + {}^{0}_{-1}e$

فالنيترون (المعتدل) يتخلى عن شحنة سالبة لتنبعث على شكل إلكترون و تظهر عليه مقابل ذلك شحنة موجبة، فيتحول إلى بروتون. و المعادلة العامة للتحول هي:

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e$$

نلاحظ أن عدد البروتونات يزداد بـ (1) في حين أن العدد الكتلي A لا يتغير.

مثال -

- استحالة الراديوم E (نظير البزموت) إلى بولونيوم:

$^{210}_{83}Ra\,E \longrightarrow {}^{210}_{84}PO + {}^{0}_{-1}e$

- تحول التوريوم $^{234}_{91}Th \longrightarrow {}^{234}_{92}Pa + {}^{0}_{-1}e$
- تحول الفوسفور إلى كبريت $^{32}_{15}P \longrightarrow {}^{32}_{16}S + {}^{0}_{-1}e$

النوع الثاني: الإشعاع β^+

يؤدي هذا النشاط إلى انطلاق إلكترون موجب (بوزيتون) أو مضاد الإلكترون $^{0}_{+1}e$ من النواة. وحيث أن النواة لا تحتوي على هذا النوع من الجسيمات التي تستحدث فجأة، فلا يمكن تفسير هذا إلا بتحول آني لبروتون إلى نيترون و بوزيتون $^{1}_{1}P \longrightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}e$

فالبروتون يتخلى عن شحنته الموجبة لتنبعث بشكل بوزيتون و يتحول إلى نيترون. والمعادلة العامة لهذا النوع من التحولات هي:

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e$$

يلاحظ هنا أن العدد الذري ينقص بـ (1) في حين أن العدد الكتلي يبقى ثابتا، و لا يحدث هذا الانشطار عادة إلا في العناصر المشعة الاصطناعية.

مثال -

1- تحول الفوسفور إلى سيليسيوم:

$^{30}_{15}P \longrightarrow {}^{30}_{14}Si + {}^{0}_{+1}e$

2- تحول الأزوت إلى فحم:

$^{13}_{7}N \longrightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{0}_{+1}e$

ملاحظة

عندما تكون هناك عدة نظائر مشعة، فإن النظير الذي يحتوي على عدد من النيترونات أكبر يؤدي إلى الإشعاع β^- . في حين يؤدي النظير الذي يحتوي على نيترونات أقل إلى الإشعاع β^+ .

النشاط الإشعاعي (γ):

إن إشعاعات غاما خطيرة جدا، و هي ذات طبيعة كهرومغناطيسية شديدة النفاذ في المواد، تسير بسرعة الضوء. و سببها تغير في طبيعة نواة الذرة المصدرة لها. إذ تظهر كأعراض ثانوية للنشاطين الإشعاعيين α ، β . كما يعود السبب أيضا إلى تغير الطاقة الكامنة للنواة بسبب انتقال نيكلون بها من سوية طاقة أعلى إلى أخرى أدنى على شكل قفزات تؤدي إلى تحرير طاقة على شكل فوتونات.

وتكتب معادلة هذا النوع من التحولات النووية على مرحلتين:

1- ظهور نواة جديدة في حالة مثارة (*):

$^{60}_{27}CO \longrightarrow {}^{60}_{28}Ni^* + {}^{0}_{-1}e$

2- عودة استقرار النواة المنبعثة (*) بالإشعاع γ:

$^{60}_{28}Ni^* \longrightarrow {}^{60}_{28}Ni + \gamma$

وبصفة عامة فإن انبعاث الإشعاعين β^- ، β^+ يرافقه ظهور دقائق معتدلة ومهملة الكتلة هي النيترينو V و مضاده $\bar{V}$ ، وقد توصل إلى هذه النتيجة الفيزيائي "W - Paoli" عام 1932

لدى تتبعه لتحول نووي أثناء انبعاث الإشعاع β .

ولذلك تكتب معادلتا التحولين بالإشعاعين β^- ، β^+ بالشكلين التاليين:

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{V}$$

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}V$$

W-Paoli (1900-1958) ▲

مثال -

بين في التحول النووي التالي، طبيعة الإشعاع a الرافق له $^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + a$

✓ الحل :

نكتب α بالشكل ${}^{A}_{Z}\alpha$ فيكون ${}^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{A}_{Z}\alpha$

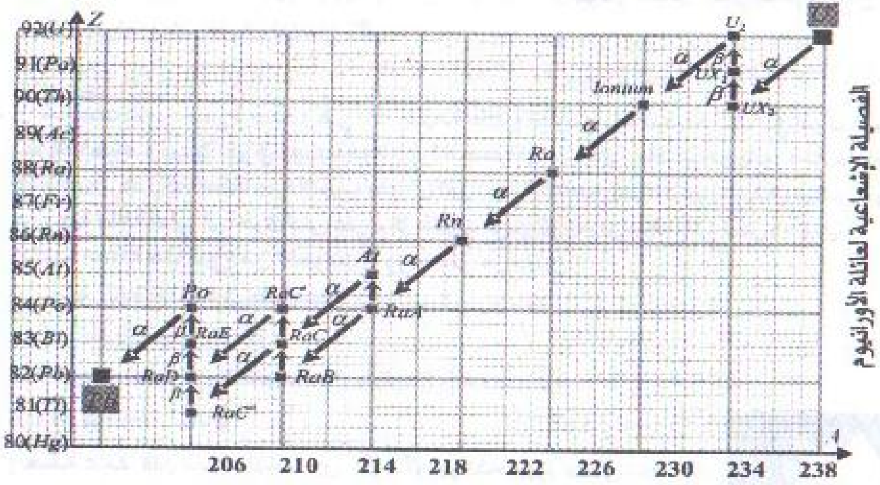
و حسب قانوني الانحفاظ نجد:

$$92 = 90 + Z \rightarrow Z = 2$$
$$238 = 234 + A \rightarrow A = 4$$

فالدقيقة المنبعثة على شكل إشعاع هي ${}^{4}_{2}\alpha$ و هي دقيقة α (نواة الهليوم ${}^{4}_{2}He$).

2 - 3 فصيلة النشاط الإشعاعي

عندما تكون النواة الوليدة عن استحالة نواة مشعة فإنها تتحول بدورها إلى نواة أخرى يعقبها تحولات أخرى نشيطة إشعاعيا تبقى مستمرة ومتسلسلة حتى تتولد نواة مستقرة يقف عندها التحول. و توجد على هذا النمط ثلاث فصائل من العناصر المشعة الطبيعية تظهر إحداها في المخطط المرفق .



3 - التناقص في النشاط الإشعاعي

3 - 1 القانون الأساسي للاستحالة الإشعاعية

نشاطية عينة مشعة :

إن النواة غير المستقرة يمكنها أن تتحول في أية لحظة إلى نواة مستقرة بالإشعاع. و من أجل ذلك فإننا نرفق كل نواة مشعة بعدد خاص λ يعبر عن احتمال تحول النواة في الثانية الواحدة. فيكون احتمال التحول بين اللحظتين t ، $t+\Delta t$ هو $\lambda . \Delta t$.

فإذا كان N هو عدد النوى المتحولة في المجال الزمني Δt فإن التغير في عدد النوى المتحولة خلال هذا المجال يكون $\Delta N = -\lambda . \Delta t . N$

و هذا التغير يكون سالبا لأن العدد N للنوى المتبقية يتناقص مع الزمن.

بالقسمة على Δt نحصل على سرعة التحول الوسطية لهذه المجموعة من الأنوية:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda . N$$

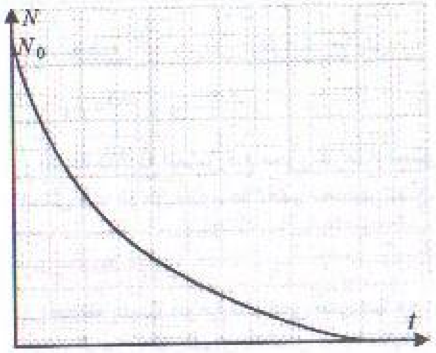
تعبر هذه السرعة الوسطية عن الفعالية المتوسطة (نشاطية) العينة التي تحتوي عددا من الأنوية قدره N خلال المجال الزمني Δt و نرمز لها بالرمز A :

$$\overline{A} = \frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N$$

تعريف :

نشاطية عينة مشعة (A) هي عدد النوى المتحولة أثناء الإشعاع في الثانية الواحدة.

وحدة النشاطية : هي البيكرال Bq وهو تحول واحد في الثانية.



تطور الاستحالة الإشعاعية :

إذا كانت النشاطية المتوسطة هي $\overline{A} = \frac{\Delta N}{\Delta t}$ فعندما Δt تؤول إلى الصفر فإننا نحصل على المشتق الذي يعبر عن نشاطية العينة في كل لحظة وهو :

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

تعبر هذه المعادلة التفاضلية عن تطور استحالة النوى المشعة مع مرور الزمن. و هذه المعادلة التفاضلية من الرتبة الأولى، يعطي حلها قانون التناقص الإشعاعي للعينة بالشكل التالي:

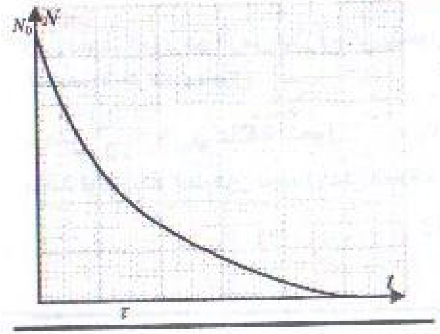
$$N(t) = N_0 . e^{-\lambda t}$$

يمثل N_0 العدد الكلي الابتدائي للنوى الموجودة بالعينة. و يمثل $N(t)$ عددها المتبقي في اللحظة t.

و تصبح نشاطية العينة في اللحظة t بالصيغة التالية:

$$A(t) = A_0 . e^{-\lambda t} \text{ ، } A_0 = \lambda . N_0$$

و يكون بيان هذه الدالة الأسية معبرا عن تناقص النوى المشعة مع مرور الزمن كما يبينه الشكل الجانبي .



3 - 2 ثابت الزمن ونصف العمر

يعرف ثابت الزمن τ بالعلاقة $\tau=\frac{1}{\lambda}$ و هو مقدار مميز للعنصر المشع، نحصل على قانون الاستحالة الإشعاعية بالشكل:

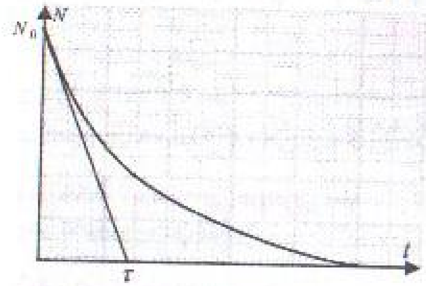
$$N(t)=N_0 . e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- لما $t=0$ يكون $N=N_0$

و يكون ميل المماس للمنحنى $N(t)$ عند النقطة N_0 هو:

$$a=\frac{dN}{dt}\Big|_{t=0}=-\frac{1}{\tau}N_0\, e^{-t/\tau}$$

$$=-\frac{N(t)}{\tau}\Big|_{t=0}=-\frac{N_0}{\tau}$$

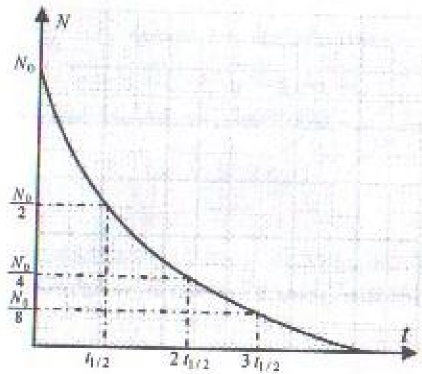


فإذا كانت معادلة المماس هي $N=at+b$

نجد بوضع $a=\frac{-N_0}{\tau}$ ، $b=N_0$ ما يلي:

$$N=\frac{-N_0}{\tau}t+N_0$$

و نقطة تقاطع المماس مع محور الأزمنة تحقق $N=0$ فنحصل على $t=\tau$.
يمثل هذا الزمن متوسط العمر للعنصر المشع.



زمن نصف العمر $t_{\frac{1}{2}}$

إن كتلة عينة مشعة تتناقص تدريجيا مع مرور الزمن وفق البيان المحصل عليه سابقا.
ومن هذا البيان يمكن استخراج دورية تناقص الكتلة إلى نصفها خلال فترات زمنية متساوية نسميها الدور الزمني لانتصاف الكتلة المشعة (نصف الحياة الإشعاعية $t_{\frac{1}{2}}$)

تعريف :
زمن نصف العمر هو الزمن اللازم كي يتحول نصف كتلة العينة المشعة إلى نوى أخرى، و يبقى النصف الآخر دون تحول.

بوضع $N=\frac{N_0}{2}$ في علاقة التحول $N(t)=N_0 . e^{-t/\tau}$ نجد $\ln\frac{1}{2}=\ln e^{\frac{-t_{1/2}}{\tau}}$.

بأخذ لوغاريتم الطرفين نحصل على العلاقة :

$$t_{\frac{1}{2}}=\tau\ln 2$$

نلاحظ أن زمن نصف العمر لا يتعلق بعدد النوى المشعة و إنما يتعلق بثابت التفكك الخاص τ فهو مقدار مميز للعنصر المشع. و هكذا نجد ما يلي:

- في اللحظة $t_{\frac{1}{2}}$ يبقى من العينة $\frac{N_0}{2}$ دون استحالة.
- في اللحظة $2t_{\frac{1}{2}}$ يبقى من العينة $\frac{N_0}{4}$ دون استحالة.
- في اللحظة $3t_{\frac{1}{2}}$ يبقى من العينة $\frac{N_0}{8}$ دون استحالة.

مثال -

إذا أخذنا من البولونيوم عينة كتلتها m_0 فإننا نجد :

- خلال 140 يوم تصبح الكتلة المتبقية دون استحالة $\frac{m_0}{2}$
- خلال 280 يوم تصبح الكتلة المتبقية دون استحالة $\frac{m_0}{4}$
- خلال 420 يوم تصبح الكتلة المتبقية دون استحالة $\frac{m_0}{8}$

تمرين تدريبي

اليود ^{131}I عنصر كيميائي مشع زمن نصف عمره هو 8,1 يوما.
فإذا كانت نشاطية عينة من اليود في اللحظة $t=0$ هي $A=2{,}2\times10^5\ Bq$. فأوجد:

1- ثابت الزمن τ لعنصر اليود.
2- ثابت التحول λ .
3- عدد الذرات المشعة في اللحظة $t=0$ ، ثم بعد عام.

الحل :

1- ثابت الزمن τ لعنصر اليود:

من العلاقة $t_{\frac{1}{2}}=\tau\ln 2$ يكون $\tau=\frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2}=\frac{8{,}1\times24\times3600}{0{,}693}\approx10^6\ S$

2- ثابت التحول λ :

$$\lambda=\frac{1}{\tau}=\frac{1}{10^6}=10^{-6}$$

3- حساب عدد الذرات المشعة:

- في اللحظة $t=0$ يكون من العلاقة $|A|=\lambda N$ ما يلي:

$$N_0=\frac{|A|}{\lambda}=\frac{2{,}2\times10^5}{10^{-6}}=2{,}2\times10^{11}$$

- و بعد عام ($t=365\ j$) يكون:

$$\frac{t}{\tau} = \frac{t}{\frac{t_{1/2}}{\ln 2}} = \frac{t \cdot \ln 2}{t_{1/2}} = \frac{365 \times 0{,}693}{8{,}1} = 65$$

بالتعويض في العلاقة $N(t) = N_0 \cdot e^{-t/\tau}$ نجد : $N(365\ j) = 2{,}2 \times 10^{11} \cdot e^{-65} = 6 \times 10^{-3}$

و هذا العدد الأقل من الواحد الصحيح ليس له معنى و يدل على أن كل النوى قد استحالت.

4 - استعمالات النشاط الإشعاعي

يستعمل النشاط الإشعاعي سواء منه الطبيعي أو الاصطناعي على نطاق واسع في العصر الحديث خاصة في مجالات الطب والزراعة و التاريخ و الصناعة ...

4 - 1 الاستعمال في مجال الطب

إن إشعاعات العناصر المشعة خاصة منها أشعة γ بإمكانها تخريب الخلايا الحية و لذلك يستفاد منها في معالجة الأورام السرطانية.

كما تستعمل أشعة β في حالة السرطان السطحي لأن هذه الأشعة قليلة النفوذ و لا تؤثر إلا سطحيا.

و تستخدم النظائر المشعة الاصطناعية في عملية تشخيص الأمراض حيث تدخل في الجسم ويرصد اثرها في جميع أنحاء الجسم وتركزها في النواحي المصابة وخاصة النسج السرطانية، إذ أنها تركز العناصر المشعة و غير المشعة فيها أكثر من النسج السطحية، و ذلك لفرط نموها.

4 - 2 الاستعمال في مجال الزراعة

تستخدم النظائر المشعة في عمليات البحث العلمي و الزراعي حيث نعرف كيف تتوزع العناصر المختلفة في النبات و كيف يتم تبادل الأغذية في مختلف الخلايا الحية، إذ يعطى للنبات غذاء يحوي مادة مشعة ثم يرصد اثره في مختلف أجزاء النبات بواسطة قياس الإشعاعات الصادرة عنه، و قد استخدم في ذلك الفوسفور المشع P^* و الكربون المشع C^*

و بالإضافة إلى هذا فإنه يستفاد من المواد المشعة في عملية تطعيم البذور الزراعية و الحصول على أنواع أجود تكون مقاومة للأمراض، كما يستخدم أيضا في إبادة الآفات الزراعية.

4 - 3 الاستعمال في مجال التاريخ

بالاعتماد على قياس زمن نصف عمر مادة مشعة فإنه أمكن عبر التاريخ إجراء قياسات مختلفة تحدد فيها عمر الكائنات المندثرة و عمر الصخور كما أمكن قياس عمر الأرض التقريبي.

تحديد عمر كائن عضوي مندثر :

إن عنصر الكربون يدخل في تركيب الكائنات الحية و في غاز ثاني أكسيد الكربون الجوي ويتكون الكربون من النظير المستقر ${}^{12}_{6}C$ و المشع ${}^{14}_{6}C$ غير المستقر بنسبة ضعيفة جدا، حيث يكون له زمن نصف عمر $t_{1/2} = 5568\ ans$ و ينتج هذا النظير باستمرار في طبقات الجو المحيطة

بالأرض نتيجة تحول انوية الآزوت بتعرضها للأشعة الكونية القادمة نحو الأرض. و عندما تستعمل الكائنات الحية غاز CO_2 الموجود في الجو فإنها تمتص نسبة ثابتة من النظيرين ${}^{12}_{6}C$ ، ${}^{14}_{6}C$. و عند موت هذه الكائنات فإن نسبة النظير ${}^{14}_{6}C$ تتناقص في الأجسام الميتة شيئا فشيئا.

- فإذا كانت نشاطية النظير ${}^{14}_{6}C$ في الكائن العضوي لحظة موته هي A_0 و كانت $A(t)$ النشاطية الإشعاعية له في اللحظة t بعد مدة طويلة من موته فإنه يكون :

$A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$ ومنه نجد :

$$t = \lambda \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{A_0}{A}$$

تحديد عمر الأرض :

بالاعتماد على قانون التناقص الإشعاعي فإنه يمكن تحديد عمر الأرض بصفة تقريبية بالطريقة التالية:

إن القشرة الأرضية الصخرية تتكون من معادن منها اليورانيوم ^{238}U المشع الذي يعطي أثناء تحوله عنصر الرصاص المستقر ^{206}Pb ، فبتحليل عينة صخرية يمكن قياس نسبة نشاطية اليورانيوم فيها إلى الرصاص، و استنتاج أن عمر الأرض يقارب 4,55 مليار سنة.

خلاصة

1- تحدث استحالة بعض النوى الثقيلة القلقة باعثة لإشعاعات طبيعية محاولة الرجوع إلى استقرارها الطبيعي.

2- يكون النشاط الإشعاعي على ثلاثة أنواع α ، β ، γ . حيث يكون النوعان α ، β ماديان، أما النوع γ فهو كهرومغناطيسي.

3- يمثل الإشعاع الطبيعي β نموذجا للتفاعل النووي الضعيف حيث يكون إما على صورة إشعاع β^- أو إشعاع β^+ .

4- عندما تكون هناك عدة نظائر مشعة للعنصر الكيميائي فإن نواة النظير الذي يحتوي على عدد من النيترونات أقل يؤدي إلى الإشعاع β^+ .

5- تنحصر آلية النشاط الإشعاعي الطبيعي في التحولات التالية:

$$(\alpha) \qquad {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}H$$

$$(\beta^-) \qquad {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e$$

$$(\beta^+) \qquad {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e$$

6- تعطى قوانين النشاط الإشعاعي بما يلي:

- النشاطية المتوسطة لعينة مشعة $\bar{A} = \frac{\Delta N}{\Delta t}$
- سرعة تحول عينة مشعة $-\frac{dN}{dt} = \lambda . N$
- قانون التحول $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-t/\tau}$

حيث $\tau = \frac{1}{\lambda}$ ثابت الزمن.

و يكون أيضا $A(t) = A_0 . e^{-t/\tau}$

- زمن نصف العمر $t_{\frac{1}{2}} = \tau \ln 2$

أعمال تطبيقية

دراسة تطور نشاطية عينة مشعة

▼ تجربة:

نقوم بدراسة تطور نشاطية عينة للتكليد ${}^{108}_{47}Ag$ الباعث لأشعة β^- مع مرور الزمن باستعمال تجهيز مناسب فنحصل على جدول القياسات التالي:

$t\,(min)$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$A\,(Bq)$	89	73	63	52	46	39	33	29	24	21	18

1- أرسم بيان الدالة $A = f(t)$ باختيار سلم رسم مناسب.

2- أوجد بالاعتماد على البيان المحصل عليه ثابت الزمن τ للفضة ${}^{108}Ag$ ، و كذلك نصف حياتها الإشعاعية $t_{\frac{1}{2}}$. تحقق أن هذين المقدارين يحققان العلاقة النظرية $t_{\frac{1}{2}} = \tau \ln 2$.

3- بين بمساعدة البيان أن النشاطية A في اللحظة $t = 4\,min$ تقارب القيمة $\frac{A_0}{2^2}$ حيث A_0 هي نشاطية العينة في اللحظة $t = 0$.

4- ماذا تصبح نشاطية العينة المذكورة بعد 10 دقائق ؟ هل تبقى ذات فعالية بعد 5 أيام ؟

▼ تحليل التجربة:

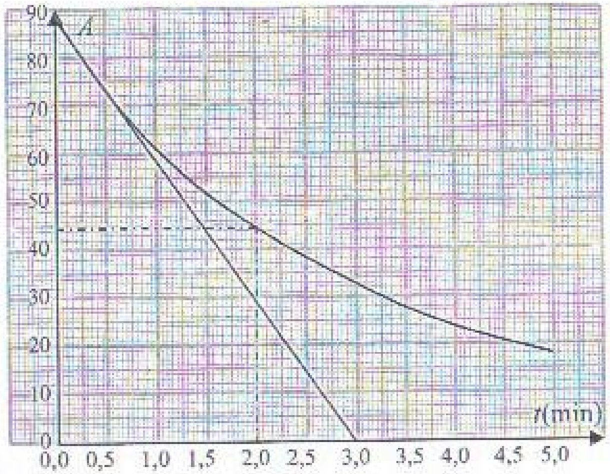
1- رسم البيان $A = f(t)$

مقياس الرسم:

الوحدة أفقيا ⟵ 0,5 min

الوحدة شاقوليا ⟵ 10 Bq

نحصل على الشكل المرفق.



2- ثابت الزمن τ و زمن نصف العمر $t_{\frac{1}{2}}$:

عند النقطة $(t = 0 \; ، \; A = A_0 = 90\,Bq)$

ترسم مماسا فيقطع المحور t عند النقطة $t=\tau=3\ min$

- لما $A=\frac{A_0}{2^2}=\frac{89}{2}=44{,}5\ Bq$ يكون من البيان $t=t_{\frac{1}{2}}\approx 2\ min$

- التحقق من العلاقة النظرية $t_{\frac{1}{2}}=\tau\ ln\ 2$ ،

$$\tau \ln 2=3\times 0{,}69=2{,}07\approx t_{\frac{1}{2}}$$

3- النشاطية A في اللحظة $t=4\ min$،

- من البيان يكون:
- لما $t=4\ min$ فإننا نجد:

$$A=24\ =\frac{89}{(2)^2}=\frac{A_0}{2^2}=22{,}25\approx A\,(4\ min)$$

4- نشاطية العينة في اللحظة $t=10\ min$

$$A=A_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$=89\times e^{-\frac{10}{2}}=89\times e^{-5}=89\times 6{,}74\times 10^{-3}$$
$$\approx 0{,}6\ Bq$$

- فعالية العينة بعد 5 أيام:

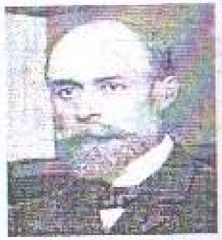
$$t=5\,j=5\times 24\times 60=7200\ min$$
$$A=A_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$=89\times e^{-\frac{7200}{2}}=89\times e^{-3600}\ (\ 0$$

فالعينة تصبح غير مشعة.

وثيقة دراسية

النشاط الإشعاعي الطبيعي

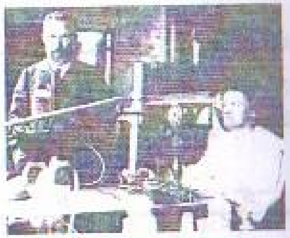
1- كيف اكتشف النشاط الإشعاعي الطبيعي ؟



Henri Becqurel
(1852 - 1903)

اكتشف العالم "هنري بيكرال" النشاط الإشعاعي الطبيعي عام 1896 صدفة وكان ذلك أثناء دراسته للخاصية الإشعاعية التي تبديها أملاح الأورانيوم لدى تعرضها لأشعة الضوء المختلف، فأثبت أن ملح الأورانيوم الموضوع فوق علبة فيها لوحات تصوير حساسة، أحدث تشويها ظاهرا في هذه اللوحات رغم أنها كانت مصانة عن التأثر بأغلفة من الورق الأسود، بالرغم من أن أملاح الأورانيوم لم تتعرض لأشعة الشمس.

و قد أرجع هذه الخاصية المدهشة إلى إصدار هذه الأملاح لإشعاعات قادرة على اختراق الأغلفة. و سميت هذه الظاهرة فيما بعد بالفعالية الإشعاعية *Radioactivité* . إن هذا الاكتشاف فتح آفاقا جديدة لم تكن في الحسبان و كان له أثر حاسم وجه الأبحاث و جعلها تأخذ مسربين رئيسيين أحدهما إلكتروني و الآخر نووي.

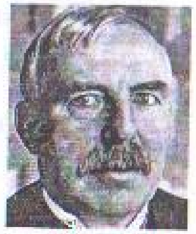


Pierre et Marie (Curie)

و في عام 1897- 1898 استطاعت مدام "كوري" و زوجها "بيير كوري" أن يكتشفا النشاط الإشعاعي في خامات التوريوم و أكدا أن التوريوم هو عنصر مشع أيضا، ثم تأكد لديهما أن هناك فلز معدني هو البشبلاند يعطي إشعاعا أكبر بكثير من إشعاع الأورانيوم المكتشف من قبل "بيكرال"، و تحققا من وجود عنصرين مشعين هما: الراديوم و البولونيوم.

2- كيف نميز بين الإشعاعات أثناء إصدارها ؟

يتم تحليل الإشعاعات الصادرة عن المواد المشعة بواسطة الحقلين الكهربائي أو المغناطيسي، حيث لوحظ أن هذه الإشعاعات ترافقها دقائق مادية تتأثر بهذين الحقلين فتنحرف عن مسارها. إن أول من قام بتحليل هذه الظاهرة هو العالم "رذرفورد" عام 1898 حيث استعمل الحقل الكهربائي ثم الحقل المغناطيسي. و تتلخص طريقة العمل في وضع عينة إشعاعية في أعماق قناة



Rutherford
(1871 - 1937)

دقيقة محفورة في قطعة من الرصاص.

و عند إشعاع العينة فإن الإشعاع الناتج ينفذ من فوهة القناة على شكل خط مستقيم في الفراغ.

و تخضع الأشعة الصادرة أثناء الخروج إلى فعل حقل مغناطيسي منتظم فتنحرف حسب طبيعتها يمينا او يسارا لترسم اثارا على لوحة حساسة. و في حالة عدم وجود الحقل فإنها ترسم مسارا مستقيما و لا تنحرف.

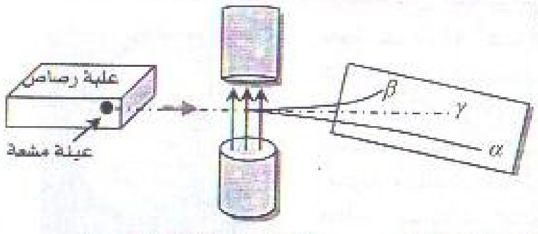
و نتيجة لذلك تظهر ثلاث بقع لهذه الأشعة هي α، β، γ كما يبينه الشكل المرفق.

و يحدث نفس الشيء إذا أخضعت الحزمة لفعل حقل كهربائي منتظم.

إن وجود البقعتين α، β دليل على وجود دقائق كهربائية متحركة.

إن جهة الحقل المغناطيسي أو الكهربائي تبين أن البقعة α تحدث عن دقائق موجبة التكهرب في حين أن البقعة β تنتج عن دقائق سالبة التكهرب.

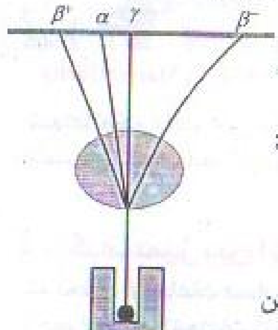
إن دراسة الانحرافين المذكورين تمكننا من قياس الشحنة الكتلية $\frac{q}{m}$ للدقائق و بالتالي تمييزها و إعطاؤها الأسماء الموافقة.



توليد حقل مغناطيسي

3- طبيعة الدقائق الإشعاعية و صفاتها

لقد اكتشف "رذ فورد" نوعين من الدقائق المكونة لإشعاع المواد المشعة الطبيعية و تبين طبيعتها الجسيمية و أكد هويتها الكهربائية وأطلق على أحدها (α) و الثاني (β) عام 1899. ثم جاء العالم "فيلارد" عام 1900 و بين ان الإشعاع الثالث و هو (γ) له طبيعة الأشعة السينية القاسية و هي شديدة النفوذ في المواد وخطيرة جدا، و طبيعتها عبارة عن أمواج كهرومغناطيسية و ليست مادية.



دقائق (α) :

هذه الدقائق هي نوى الهليوم $_2^4He$ المتحركة بحركة سريعة أثناء انطلاقها من المادة المشعة و لها شحنة كهربائية موجبة $(q=+2e)$ و كتلتها تقريبا، $(m_{He}\approx 4u)$ و هي أكبر ب 7000 مرة من كتلة الإلكترون. إن هذه الدقائق قليلة النفاذ في المواد و لا تنفذ إلا بضعة مكرونات و لذلك يمكن إيقافها بواسطة صفيحة رقيقة.

دقائق (β) :

إن الإشعاع β عبارة عن دقائق سالبة او موجبة التكهرب وتنبعث من المادة المشعة بسرعة كبيرة جدا تبلغ $290000\ Km/S$.

إن دقائق β خفيفة جدا و أخف بكثير من دقائق (α) و قدرتها على التشرد اقل و لكنها على العكس أشد نفاذا منها في المواد.

تطبيقات نموذجية

تطبيق 1

النشاط الإشعاعي β^-

في إحدى النشاطات الإشعاعية تتحول ذرة البروتواكتينيوم $_{91}^{234}Pa$ إلى الذرة $_Z^AX$ بتأثير فعل نووي ضعيف تنبعث فيه أشعة β^- بالإضافة على جسيم $\bar{\nu}$ (نيوترينو) عديم الكتلة تقريبا.

1- اكتب معادلة التحول النووي الحادث.

2- استنتج طبيعة النكليد المتشكل $_Z^AX$.

✓الحل :

1) معادلة التحول النووي الحادث:

إذا كان تركيب أشعة β^- هو $_{-1}^{0}e^-$ فإنه يكون:

$$_{91}^{234}Pa \longrightarrow {}_{-1}^{0}e^- + {}_Z^AX + \bar{\nu}$$

2) استنتاج طبيعة النكليد $_Z^AX$:

حسب قانوني انحفاظ الشحنة و العدد الكتلي نجد ما يلي:

$$234 = 0 + A \longrightarrow A = 234$$

$$91 = -1 + Z \longrightarrow Z = 92$$

فالنكليد المتشكل هو $_{92}^{234}X$ و العنصر الموافق هو $_{92}^{234}U$

تطبيق 2

النشاطية الإشعاعية المختلفة

فيما يلي بعض التحولات النووية المرافقة لبعض النشاطات الإشعاعية.

- المطلوب : استنتاج في كل تحول نوع الإشعاع الموافق.

1) $_{10}^{19}Ne \longrightarrow {}_9^{19}F + ...$

2) $_6^{14}C \longrightarrow {}_7^{14}N + ...$

3) $_{88}^{226}Ra \longrightarrow {}_{86}^{222}Rn + ...$

4) $_{28}^{60}Ni^* \longrightarrow {}_{28}^{60}Ni + ...$

✓الحل :

لعرفة طبيعة الإشعاعات المنبعثة نكتب الدقيقة المرافقة بالشكل $_{Z'}^{A'}a$ و نطبق قانوني الانحفاظ فنحصل على ما يلي:

1) $^{19}_{10}Ne \longrightarrow ^{19}_{9}F + ^{A_1}_{Z_1}a$

$19 = 19 + A_1 \longrightarrow A_1 = 0$

$10 = 9 + Z_1 \longrightarrow Z_1 = 1$

فالدقيقة المنبعثة هي إشعاع β^+ : $^{0}_{1}e$ ،

2) $^{14}_{6}C \longrightarrow ^{14}_{7}N + ^{A_1}_{Z_1}a$

$14 = 14 + A_1 \longrightarrow A_1 = 0$

$6 = 7 + Z_1 \longrightarrow Z_1 = -1$

فالدقيقة المنبعثة هي إشعاع β^- : $^{0}_{-1}e$

3) $^{226}_{88}Ra \longrightarrow ^{222}_{86}Rn + ^{A_1}_{Z_1}a$

$226 = 222 + A_1 \longrightarrow A_1 = 4$

$88 = 86 + Z_1 \longrightarrow Z_1 = 2$

فالدقيقة المنبعثة هي إشعاع α ، $^{4}_{2}He$

4) $^{60}_{28}Ni^* \longrightarrow ^{60}_{28}Ni + ^{A_1}_{Z_1}a$

$60 = 60 + A_1 \longrightarrow A_1 = 0$

$28 = 28 + Z_1 \longrightarrow Z_1 = 0$

نلاحظ أن الدقيقة المنبعثة a ليست مادية فهي إشعاع كهرومغناطيسي γ.

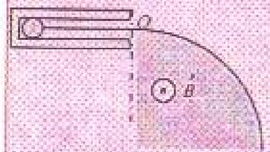
تطبيق 3 انحراف إشعاعات ألفا في حقل مغناطيسي منتظم

كتلة الإلكترون (أو البوزيتون) $m_e = 5,5\times10^{-4}\,u$ و البروتون $m_p = 1,0073\,u$

شحنة الإلكترون $|e| = 1,6\times10^{-19}\,C$ ، كتلة دقيقة α $m_{He} = 4,0015\,u$ ،

$1u = 1,66\times10^{-27}\,Kg$ ، يعطى الجدول التالي:

رادون	بولونيوم	بزموت	رصاص
$_{86}Rn$	$_{84}Po$	$_{83}Bi$	$_{82}Pb$



توضع عينة من البولونيوم في عمق أنبوب من الرصاص، و عند إشعاع هذه العينة فإن الإشعاعات الناتجة تلاقي أثناء خروجها من فتحة الأنبوب (O) حقلا مغناطيسيا منتظما $\vec{B}$ عمودي على مستوى الشكل، و موجه نحو الخارج، فتنحرف فيه حسب المسار المبين بالشكل.

1- ما هي إشارة الشحنة التي تحملها الإشعاعات ؟

2- نقوم بحساب الشحنة الكتلية للدقائق المنبعثة بشكل إشعاعات، فنجدها مساوية القيمة $\frac{q}{m} = 4,82\times10^7\,C/Kg$.

- تعرف على هذه الدقائق من بين الدقائق الموجودة في الجدول.
- اكتب معادلة التحول.

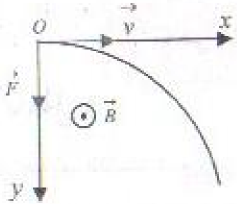
3- يرافق هذا التحول إشعاع آخر لا يتأثر به الحقل المغناطيسي، بين طبيعة هذا الإشعاع.

✓ الحل :

1) إشارة الشحنة q :

داخل الحقل المغناطيسي يخضع الجسيم المشحون إلى قوة كهرومغناطيسية تعطى بقانون لابلاس $\vec{F} = i.\vec{l}\times\vec{B}$

و في وحدة الزمن يكون $i = q$ ، $l = v$ فيكون $\vec{F} = q.\vec{v}\times\vec{B}$



إن انحراف الدقائق يكون نحو الأسفل (جهة القوة $\vec{F}$)

فتكون جهة السرعة $\vec{v}$ حسب قاعدة الأصابع الثلاثة جهة المحور (OX) أي بجهة التيار. فالشحنة $q \rangle 0$.

2) استنتاج طبيعة الدقائق المنبعثة:

الدقائق الثلاثة المحتملة أثناء الانبعاث هي:

- البوزيتون (مضاد البروتون) كتلته $m_e = 5,5\times10^{-4}\,u$ (شحنته e)
- البروتون كتلته $m_p = 1,0073\,u$ و شحنته e
- دقيقة α كتلتها $m_{He} = 4,0015\,u$ و شحنتها $2e$

حيث يكون $\frac{q}{m} = 4,82\times10^7$

يكون في الحالات الثلاثة المحتملة ما يلي:

$$\frac{q}{m} = \frac{e}{m_e} = \frac{1,6\times10^{-19}}{5,5\times10^{-4}\times1,66\times10^{-27}} = 17,5\times10^{10}\,C/Kg$$

$$\frac{q}{m} = \frac{e}{m_p} = \frac{1,6\times10^{-19}}{1,0073\times1,66\times10^{-27}} = 9,57\times10^{7}\,C/Kg$$

$$\frac{q}{m} = \frac{2e}{m_{He}} = \frac{2\times1,6\times10^{-19}}{4,0015\times1,66\times10^{-27}} = 4,82\times10^{7}\,C/Kg$$

نلاحظ أن النسبة المطلوبة توافق دقائق (α). و تكون معادلة التحول بالشكل التالي:

$$^{210}_{84}PO \longrightarrow ^{4}_{2}He + ^{Z}_{A}X$$

$210 = 4 + A \longrightarrow A = 206$

$84 = 2 + Z \longrightarrow Z = 82$

فالنواة المنبعثة تكون للتكليد $^{206}_{82}Pb$

3) طبيعة الإشعاع الذي لا يتأثر به الحقل المغناطيسي:

هو الإشعاع γ لأنه غير مادي و غير مشحون. و ينتج هذا الإشعاع كتحول ثانوي لنواة الرصاص المنبعثة إذا كانت في حالة مثارة حتى تعود إلى استقرارها الطبيعي:

$$^{210}_{84}Pb^* \longrightarrow {}^{210}_{84}Pb + \gamma$$

تطبيق 4 حساب ثابت التحويل الإشعاعي و زمن نصف العمر

تعطى نشاطية عينة من الراديوم بـ $A = 3{,}7\times10^{10}$ تحويل/ ثانية (Bq).

1- احسب ثابت التحويل الإشعاعي λ و زمن نصف العمر $t_{\frac{1}{2}}$ للراديوم

$(Ra = 226\ g.mol^{-1})$.

2- نعتبر عينة من الكوبالت $^{60}_{27}CO$ زمن نصف عمره هو $t_{\frac{1}{2}} = 5{,}2\ ans$

- ما هي كتلة هذه العينة إذا كانت نشاطيتها $a = 0{,}5\ \mu\ Bq$ ؟

✓ الحل:

1) حساب الثابت λ و زمن نصف العمر $t_{\frac{1}{2}}$:

- نشاطية $1g$ من الراديوم تكون مساوية لعدد نوى الذرات المتحولة في الثانية الواحدة:

$$\frac{dN}{dt} = -3{,}7\times10^{10}$$

و يعطى تطور تحول النوى بالمعادلة التفاضلية $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$

ومنه نجد $\lambda = -\frac{1}{N}\frac{dN}{dt}$ ....(I)

N يمثل عدد الذرات المتحولة في العينة في الثانية الواحدة:

$$N = \frac{N_0}{M} = \frac{6{,}02\times10^{23}}{226} \approx 2{,}65\times10^{21}$$

بالتعويض في العلاقة (I) نحصل على ما يلي:

$$\lambda = -\frac{1}{2{,}65\times10^{21}}\times3{,}7\times10^{10} = 1{,}39\times10^{-11}$$

- يعطى زمن نصف العمر بالعلاقة $t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$ فيكون:

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{0{,}693}{1{,}39\times10^{-11}} = 4{,}97\times10^{10}\ S$$

$$= 1{,}58\times10^{3}\ Années$$

2) حساب كتلة العينة بمعلومية نشاطيتها:

- نشاطية العين في الثانية الواحدة $\frac{dN}{dt} = -N\lambda$

فإذا كانت a هي نشاطية العين الكلية فإنه يكون:

ومنه $a\frac{dN}{dt} = -N\frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}$

$$N = a\frac{dN}{dt}\times\frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2}$$

$$= 0{,}5\times10^{-6}\times3{,}7\times10^{10}\times\frac{1{,}638\times10^{8}}{0{,}693} = 4{,}37\times10^{12}$$

إذا كان N_A عدد أفوغادرو و M الكتلة المولية للعنصر المشع فإنه يكون:

$$N = m\ N_A = \frac{m}{M}.N_A$$

ومنه نجد:

$$m = N.\frac{M}{N_A} \approx \frac{4{,}37\times10^{12}\times60}{6\times10^{23}} \approx 4{,}37\times10^{-10}\ g$$

تطبيق 5 استحالة و تطور عينة مشعة

تعطى التكليدات التالية:

$_{88}Ra$ ، $_{87}Fr$ ، $_{86}Rn$ ، $_{85}St$ ، $_{84}Po$ ، $_{83}Bi$ ، $_{82}Pb$

1- التكليد $^{211}_{85}At$ نظير مشع يعطي إشعاعات α.

- اكتب معادلة التحول النووي الحادث.

2- ما هو عدد النوى N_0 الموجودة في عينة من التكليد $^{211}_{85}At$ كتلتها $m = 10^{-5}\ g$ ؟

3- احسب زمن نصف عمر التكليد المذكور علما أنه ينتج $2{,}7\times10^{15}$ دقيقة α خلال الساعة الأولى من إشعاعه للعينة السابقة.

✓ الحل:

1) معادلة التحول:

$$^{211}_{85}At \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{207}_{83}Bi$$

2) إذا كان N_0 هو عدد النوى الموجودة في العينة m فإنه يكون:

$$N_0 = \frac{m}{M} = \frac{10^{-5}\times10^{-3}}{211\times1{,}66\times10^{-24}} = 2{,}855\times10^{16}$$

3) $N(t) = N_0\,e^{t/\tau}$

$$\frac{N(t)}{N_0} = e^{-t/\tau} \longrightarrow \log \frac{N(t)}{N_0} = -\frac{t}{\tau}$$

ومنه نجد $\tau = -\dfrac{t}{\ln \dfrac{N(t)}{N_0}}$

حيث يكون:

$$N(t) = N_0 - N = 2,855\times10^{16} - 2,7\times10^{15} = 2,585\times10^{16}$$

ومنه نجد:

$$\ln\frac{N(t)}{N_0} = \ln\frac{2,585\times10^{16}}{2,855\times10^{16}} = -0,10$$

$$\tau = -\frac{3600}{-0,10} = 36000$$

و من العلاقة $t_{\frac{1}{2}} = \tau \ln 2$ نحصل على ما يلي:

$$t_{\frac{1}{2}} = 36000\times0,693 = 24948\,S = 6,93\,H$$

تطبيق 6 نشاطية عنصر كيميائي مشع

يتكون الربيديوم الطبيعي من النظيرين $^{85}_{37}Rb$ ، $^{87}_{37}Rb$

حيث تكون كتلتاهما الذريتان $84,91\,g.mol^{-1}$ ، $86,91\,g.mol^{-1}$ على الترتيب

فإذا كانت الكتلة الذرية لهذا العنصر هي $84,74\,g.mol^{-1}$.

1- احسب نسبتي وجود هذين النظيرين في الطبيعة.

2- النظير 87 عنصر مشع يمكن لنواة ذراته أثناء الإشعاع التحول إلى النواة $^{87}_{38}Sr$.

- اعط معادلة هذا التفاعل.

3- احسب نشاطية مقدار $1\,g$ من النظير $^{87}_{37}Rb$ علما أن دورية هذا العنصر (زمن نصف العمر) هي 47 مليار سنة.

✓ الحل :

1) نسبتا وجود النظيرين $^{85}_{37}Rb$ ، $^{87}_{37}Rb$ ،

إذا كانت x ، y هما النسبتان المطلوبتان على الترتيب فإنه يكون:

$$x + y = 100 \;........... (1)$$

و تعطى الكتلة الذرية المتوسطة للعنصر الطبيعي كما يلي:

$$85,47 = 84,91\,x + 86,91\,y \;.......... (2)$$

بحل المعادلتين (1) ، (2) نحصل على ما يلي:

$y = 0,28$ ، $x = 0,72$

2) تحول النظير $^{87}_{38}Rb$ ،

$$^{87}_{38}Rb \longrightarrow {}^{87}_{38}Sr + {}^{A}_{Z}a$$

يعطي قانونا انحفاظ الشحنة، و انحفاظ عدد النيكليونات ما يلي:

$$87 = 87 + A \longrightarrow A = 0$$

$$87 = 38 + Z \longrightarrow Z = -1$$

فالدقيقة المنبعثة $^{A}_{Z}a$ هي إشعاع β^- ، $^{0}_{-1}e$

و هذا التحول يرافقه في الحقيقة دقيقة نيوترينو $\bar{v}$ ،

$$^{87}_{38}Rb \longrightarrow {}^{87}_{38}Sr + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{v}$$

3) نشاطية العينة $A = -\dfrac{dN}{dt} = \lambda N$

$$t_{\frac{1}{2}} = 47\times10^{9}\times365\times86400 = 1,48\times10^{18}\,S$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} = 4,65\times10^{-19}\,S^{-1}$$

كتلة النواة الواحدة هي $\dfrac{86,91}{6\times10^{23}} = 14,5\times10^{-23}\,g$

عدد النوى $\dfrac{1}{14,5\times10^{-23}} = 6,9\times10^{21}$

- النشاطية $A = \lambda . N \approx 4,65\times10^{-19}\times6,9\times10^{21} \approx 3200\,Bq$

تطبيق 7 دراسة عينة مشعة من الفوسفور

الفوسفور $^{32}_{15}P$ عنصر مشع باعث للإشعاعات β^- .

1- اكتب معادلة التحول أثناء الإشعاع.

2- علما أن زمن نصف عمر $t_{\frac{1}{2}}$ للفوسفور $^{32}_{15}P$ هو 14,3 يوم.

- أوجد العلاقة الموجودة بين $t_{\frac{1}{2}}$ و ثابت الإشعاع λ ، احسب قيمة λ .

3- احسب بوحدة الغرام (g) كتلة عينة m من الفوسفور $^{32}_{15}P$ لها نشاطية قدرها $1,20\times10^{16}\,Bq$. ماذا يصبح تركيب هذه العينة بعد 30 يوم؟

✓ الحل :

1) معادلة تحول الفسفور $^{32}_{15}P$ ،

$$^{32}_{15}P \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{v}$$

$$32 = A + 0 \longrightarrow A = 32$$

$$15 = Z - 1 \longrightarrow Z = 16$$

فالنواة المنبعثة $^{32}_{16}X$ هي $^{32}_{16}S$ حسب الجدول الدوري للعناصر.

2) إيجاد علاقة $t_{\frac{1}{2}}$ ، λ :

من قانون التناقص الإشعاعي $N = N_0\, e^{-\lambda t}$ يكون:

من أجل $t = t_{\frac{1}{2}}$ يكون $N = \frac{N_0}{2}$ بالتعويض نجد:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \longrightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}}$$

بأخذ لوغاريتم الطرفين نجد:

$$\ln\frac{1}{2} = \ln e^{-\lambda t_{1/2}} \quad \text{أي أن} \quad \ln\frac{1}{2} = -\lambda\, t_{\frac{1}{2}}$$

ومنه $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}$

من أجل $t_{\frac{1}{2}} = 14{,}3\ j$ يكون:

$$t_{\frac{1}{2}} = 14{,}3 \times 24 \times 3600 = 1235520\ S$$

$$\lambda = \frac{0{,}69}{1235520} \approx 5{,}6\times10^{-7}\ S^{-1}$$

3) حساب الكتلة m للعينة ذات النشاطية $A = 1{,}20\times10^{16}\ Bq$:

تعطى نشاطية العينة التي تحتوي على N ذرة متحولة بالعلاقة:

$$A = -\frac{dN}{dt} = -\lambda\, N_0\, e^{-\lambda t} = \lambda . N$$

في اللحظة $t = 0$ يكون عدد الذرات النشيطة هو :

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{1{,}20\times10^{16}}{5{,}6\times10^{-7}} = 2{,}138\times10^{22}$$

و تكون كمية المادة الموافقة:

$$n = \frac{N_0}{N_A} = \frac{2{,}138\times10^{22}}{6{,}02\times10^{23}} = 3{,}55\times10^{-2}\ mol$$

إذا كانت الكتلة الذرية المولية لعنصر الفوسفور هي:

$M = 32\times10^{-2}\ g.mol^{-1}$ فإنه يكون:

$$m = n . M = 3{,}55\times10^{-2}\times 32 = 1{,}137\ g$$

و هي كتلة العينة المشعة في اللحظة $t = 0$.

في اللحظة t يكون عدد الذرات المشعة المتبقية هو $N = N_0\, e^{-\lambda t}$

ومنه يكون:

$$t = 30\ j = 30\times24\times3600 = 2592000\ S$$

$$\lambda t = 5{,}6\times10^{-7}\times 25{,}92\times10^{-5} = 1{,}452$$

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-1{,}452} = 0{,}234$$

ومنه النتيجة التالية:

- النسبة المئوية للذرات المتبقية من الفوسفور:

$$^{32}_{15}P : \frac{N}{N_0}\times100 = 23{,}3\,\%$$

- النسبة المئوية للذرات الناتجة:

$$^{32}_{16}S : 100 - 23{,}3 = 76{,}7\,\%$$

تطبيق 8 — دراسة استحالة منبع مشع

يتكون منبع نقطي للإشعاعات من الكوبالت $^{60}_{27}Co$ موضوع أمام عداد يقوم بتسجيل النبضات الطاقوية الناتجة عن التحولات الإشعاعية لهذا المنبع المشع مردود التسجيل هو $5\,\%$.

1- يسجل العداد مقدار 3×10^5 نبضة في الدقيقة.

- ما هي نشاطية هذا المنبع ؟ عبر عن النتيجة بـ نبضة / ثانية (P/S) .

2- علما أن زمن نصف الحياة الإشعاعية للنكليد $^{60}_{27}Co$ هو $t_{\frac{1}{2}} = 5{,}2\ ans$.

- ماذا تصبح نشاطية هذا المنبع بعد عشرين سنة ؟

3- احسب كتلة النكليد $^{60}_{27}Co$ المشكلة للمنبع في اللحظة $t = 0$ ، ثم أوجد قيمتها بعد عشرين سنة.

(يعطى: عدد أفوغادرو $N \approx 6\times10^{23}$).

✓ الحل :

1) حساب نشاطية المنبع:

لا يتلقى المنبع سوى $5\,\%$ من الإشعاعات الناتجة عن التحول لأنها تنتشر في جميع الاتجاهات فيكون:

- عدد النبضات الحقيقية التي يرسلها المنبع هي:

$$3\times10^5\times\frac{100}{5} = 12\times10^6\ P/Min$$

فتكون نشاطية المنبع هي عدد التحولات (النبضات) في الثانية الواحدة:

$$A_0 = \frac{12\times10^6}{60}\, 0{,}20\times10^6\ P/S$$

2) حساب نشاطية المنبع بعد عشرين سنة:

$$N = N_0\, e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dN}{dt} = -N_0\, e^{-\lambda t} = -\lambda N$$

لما $t = t_{\frac{1}{2}}$ يكون $N = \frac{N_0}{2}$ نحصل على العلاقة:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{0{,}69}{5{,}2} = 13{,}27 \times 10^{-2}\ Ans$$

- و إذا عبرنا عن الزمن بالثواني يكون:

$$1\ ans = 3{,}15 \times 10^{7}\ S$$

$$t_{\frac{1}{2}} = 5{,}2 \times 3{,}15 \times 10^{7} = 16{,}38 \times 10^{7}\ S$$

$$\lambda = \frac{0{,}69}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{0{,}69}{16{,}38 \times 10^{7}} = 4{,}21 \times 10^{-9}\ S^{-1}$$

- بعد عشرين سنة تصبح النشاطية:

$$|A| = \lambda N$$

حيث $N = N_0\, e^{-\lambda t}$. ومنه $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$

عدد النوى N (أو N_0) يتناسب مع النشاطية الموافقة فيكون:

$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$ ومنه نجد:

$$A = A_0\, e^{-\lambda t}$$

$$= 0{,}20 \times 10^{6}\, e^{-0{,}132 \times 20} = 0{,}20 \times 10^{6} \times 7{,}88 \times 10^{-2}$$

$$= 15{,}76 \times 10^{3}\ Bq$$

3) حساب الكتلة الابتدائية m_0 و الكتلة بعد عشرين سنة:

لما $t = 0$ يكون

$$|A| = \lambda . N_0$$

$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{0{,}20 \times 10^{6}}{4{,}21 \times 10^{-9}} = 4{,}75 \times 10^{13}$. ومنه يكون:

- عدد المولات الموافقة هو:

$$n = \frac{N_0}{N_A} = \frac{4{,}75 \times 10^{13}}{6 \times 10^{23}} = 0{,}79 \times 10^{-10}\ mol$$

- الكتلة الابتدائية هي:

$$m_0 = n \times M = 0{,}79 \times 10^{-10} \times 60 = 47{,}4 \times 10^{-10}\ g$$

و بعد عشرين سنة تصبح الكتلة m بحيث يكون $\frac{m}{m_0} = \frac{A}{A_0}$

ومنه $m = m_0 \frac{A}{A_0} = 47{,}4 \times 10^{-10} \times \frac{15{,}76 \times 10^{3}}{0{,}20 \times 10^{6}} = 3{,}73 \times 10^{-10}\ g$

تطبيق 9 استعمال الكربون ^{14}C لتحديد عمر كائن مندثر

في الطبقات الجوية العليا المحيطة بالأرض يتحول الآزوت $^{14}_{7}N$ إلى الكربون $^{14}_{6}C$ بالتقاطه لنيترون موجود في الإشعاعات الكونية.

1- اكتب معادلة هذا التحول النووي.

2- علما أن الكربون $^{14}_{6}C$ مشع، اكتب معادلة تحوله.

3- تمتص النباتات الحية الكربون $^{14}_{6}C$ ضمن غاز ثنائي أكسيد الكربون بنسبة معينة، و عند موتها تتوقف عملية الامتصاص هذه. نصف الحياة الإشعاعية لهذا النظير هي $t_{\frac{1}{2}} = 90\ Années$.

نعتبر عينة من الخشب القديم تعطي 197 تحويل / دقيقة، في حين أن عينة أخرى لها نفس الكتلة من الخشب الحديث تعطي 1350 تحويل/ دقيقة.

- ما هو عندئذ عمر الخشب القديم ؟

✓ الحل :

1) معادلة تحول الآزوت الجوي:

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}H$$

2) معادلة تحول النظير $^{14}_{6}C$ ،

$$^{14}_{6}C \longrightarrow ^{0}_{-1}e + ^{14}_{7}N + + ^{0}_{0}\bar{\nu}$$

3) تحديد عمر عينة الخشب القديمة:

إذا كان N_0 هو عدد ذرات الكربون في العينة الحديثة، N هو العدد في العينة القديمة فإنه يكون:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{197}{1350}$$

لأن عدد التحويلات الحادثة في الدقيقة يكون متناسبا مع عدد الذرات المتحولة.

من علاقة التناقص الإشعاعي $N = N_0\, e^{-\lambda t} = N_0\, e^{-t/\tau}$

يكون بوضع $\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln}$ ما يلي:

$$N = N_0\, e^{-\frac{\ln 2\, t}{t_{1/2}}} = N_0\, e^{-\frac{0{,}69\, t}{t_{1/2}}}$$

ومنه يكون $\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{0{,}69\, t}{t_{1/2}}}$

بأخذ لوغاريتم الطرفين نجد ، $\ln \frac{N}{N_0} = -\frac{0{,}69\, t}{t_{1/2}}$

بالتعويض حسب ما سبق يكون:

$$\ln \frac{197}{1350} = -\frac{0{,}69\, t}{t_{1/2}}$$

$$-1{,}92 = -\frac{0{,}69\, t}{t_{1/2}}$$

ومنه نجد $t = \frac{1{,}92 \times t_{1/2}}{0{,}69} = \frac{1{,}92 \times 5590}{0{,}69} \approx 1{,}56 \times 10^4\ ans$

فعمر عينة الخشب القديم يكون مساويا تقريبا 15600 عام.

تمارين و مسائل

1 فيما يلي مجموعة من التحولات النووية. أوجد في كل تحول العدد الكتلي A و العدد الشحني Z للنكليد المتشكل، و بين طبيعة الدقيقة المنبعثة a.

1) $^{238}_{92}U \longrightarrow ^{A}_{Z}Th^{*} + ^{4}_{2}He$

2) $^{A}_{Z}Th^{*} \longrightarrow ^{A}_{Z}X + \gamma$

3) $^{A}_{Z}X \longrightarrow ^{32}_{16}S + ^{0}_{-1}e$

4) $^{12}_{7}N \longrightarrow ^{12}_{6}C + a$

5) $^{14}_{6}C \longrightarrow ^{14}_{7}N + a$

2 عند قذف نواة الألمنيوم $^{27}_{13}Al$ بدقائق α يتشكل الفوسفور $^{30}_{15}P$ مع دقيقة منبعثة a.

1- أوجد طبيعة هذه الدقيقة.

2- يشع الفوسفور المذكور ليعطي السيليسيوم $^{30}_{14}Si$ و دقيقة أخرى b.

- أوجد طبيعة هذه الدقيقة، اعط شحنتها q.

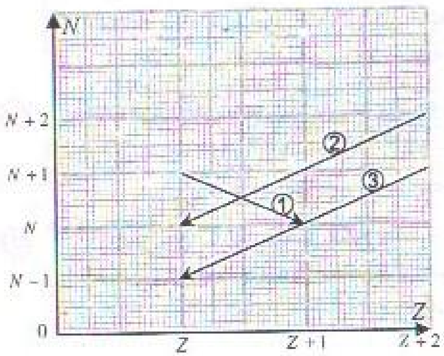
الجواب :

$q = +1{,}6 \times 10^{-19}\ C$

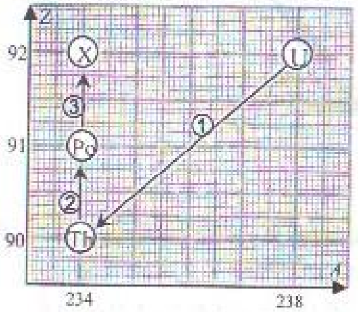
3 * يبين الشكل الجانبي مخططا لاستحالة بعض النوى المشعة. حيث، Z هو العدد الشحني للعنصر الموافق، و N عدد النيترونات.

1- بين طبيعة التحولات الثلاثة، ①، ②، ③ التي تظهر على البيان.

2- علما أن $Z = 86$ و $N = 137$ أوجد هوية التكليدين، $^{A_1}_{Z_1}X$ ، $^{A_2}_{Z_2}X$ المشكلين لبداية و نهاية التحول ③.



4 * يعطي الشكل المرفق العددين الذري Z و الكتلي A لبعض العناصر المشعة.



1- اكتب بالشكل $^{A}_{Z}Y$ العناصر الثلاث U ، Th ، X.

- ما طبيعة العنصر X ؟

2- اكمل المعادلة التالية:

$$U \longrightarrow Th + {}^{A_1}_{Z_1}a$$

- ما طبيعة العنصر a الناتج في هذا التحول ؟

3- اكتب معادلة التحولين ① ، ③ اللذان يظهران على البيان، مبينا طبيعة هذا التحول.

---

5 * من بين النوى التالية، بين تلك التي تكون في حالة استقرار تام والتي تكون قلقة :

$^{235}_{92}U$ ، $^{238}_{92}U$ ، $^{13}_{6}C$ ، $^{12}_{6}C$ ، $^{27}_{13}Al$ ، $^{60}_{28}Ni$ ، $^{60}_{27}Co$ ، $^{4}_{2}He$

---

6 ميز من بين التحولات النووية التالية، النشاط الإشعاعي الطبيعي :

1) $^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{1}_{1}H + ^{14}_{6}C$

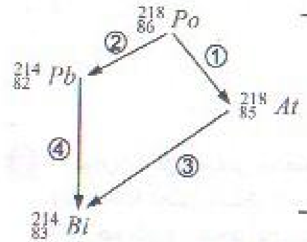
2) $^{14}_{6}C \longrightarrow ^{14}_{7}N + ^{0}_{-1}e$

3) $^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{4}_{2}He + ^{7}_{3}Li$

4) $^{238}_{92}U \longrightarrow 8\,^{4}_{2}He + 6\,^{0}_{-1}e + ^{206}_{82}Pb$

---

7 * يبين المخطط الجانبي بعض التحولات الإشعاعية لبعض الفصائل المشعة.



1- بين طبيعة التحولات المرفقة ① ، ② ، ③ ، ④.

2- اكتب معادلة التحول النووي لكل حالة.

---

8 اكتب فوق كل سهم مما يلي نوع التحول النووي الموافق (γ ، β^+ ، β^- ، α) :

$$^{230}_{90}Th \longrightarrow ^{230}_{90}Th^* \longrightarrow ^{226}_{88}Ra^* \longrightarrow ^{222}_{86}Rn$$

---

9 ** - الكربون $^{14}_{6}C$ عنصر مشع نصف حياته الإشعاعية هي $t_{1/2} = 5700\ Ans$

- احسب متوسط حياته الإشعاعية، و ثابت تحوله (λ).

الجواب :

$\tau = 2{,}59 \times 10^{11}\ S$ ، $\lambda = 3{,}86 \times 10^{-12}\ S^{-1}$

---

10 * يوجد النحاس الطبيعي بشكل خليط من النظيرين ^{63}Cu ، ^{65}Cu بنسبتين مختلفتين.

الكتلة المولية الذرية المتوسطة للنحاس هي $63{,}6\ g.mol^{-1}$.

فإذا كانت الكتلتان الذريتان للنظيرين المذكورين هما على الترتيب $63\,u$ ، $65\,u$.

فأوجد نسبتيهما في النحاس الطبيعي.

الجواب :

$^{65}Cu\,\% = 30$ ، $^{63}Cu\,\% = 70$

---

11 * بين فيما يلي النوى التي تستطيع إصدار الإشعاع β^- و التي تستطيع إصدار الإشعاع β^+ :

$^{15}_{30}P$ ، $^{32}_{15}P$ ، $^{210}_{83}RaE$ ، $^{60}_{28}Ni$ ، $^{19}_{10}Ne$ ، $^{60}_{70}Co$

---

12 * يتكون البوتاسيوم الطبيعي من النظيرين $^{39}_{19}K$ ، $^{41}_{19}K$ بالنسبتين $93{,}26\,\%$ ، $6{,}74\,\%$ على الترتيب. فإذا كانت الكتلتان الموليتان لهما على الترتيب هما: $38{,}96\ g.mol^{-1}$ ، $40{,}96\ g.mol^{-1}$.

1- هل تكون نواتي النكليدين المذكورين مستقرتين ؟

2- احسب الكتلة الذرية المولية المتوسطة للبوتاسيوم الطبيعي.

---

13 * تتحول نواة اليورانيوم $^{235}_{92}U$ بالإشعاع إلى النواتين $^{98}_{38}Sr$ ، $^{139}_{54}Xe$.

1- ما التحول الذي تقوم به ذرة اليورانيوم ؟

2- هل تكون النواتان الناتجتان عن هذا التحول مشعتين ؟ علل.

---

14 * نعتبر النظائر التالية، $^{16}_{8}O$ ، $^{56}_{26}Fe$ ، $^{80}_{35}Br$ ، $^{109}_{47}Ag$ ، $^{127}_{53}I$ ، $^{206}_{82}Pb$

1- اعط تركيب كل نواة.

2- ارسم بيان الدالة $\frac{A}{Z} = f(A)$ لهذه النكليدات. ماذا تلاحظ ؟

---

15 ** السيزيوم 137 عنصر كيميائي مشع، ثابت الزمن له هو $\tau = 43{,}3\ Ans$. في اللحظة $t = 0$ يكون عدد النويات المشعة غير المتحولة هو $N_0 = 4{,}1 \times 10^{14}$.

1- أوجد زمن نصف عمر السيزيوم $t_{1/2}$.

2- في أية لحظة يكون العدد N_0 ،

- مقسوما على 2 ؟ على 4 ؟ على 8 ؟

3- احسب ثابت الإشعاع λ .

4- احسب نشاطية السيزيوم في اللحظة $t = 2\,h$ ؟

الجواب :

1. $t_{\frac{1}{2}} = 30\ Ans$

2. $30\ Ans$ ، $60\ Ans$ ، $120\ Ans$

3. $\lambda = 7{,}32\times10^{-10}\ S^{-1}$

4. $A_0 = 3\times10^{5}\ Bq$ ، $A(2\ h) \approx A_0$

16 ***

البزموت $^{212}_{83}Bi$ نكليد مشع باعث لإشعاعات α ، زمن نصف حياته الإشعاعية $t_{\frac{1}{2}} = 60\ Min$. أثناء تحول النوى و انبعاث الإشعاعات المذكورة، يكون هناك انبعاث مرافق لإشعاعات γ .

1- اكتب معادلتي التحولين المعبرين عن هذه الإشعاعات.

2- احسب ثابت الإشعاع λ .

3- نعتبر عينة من البزموت تنتج $1{,}88\times10^{17}$ تحويلا خلال $6\ S$.

ا) ما هي نشاطية هذه العينة في لحظة قياس معدل هذه التحولات ؟

ب) استنتج متوسط عدد النوى N المشعة في تلك اللحظة.

ج) أوجد الكتلة المتوسطة للبزموت ^{212}Bi الموجود في العينة.

د) احسب حجم الهليوم الناتج خلال دقيقة في الشرطين النظاميين، إذا فرضنا أن نشاطية العينة تبقى ثابتة.

4- ا) ماذا تصبح عليه نشاطية العينة المذكورة بعد مرور ساعة واحدة ؟ ثم بعد يوم واحد ؟

ب) ماذا تصبح النشاطية بعد $60\ h$ ؟

(يعطى: $u = 1{,}66054\times10^{-27}\ Kg$ ، $M(Bi) = 210\ u$)

الجواب :

2. $\lambda = 1{,}95\times10^{-4}\ S^{-1}$

3. ا) $A = 3{,}1\times10^{16}\ Bq$ ب) $N = 1{,}6\times10^{20}$

ج) $m = 56\ mg$ د) $V = 70\ Cm^3$

4. ا) $A(1\ h) = 1{,}5\times10^{16}\ Bq$ ، $A(1\ j) = 1{,}9\times10^{8}\ Bq$

ب) $A(60\ h) = 1{,}7\times10^{-2}\ Bq$

17 ***

1- في طبقات الجو العليا يحدث تفاعل نووي بين نواة الأزوت $^{14}_{7}N$ و نيترون $^{1}_{0}n$ فتتشكل نتيجة لذلك نواة الكربون $^{14}_{6}C$ المشع الذي يكون نظيرا للكربون $^{12}_{6}C$.

- اكتب معادلة هذا التحول، و بين طبيعة الإشعاع المنبعث.

2- تتحول النواة $^{14}_{6}C$ بالإشعاع β^- .

- اكتب معادلة التحول، و أوجد نواة النكليد $^{A}_{Z}X$ الناتجة.

3- تمتص الكائنات الحية النظير المشع $^{14}_{6}C$ أثناء أخذها ثنائي أكسيد الكربون، فإذا كان زمن نصف عمر هذا النظير هو $t = 5570\ Ans$ الموافق لنفس النظير ^{12}C ، فاحسب الزمن اللازم كي يتناقص النظير $^{14}_{6}C$ الموجود بشجرة ميتة إلى النصف.

4- بمقارنة عينتين من الخشب تحتويان على نفس كمية الكربون، الأولى مأخوذة من الهيكل الخشبي لأحد قبور الفراعنة، و الثانية مأخوذة من شجرة حية. نجد باستعمال

كاشف الإشعاعات أن نسبة التحويلات المنبعثة منهما هي $r = 0{,}56$.

فإذا كانت هذه التحولات تتناسب في كل منهما مع عدد ذرات الكربون المتحولة في لحظة معينة. فاستنتج عمر عينة الخشب المستعملة في القبر المذكور.

الجواب :

3. $t = t_{\frac{1}{2}} = 5570\ Ans$

4. $t = 4660\ Ans$

18 **

اليود 131 عنصر مشع نصف حياته الإشعاعية $8{,}1\ j$.

1- احسب ثابت الإشعاع λ و ثابت الزمن τ لهذا العنصر.

2- في اللحظة $t = 0$ تبدأ عينة من اليود بالإشعاع حيث يكون عدد النوى الابتدائية المشعة هي $N_0 = 2{,}2\times10^{11}$.

ا) أعط عبارة عدد النويات $N(t)$ المتبقية في لحظة معينة بدلالة الزمن.

ب) احسب قيمة $N(t)$ من أجل $t = 30\ j$

ج) احسب قيمة $N(t)$ من أجل $t = 1\ An$. ماذا تستنتج ؟

3- احسب نشاطية العينة المذكورة.

ا) في اللحظة $t = 0$.

ب) في اللحظة $t = 30\ j$.

الجواب :

1. $\lambda = 9{,}9\times10^{-7}\ S^{-1}$ ، $\tau = 11{,}7\ j$

2. ا) $N(30\ j) = 6\times10^{6}$ ب) $N(An) < 1$

3. ا) $A_0 = 2{,}2\times10^{5}\ Bq$ ب) $A = 1{,}7\times10^{4}\ Bq$

الدرس 2

الانشطار والاندماج النوويان

تمهيد

منذ مطلع القرن العشرين استمرت الكشوف العلمية العملية أربعين سنة قبل أن يصبح بالإمكان مجرد التفكير في السيطرة على هذا النوع من التحولات النووية.

في عام 1942 تم تشغيل أول مفاعل نووي ذري. وفي 6 اوت 1945 ألقيت أولى القنبلتين الذريتين على "هيروشيما" و بعدها بثلاثة أيام ألقيت الأخرى على "ناكازاكي" في اليابان، فقتلت هاتان القنبلتان 125 ألف شخص و أدتا إلى استسلام اليابان على الفور.وقد تم استغلال الطاقة الذرية في المجالات الحربية و الطبية و حتى الزراعية وأقيمت منشآت ضخمة للمفاعلات النووية والتي تقوم أساسا على عملية الانشطار أو الاندماج النوويين.

و من التسمية نلاحظ انه يوجد فرق بينهما من حيث المبدأ الأساسي أو من حيث الاستخدام، وأن إحدى هذه العمليات تتم على نواة ذرة واحدة و الأخرى تتم بين نواتي ذرتين.

من هنا نتساءل ما هو الانشطار النووي ؟ ما هو الاندماج النووي؟ ما ينتج عنهما؟ و ما الفرق بينهما؟ و فيما تتمثل استخداماتهما؟ و ما هي مخلفاتهما؟

سنتعرض بالتفصيل لكل هذه التساؤلات خلال درسنا هذا محاولين تبسيطه و إزالة الغموض الذي نلمحه لدى كل مبتدئ في هذا النوع من الدراسات.

1 التكافؤ (كتلة ـ طاقة)

1 - 1 علاقة " أنشتاين"


Albert Einstein
(1879 - 1955)

رأينا في دروس السنة الثانية ثانوي أن للطاقة أشكال مختلفة ويمكنها أن تتحول من شكل إلى آخر. وأن هذه التحولات لا يرافقها ضياع في الطاقة، فإذا اختفى جزء من هذه الطاقة فلا بد أن يكون موجودا على شكل آخر، فالطاقة تكون دوما محفوظة.

و قد بين العالم " ألبرت أنشتاين " في عام 1905 بدراساته المعروفة أن كتلة الدقيقة المادية يمكن أن تزداد إذا ازدادت سرعتها و أصبحت تقارب سرعة الضوء $(C = 3\times10^8\ m/S)$ نتيجة زيادة طاقتها الحركية. و قد عمم ذلك بقوله كما يلي :

1- كل تغير في طاقة جملة مادية يرافقه تغير في كتلة تلك الجملة.

2- إن تغير طاقة الجملة يساوي جداء تغير الكتلة المرافق في مربع سرعة الضوء $\Delta E = \Delta m . C^2$

و نتيجة لذلك يمكننا أن نذكر مبدأ انحفاظ (الكتلة - طاقة) كما يلي:

مبدأ الانحفاظ (كتلة - طاقة):

في جملة مادية معزولة فيزيائيا تبقى (الكتلة - طاقة) محفوظة مهما طرا عليها من تحولات، سواء كانت هذه التحولات مادية أو طاقوية. فظهور طاقة معينة يرافقه نقصان في الكتلة قدره $\Delta m = \dfrac{\Delta E}{C^2}$

تعميم - الطاقة السكونية (الطاقة الكتلية)

لقد بين " أنشتاين " أن الكتلة والطاقة هما مفهومان لشيء واحد (الكتلة - طاقة) ، إذ يمكن للكتلة أن تتحول إلى طاقة ويمكن حدوث العكس. و من أجل ذلك فإنه؛
قام بوضع العلاقة العامة بين الكتلة و الطاقة بالشكل التالي؛
كل جسيم مادي كتلته m يملك في حالة السكون طاقة E_0 تعطى بالعلاقة التالية؛

$$E_0 = m . C^2$$

1 - 2 وحدات الطاقة

الوحدة الأساسية للطاقة هي الجول (J) .

و هناك وحدات خاصة تستعمل في الفيزياء الذرية و النووية هي الإلكترون فولط (eV)

و الميغا إلكترون فولط $(M\ eV)$. فما هو الإلكترون فولط ؟

الإلكترون فولط (eV) هو مقدار الطاقة الحركية المكتسبة من طرف إلكترون واحد عندما يجتاز حقلا كهربائيا الفرق في الكمون بين طرفيه فولطا واحدا، وينتج ؛

إن الطاقة الحركية المكتسبة تكون نتيجة تحول طاقة كهربائية في لحظة معينة t ؛ $E = U.I.t$

بوضع $q = I\,t$ الشحنة يكون $E = U.q$

و بوضع $q = |e| = 1{,}60 \times 10^{-19}\,C$ ، $u = 1V$ يكون حسب التعريف،

$$1\,eV = 1{,}60 \times 10^{-19}\,J$$

و حيث أن $MeV = 10^6\,eV$ نحصل على،

$$1\,MeV = 1{,}60 \times 10^{-13}\,J$$

و حسب علاقة التكافؤ (كتلة - طاقة) فإنه يمكن إيجاد المكافئ الطاقوي لوحدة الكتل الذرية u كما يلي:

$$1\,u = 1{,}66055 \times 10^{-27}\,Kg$$

$$E_0 = m\,.C^2 = 1{,}66055 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16} \approx 14{,}945 \times 10^{11}\,J$$

وحيث أن $1\,MeV = 1{,}60 \times 10^{-13}\,J$

فإننا نحصل على القيمة التقريبية للمكافئ الطاقوي لوحدة الكتل الذرية:

$$1\,u \approx 931{,}5\,MeV$$

تمرين تدريبي

تعطى كتل الدقائق المشكلة للذرة بما يلي:

$m_e = 5{,}4858 \times 10^{-4}\,u$ ، $m_P = 1{,}00728\,u$ ، $m_N = 1{,}00866\,u$.

- أوجد الطاقة الكتلية لهذه الجسيمات بوحدة MeV .

✓ الحل :

باستعمال النتيجة المحصل عليها سابقا $1\,u \approx 931{,}5\,MeV$ نحصل على،

$$E_{0\,e} = 5{,}4858 \times 10^{-4} \times 931{,}5 = 0{,}511\,MeV$$

$$E_{0\,P} = 1{,}00728 \times 931{,}5 \approx 938{,}3\,MeV$$

$$E_{0\,N} = 1{,}00866 \times 931{,}5 \approx 939{,}6\,MeV$$

2 - استقرار النوى – النقص في الكتلة

2 - 1 النقص في كتلة النواة

إن نواة النكليد $^A_Z X$ تتكون من Z بروتون و $(A-Z)$ نيترون فيكون،

كتلة النواة $^A_Z X$ = كتلة Z بروتون + كتلة $(A-Z)$ نيترون.

إلا أنه قد وجد أن هذه المساواة غير محققة عمليا بسبب أن مجموع كتل الجسيمات المشكلة للنواة يكون أكبر بقليل من كتلة النواة نفسها، و يدعى هذا الفرق بالنقص في الكتلة:

$$\Delta m = Zm_p + (A-Z)\,m_n - m_X$$

مثال - ◆

في نواة الهليوم ^4_2He :

- كتلة النواة هي $m_{He} = 4{,}0015\,u$
- كتلة البروتونات $Zm_p = 2 \times 1{,}00728 = 2{,}01456\,u$
- كتلة النيترونات $(A-Z)\,m_n = 2 \times 1{,}00866 = 2{,}01732\,u$
- النقص في الكتلة $\Delta m_{He} = Zm_p + (A-Z)\,m_n - m_{He}$

$$= 2{,}01456 + 2{,}01732 - 4{,}0015 = 0{,}03038\,u$$

و هذا النقص يوافق النسبة المئوية التالية $\dfrac{0{,}03038}{4{,}0015} \times 100 \approx 0{,}8\,\%$

- فأين ذهب الجزء الناقص من الكتلة ؟

2 - 2 طاقة الربط النووي

لقد فسر العالم أنشتاين النقص في كتلة النواة بواسطة علاقته $E = m\,.C^2$ ،

فالجزء الناقص من الكتلة يكافئ طاقة معينة $\Delta E = \Delta m\,.C^2$

تدعى بطاقة الربط النووي E_l ، و هي الطاقة اللازم توفرها كي ترتبط النيكلونات مع بعضها مشكلة النواة $^A_Z X$ و يكون:

- الطاقة الابتدائية للنيكلونات $[Zm_p + (A-Z)\,m_n]\,.C^2$
- طاقة النواة المتشكلة $m_X\,.C^2$

يعطي قانون انحفاظ الطاقة ما يلي:

$$[Zm_p + (A-Z)\,m_n]\,.C^2 = m_X\,.C^2 + E_l$$

- فطاقة الربط النووي E_l هي الطاقة المتحررة أثناء ارتباط النيكلونات الساكنة مع بعضها لتشكيل النواة $^A_Z X$.

و يمكن أيضا تعريف هذه الطاقة بالعملية المعاكسة، فهي الطاقة الواجب توفرها لتفريق النواة $^A_Z X$ إلى بروتونات ونيترونات.

تمرين تدريبي

نواة ذرة الهليوم ^4_2He .

بالرجوع إلى الكتل السكونية لهذه النواة و الجسيمات المكونة لها، أحسب طاقة الربط النووي لها و كذلك لكل نيكليون بوحدة الجول، ثم eV ، ثم MeV .

✓ الحل :

بالرجوع إلى المثال السابق يكون،

- النقص في الكتلة $\Delta m_{He} = 0{,}03038\,u$

$= 0,03038\times1,66\times10^{-27} = 0,0504\times10^{-27}\ Kg$

- طاقة الربط النووي $E_l = \Delta m . C^2$

$= 0,0504\times10^{-27}\times(3\times10^8)^2 = 0,4536\times10^{-11}\ J$

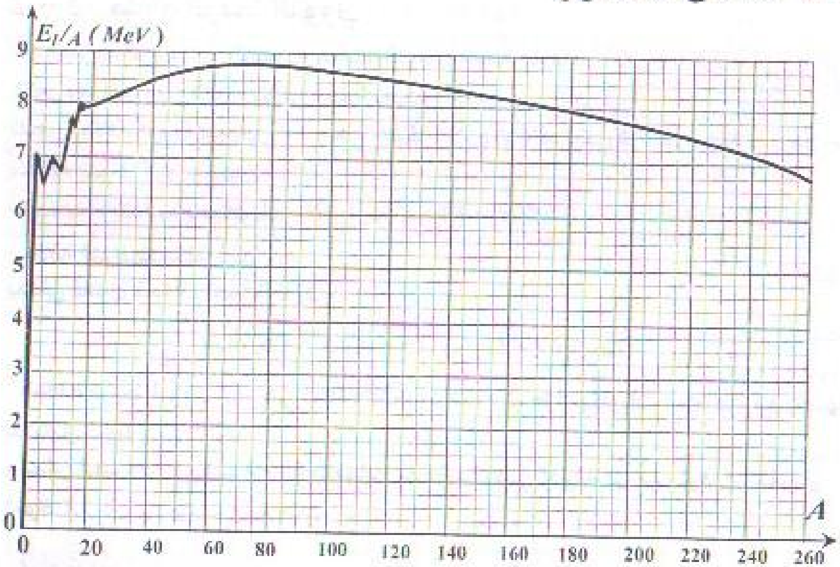
و حيث أن $1\,eV \to 1,6\times10^{-19}\ J$ يكون

$$E_l = \frac{0,4536\times10^{-11}}{1,6\times10^{-19}} = 0,2835\times10^8\ eV$$

و حيث أن $1\,MeV = 10^6\ eV$ فيكون $E_l = \frac{0,2835\times10^8}{10^6} = 28,35\ MeV$

- طاقة التماسك للنيوكليون الواحد $\frac{E_l}{A} = \frac{28,35}{4} \approx 7,09\ MeV$

2 - 3 منحنى الاستقرار



تبين الدراسات التجريبية لمختلف النوى، أن النواة تكون أكثر استقرارا كلما كانت طاقة الربط النووي للنيكليون الواحد $\frac{E_l}{A}$ أكثر كبرا. و معظم ذرات العناصر الطبيعية مستقرة لأن طاقة الربط للنيكليون كبيرة و تقارب $8\ MeV$.ففي العناصر التي يقارب عددها الكتلي 60 تكون حوالي $8,6\ MeV$ و هي القيمة العظمى.ثم تتناقص بالنسبة للعناصر الأكبر حتى اليورانيوم. اما في حالة النوى القلقة غير المستقرة فتكون هذه الطاقة أقل من القيمة الخاصة للنواة المستقرة وهذه العناصر هي المشعة.

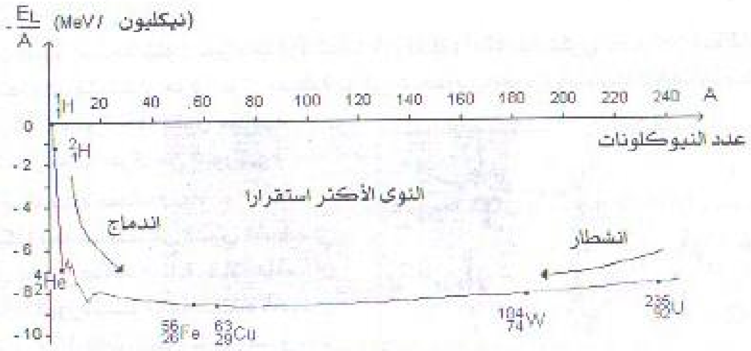
يبين الشكل-1 التمثيل البياني للدالة $\frac{E_l}{A} = f(A)$.

مثال -

- طاقة الربط النووي للنيوكليون الواحد في نواة اليورانيوم $^{238}_{92}U$ هي $\frac{E_l}{A} = 7,57\ MeV$
- و في نواة الحديد $^{56}_{26}Fe$ تكون $\frac{E_l}{A} = 8,79\ MeV$. فطاقة الربط النووي للنيوكليون الواحد في نواة الحديد أكبر منها في نواة اليورانيوم غير المستقر.

2 - 4 منحنى "Aston"

يمكننا رسم المنحنى $\frac{-E_l}{A} = f(A)$ بدل المنحنى $\frac{E_l}{A} = f(A)$ حيث تظهر فيه النوى المستقرة في النقاط المقعرة من المنحنى آذ لا يمكنها الهبوط أكثر و توافق الطاقة المحررة بواسطة النيوكليون الواحد في تلك الوضعية.يدعى هذا المنحنى بـ منحنى "Aston".



منحنى *Aston*

مثال -

من منحنى استون المرفق سابقا نجد طاقتي النيوكليون الواحد للنواتين $^{2}_{1}He$ ، $^{4}_{2}He$ كما يلي:

$$-\frac{El}{A}(^{2}_{1}H) \approx -1,1\ MeV$$

$$-\frac{El}{A}(^{4}_{2}He) \approx -7\ MeV$$

نتيجة

1- يزداد إستقرار النواة بزيادة طاقة الربط النووي للنيوكليون الواحد بها.

2- يمكننا منحنى "Aston" من تحديد النواة الأكثر استقرارا وإيجاد قيمة طاقة الربط النووي الموافقة للنكليون الواحد بها مباشرة.

3 - تفاعلات الانشطار النووي

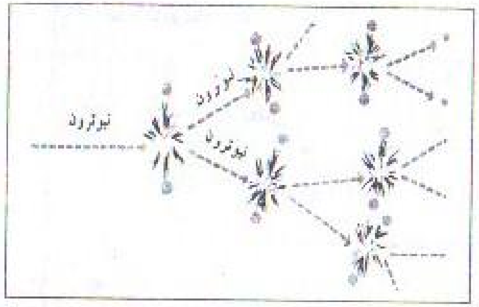
3 - 1 مبدأ تفاعل الانشطار

إن أول من قام بإحداث هذا النوع من التفاعلات هو العالم "رذ فورد" عام 1919 . حيث قام بقذف وعاء مملوء بالآزوت بواسطة جسيمات α الآتية من منبع البلوتونيوم، حسب المعادلة التالية $^{4}_{2}He + ^{14}_{7}N \longrightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H$

و على هذا الأساس فإن تفاعل الانشطار يحدث بقذف نواة ثقيلة بنيترون فتنشطر النواة إلى نواتين خفيفتين و تحرر طاقة كبيرة مع انبعاث نيترونات أخرى. و تستخدم في هذا النوع من التفاعلات نوى الأورانيوم $^{235}_{92}U$ لأن نواته الثقيلة تكون قلقة في حالة عدم استقرار كما يحدث تماما في القنبلة الذرية. و يعتمد هذا المبدأ على الانقسام التسلسلي لنواة اليورانيوم الناتج عن قذف نواته بنيترون فيتشكل النظير $^{236}_{92}U$ في البداية حسب هذه المعادلة :

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{236}_{92}U^{*}$$

إلا أن النواة الناتجة تكون غير مستقرة تماما لأن طاقتها الكامنة تكون أكبر من الطاقة اللازمة لانشطارها، فتنشطر مرة أخرى معطية نواتي عنصرين آخرين وينبعث نيترونان أو ثلاثة بسرعة كبيرة جدا تكون كافية لانشطار نوى أخرى من اليورانيوم $^{235}_{92}U$ لدى الاصطدام بها.



▲ الانشطار التسلسلي لنوى اليورانيوم $^{235}_{92}U$

و هكذا يحدث التفاعل الذري التسلسلي الذي يحرر طاقة هائلة. فإذا علمنا أن نواة اليورانيوم الواحدة تحرر مقدار $200\ MeV$ لدى انشطارها، و هذا المقدار يكون ضئيلا جدا. و لكن إذا علمنا أن كمية صغيرة من المادة المنشطرة تحتوي على بلايين الذرات فإنه يمكن تصور مقدار ما نحصل عليه من الطاقة عند انشطار جميع الذرات. و يمكن لهذا الانشطار أن يكون انفجاريا مدمرا كما يحدث في القنبلة الذرية حيث تتولد طاقة هائلة جدا تكون على صورة حرارة وإشعاعات γ الخطيرة جدا. و ترتفع السحابة الذرية الناشئة عن الانفجار بعد تمددها إلى الأعلى و يحدث الخراب و الدمار في دائرة قطرها $15\ Km$.

▲ انفجار القنبلة الذرية

3 - 2 الحصيلة الطاقوية

الشكل العام لتفاعل نووي انشطاري هو:

$$^{A_1}_{Z_1}X + ^{A_2}_{Z_2}a \longrightarrow ^{A_3}_{Z_3}Y + ^{A_4}_{Z_4}b + (e)$$

النواة الهدف (X) ، دقيقة ساقطة (a) ، نواة ناتجة (Y) ، دقيقة منبعثة (b)

و لنقوم بحساب طاقة التفاعل في مثال انشطار نواة اليورانيوم $^{235}_{92}U$:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{94}_{38}Sr + ^{139}_{54}Xe + 3\,^{1}_{0}n + \gamma$$

- الطاقة المكافئة للكتل الابتدائية قبل التفاعل هي :

$$E_1 = m(^{292}_{92}U).C^2 + m(^{1}_{0}n).C^2 = m_i.C^2$$

- الطاقة الكلية بعد التفاعل هي:

$$E_2 = m(^{94}_{38}Sr).C^2 + m(^{139}_{54}Xe).C^2 + 3\,m(^{1}_{0}n).C^2 + E_C(n) + E_\gamma$$
$$= m_f.C^2 + E_C(n) + E_\gamma$$

حيث $E_C(n)$ الطاقة الحركية للنيترون المنبعث، E_γ طاقة الإشعاع الناتج.

و حسب مبدأ انحفاظ الطاقة فإنه يكون $E_i = E_f$. ومنه،

$$m_i.C^2 = m_f.C^2 + E_C(^{1}_{0}n) + E_\gamma$$

$$(m_i - m_f).C^2 = E_n + E_\gamma = Q$$

فالطاقة المتحررة أثناء التفاعل تكون بالشكل التالي:

$$Q = \Delta m.C^2$$

تمرين تدريبي

في تفاعل الانشطار النووي لنواة اليورانيوم المدروسة سابقا يكون:

$m(^{235}_{92}U) = 234{,}99332\,u$ ، $m(^{94}_{38}Sr) = 93{,}89446\,u$

$m(^{139}_{54}Xe) = 138{,}89194\,u$ ، $m(n) = 1{,}00866\,u$

1- أحسب النقص في الكتلة Δm ، ثم استنتج مقدار الطاقة المتحررة من التفاعل.

2- أحسب الطاقة المتحررة من تفاعل $1\,g$ من اليورانيوم $^{235}_{92}U$

✓ الحل :

1- حساب Δm ، Q :

$$\Delta m = m_i - m_f = m(^{235}_{92}U) + m(^{1}_{0}n) - m(^{94}_{38}Sr) - m(^{139}_{54}Xe) - 3\,m(^{1}_{0}n)$$
$$= 234{,}99332\,u - 93{,}89446\,u - 138{,}89194\,u - 2\,(1{,}00866)$$
$$\approx 0{,}189\,u$$
$$= 0{,}189 \times 1{,}66 \times 10^{-27} = 0{,}31374 \times 10^{-27}\,Kg$$

و تكون طاقة التفاعل:

$$Q = \Delta m . C^2 = 0,31374\times10^{-27}\times9\times10^{16} \approx 2,8237\times10^{-11}\ J$$

و حيث أن $1\ eV = 1,6\times10^{-19}\ J$ يكون:

$$Q = \frac{2,8237\times10^{-11}}{1,6\times10^{-19}} = 1,765\times10^{8}\ eV = 176,5\ MeV$$

- طريقة مختصرة:

وجدنا سابقا أن $1\,u \approx 931,5\ MeV$ فيكون $Q = 0,189\times931,5 \approx 176\ MeV$

و هذا حسب التقريب المستعمل في حساب القيمة $0,189\ u$.

2- حساب الطاقة المتحررة عن $1\ g$ من اليورانيوم:

كتلة ذرة اليورانيوم هي $m(^{235}_{92}U) = 235\,u = 235\times1,66\times10^{-27} = 390,1\times10^{-27}\ Kg$

عدد الذرات الموجودة في $1\ g$ $(10^{-3}\ Kg)$ من اليورانيوم هو:

$$N = \frac{10^{-3}}{390,1\times10^{-27}} \approx 256\times10^{19}$$

الطاقة الكلية المتحررة عن مجموعة هذه الذرات هي:

$$Q = 176,5\times256\times10^{19} \approx 4,52\times10^{23}\ MeV$$
$$= 4,52\times10^{23}\times1,6\times10^{-13} \approx 7,23\times10^{10}\ J = 72,3\ GJ$$

4 - تفاعلات الاندماج النووية

4 - 1 مبدأ تفاعل الاندماج

هو تفاعل نووي يحدث عندما تتحد نواتان خفيفتان أثناء التصادم لتشكيل نواة ثقيلة.
وتحقيق هذا التفاعل يكون صعبا للغاية بسبب خفة الأنوية التي تكون غالبا مستقرة و كذلك بسبب التنافر الذي يحدث بينها. و لذلك فإنه يجب توفير طاقة حرارية عالية لحدوث هذا التفاعل و تحت ضغط كبير. ومن امثلة هذه التفاعلات تلك التي تحدث في الشمس و النجوم الملتهبة و في القنابل الهيدروجينية. و ينتج عن هذه التفاعلات طاقة حرارية ضخمة أكبر بكثير من طاقة الانشطار النووي. و تحدث تفاعلات الاندماج عادة بين نوى الهيدروجين و نظائره.

4 - 2 الحصيلة الطاقوية

لنعتبر تفاعل الاندماج النووي الممثل بأبسط معادلة:

$$^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \longrightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$$

تكون الطاقة المتحررة هي:

$$E = E_i - E_f = [\,m(^{2}_{1}H) + m(^{3}_{1}H)\,].C^2 - [\,m(^{4}_{2}He) + m(^{1}_{0}n)\,].C^2$$
$$= [(3,0155+2,0136) - (4,0015+1,0087)]\times931,5$$
$$= 17,6\ MeV$$

تمرين تدريبي

في التحول النووي المعطى بمعادلة الاندماج التالية:

$$^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \longrightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$$

- احسب الطاقة المتحررة من تحول $1\ g$ من التريتيوم $^{3}_{1}H$. قارن هذه الطاقة مع الطاقة الحرارية الناشئة عن احتراق البترول والتي تكون بمعدل $41,85\ GJ$ لكل طن.

✓ الحل :

رأينا في الحصيلة الطاقوية السابقة لهذا التفاعل أن الطاقة الحرارية المتحررة عن تحول ذرة النظير $^{3}_{1}H$ هي $17,6\ MeV$

كتلة ذرة التريتيوم:

$$m(^{3}_{1}H) = 3,0155\,u = 3,0155\times1,66\times10^{-27} \approx 5\times10^{-27}\ Kg$$

عدد الذرات الموجودة في $1\ g$ من التريتيوم:

$$N = \frac{10^{-3}}{5\times10^{-27}} = 0,2\times10^{24}$$

الطاقة المتحررة عن $1\ g$ من هذا النظير هي:

$$Q = 0,2\times10^{24}\times17,6 = 3,52\times10^{24}\ MeV$$
$$= 3,52\times10^{24}\times1,6\times10^{-13} = 5,632\times10^{11}\ J$$
$$= 563\ J$$

- المقارنة:

الطاقة الناشئة عن طن من البترول هي $E = 41,85\ GJ$

فتكون الطاقة الناشئة عن احتراق $1\ g$ من التريتيوم هي $Q = 563\ GJ$

و يكون $\frac{Q}{E} = \frac{563}{41,85\times10^{-6}} = 13,45\times10^{6}$

و هذا يعني أن الطاقة المتحررة من تحول $1\ g$ نوويا تكافئ الطاقة المتحررة عن احتراق 13,45 طن من البترول كيميائيا.

4 - 3 مبدأ القنبلة الهيدروجينية

تعمل هذه القنبلة على مبدأ انطلاق طاقة التفاعلات الاندماجية لنوى نظائر الهيدروجين مكونة ذرات الهليوم المستقرة. و يحدث هذا بأسلوب مدمر لا يمكن التحكم فيه. و تنتج الطاقة و الحرارة الهائلتان من تفاعل تدمر فيه المادة. فكتلة نواة الهليوم الناتجة لا يكون لها نفس كتلة الديتريوم الذي استنفد. و الكتلة المفقودة تنتج عنها طاقة حسب المبدأ الذي تكهن به " انشتاين".

و التفاعلات التي تحدث في القنبلة الهيدروجينية هي:

$$^{2}_{1}D + ^{2}_{1}D \longrightarrow ^{3}_{1}T + ^{1}_{1}H + 4\ Mev$$

$${}_{1}^{2}D+{}_{1}^{2}D \longrightarrow {}_{2}^{3}He+{}_{0}^{1}n+4\,Mev$$

$${}_{1}^{3}T+{}_{1}^{3}T \longrightarrow {}_{2}^{4}He+2\,{}_{0}^{1}n+11\,Mev$$

$${}_{1}^{3}T+{}_{1}^{2}D \longrightarrow {}_{2}^{4}He+{}_{0}^{1}n+v+18\,Mev$$

حيث v هو دقيقة النيترينو.

و يتطلب تفاعل الالتحام النووي مقدارا كبيرا من الطاقة لبدئه. فهو لا يمكن أن يحدث إلا في درجة حرارة عالية (ملايين الدرجات) لأنه في مثل هذه الحرارة فقط يمكن للنوى التحرك بسرعة كافية للتغلب على قوى التنافر الكهربائية الموجودة بينها. و من أجل ذلك فقد استعملت في البداية قنبلة ذرية كفتيل لتفجير القنبلة الهيدروجينية و هذه الأخيرة أقوى بكثير من القنبلة الذرية.

▲ القنبلة الهيدروجينية

و قد فجر الأمريكيون اول قنبلة هيدروجينية على جزيرة " انيوتوك اتوك " في المحيط الهادي عام 1952 و كانت الطاقة الناتجة من الضخامة بحيث أدت إلى تبخير الجزيرة. و قدرت درجة الحرارة في وسط القنبلة بحوالي 100 مليون درجة منوية. و لكن القوة المتفجرة لهذه القنبلة كانت صغيرة إذا ما قورنت بقنابل تالية.

و قد نجح الإتحاد السوفياتي سابقا في تفجير أقوى قنبلة في التاريخ و كان ذلك عام 1961. و قد قدرت طاقتها نحو 60 ميقاطن (و هو ما يعادل 60 مليون طن من متفجر TNT).

خلاصة

1- إن (الكتلة - طاقة) هما مفهومان لشيء واحد، فهما يرتبطان بالعلاقة، $E=m.C^2$ ، حيث $C=3\times10^8\,m/S$ هي سرعة الضوء في الفراغ.

2- ينص مبدأ انحفاظ الطاقة على أن (الكتلة - طاقة) تبقى محفوظة في جملة معينة مهما طرأ عليها من تغيرات مادية أو طاقوية. فما ينقص من الكتلة يسترجع على شكل طاقة و بالعكس.

3- كل جسيم ساكن يملك طاقة سكونية أو كتلية تعطى بالعلاقة $E_0=m.C^2$.

4- تستعمل وحدة الإلكترون فولط eV أو MeV في الطاقة النووية حيث يكون $1eV=1{,}60\times10^{-19}\,J$.

5- المكافئ الطاقوي لوحدة الكتل الذرية هو $1u\approx931{,}5\,MeV$.

6- يعطى النقص في كتلة النواة ${}_{Z}^{A}X$ بالعلاقة، $\Delta m=Zm_p+(A-Z)\,m_n-m_X$ و هذا النقص يكافئ وجود طاقة ربط نووي تستعمل لتشكيل النواة.

7- يزداد استقرار النوى بزيادة طاقة الربط النووي للنيكلون الواحد.

8- يوجد نوعان من التفاعلات النووية المستحدثة هي تفاعلات الانشطار و تفاعلات الاندماج.

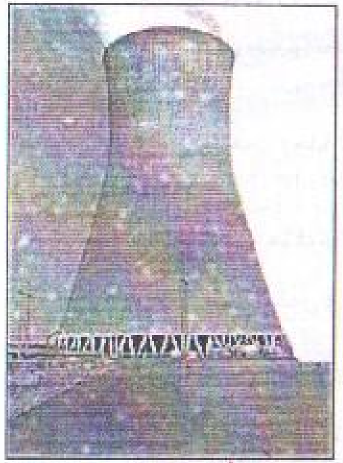
9- تحدث تفاعلات الانشطار بقذف نواة ثقيلة بنيترون، فتحدث سلسلة من تفاعلات الانشطار نتيجة النيترونات المنبعثة في كل مرة.

10- تحدث تفاعلات الاندماج بين نواتين خفيفتين و يتطلب التفاعل حرارة عالية لحدوثه و عندئذ تتحرر طاقة تفاعل ضخمة.

وثيقة دراسية

المفاعلات النووية

ما هي المفاعلات النووية ؟



▲ مفاعل نووي

المفاعلات النووية عبارة عن منشآت ضخمة يتم فيها السيطرة على عملية الانشطار النووي حيث يتم الاحتفاظ بالأجواء الناسبة لاستمرار عملية الانشطار النووي دون وقوع انفجارات أثناء الأنشطارات المتسلسلة.

تستخدم المفاعلات النووية لغرض الحصول على الطاقة الكهربائية و تصنيع الأسلحة النووية و إزالة الأملاح والمعادن الأخرى من الماء للحصول على الماء النقي و تحويل عناصر كيميائية معينة إلى عناصر أخرى و تصنيع نظائر عناصر كيميائية ذات فعالية إشعاعية و لإغراض أخرى...

يعتبر" أنريكو فيرمي" عالم الفيزياء الايطالي (الحائز على جائزة نوبل في الفيزياء عام 1938) من أوائل من اقترحوا بناء مفاعل نووي حيث أشرف مع زميله " ليو زيلارد " على بناء أول مفاعل نووي في العالم عام 1942

▲ Fermi Enrico

و كان الغرض الرئيسي من هذا المفاعل هو تصنيع الأسلحة النووية.

في عام 1951 تم و للمرة الأولى إنتاج الطاقة الكهربائية من مفاعل " أيداهو" في الولايات المتحدة.

يتوقع بعض الخبراء نقصا في الطاقة الكهربائية في المستقبل البعيد نتيجة ظاهرة الانحباس الحراري الذي يرجع إلى أنشطة بشرية مثل تكرير النفط و محطات الطاقة و غيرها من الأسباب و هناك اعتقاد سائد هو أن الطاقة النووية هو السبيل الأمثل لسد هذا النقص في المستقبل.

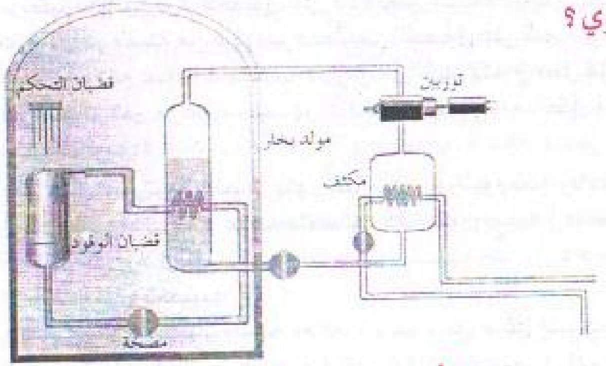
مم يتكون المفاعل النووي ؟

يتكون أي مفاعل نووي من الأجزاء التالية:

- **مركز المفاعل** : و هو الجزء الذي تتم فيه سلسلة عمليات الانشطار النووي.
- **السائل المتحكم في حرارة المركز**: و يستعمل الماء عادة للتحكم في سرعة عمليات الانشطار النووي و كواق من الإشعاع المنبعث من العملية.

- **حاويات**: تحيط بمركز المفاعل و السائل المتحكم في حرارة المركز لمنع تسرب الإشعاعات الناتجة من الانشطار النووي.
- **محولات حرارية**: للتحكم في حرارة السائل المتحكم في حرارة المركز.
- **مولدات كهربائية عملاقة**: لتوفير الطاقة اللازمة لسير العمليات المختلفة.

كيف يعمل المفاعل النووي ؟



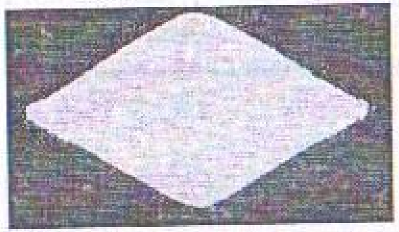
▲ مخطط عمل المفاعل النووي

لغرض تحفيز سلسلة عمليات الانشطار النووي في مركز المفاعل النووي يستعمل ما يسمى بالوقود النووي والتي هي في الغالب اليورانيوم ^{235}U أو البلوتونيوم - 239 . و تكمن الفكرة في تحفيز انشطار في أنويه ذرات اليورانيوم ^{235}U أو البلوتونيوم - 239 لإيصالهما إلى مرحلة ما يسمى بالكتلة الحرجة.

و لتوضيح مفهوم الكتلة الحرجة تصور أن هناك كرة بحجم قبضة اليد مصنوعة من مادة اليورانيوم - 235 . فبعد تحفيز أولي لعملية الانشطار النووي بواسطة تسليط حزمة من النيترونات على الكرة سيتولد نيترونان أو ثلاثة نتيجة هذا الانشطار الأول للنواة . و هذا يكون كافيا لبدأ انشطار ثان في كل الأجزاء المتكونة من الانشطار الأول. و أثناء هذه السلسلة المتعاقبة من الأنشطارات في نواة الذرات ينفذ الكثير من النيترونات المتكونة إلى سطح الشكل الكروي. و لكن كمية النيترونات المتكونة في الداخل تكون كافية لاستمرار عمليات الانشطار و هنا يأتي دور الكتلة الحرجة التي يمكن تعريفها بالحد الأدنى من كتلة مادة معينة كافية لتحمل سلسلات متعاقبة من الانشطارات .

إذا كان العنصر المستخدم في عملية الانشطار النووي ذو كتلة يتطلب تسليطا مستمرا بالنيوترونات لتحفيز الانشطار الأولي للنواة فان هذه الكتلة تسمى الكتلة دون الحرجة.

إذا كان العنصر المستخدم في عملية الانشطار النووي ذو كتلة قادرة على تحمل سلسلات متعاقبة من الانشطارات النووية حتى بدون أي تحفيز خارجي بواسطة تسليط نيوترونات خارجية فيطلق على هذه الحالة الكتلة الفوق حرجة و هي المرحلة المطلوبة لتصنيع القنبلة النووية.



▲ الكعكة الصفراء

تعتبر أستراليا ، كازاخستان ، كندا ، جنوب أفريقيا ، البرازيل ، ناميبيا من أكبر الدول المصدرة لليورانيوم و تباع عادة بسعر يتراوح من 80 - 100 دولار للكيلوغرام الواحد. و بعد

الحصول عليه يتم طحنه و تحويله إلى ما يسمي بالكعكة الصفراء التي يتم تحويلها فيما بعد إلى يورانيوم هيكسافلوريد uranium hexafluoride و يتم بعد ذلك عملية إخصاب اليورانيوم.

كيف يتم تخصيب اليورانيوم ؟

عملية التخصيب عبارة عن عزل نظائر عناصر كيميائية محددة من عنصر ما لغرض زيادة تركيز نظائر اخرى للحصول على مادة تعتبر مشبعة بالنظير المطلوب. فعلى سبيل المثال يؤدي عزل نظائر معينة من اليورانيوم الطبيعي للحصول على اليورانيوم المخصب و اليورانيوم المنضب. و تتم عملية التخصيب على مراحل حيث يتم في كل مرحلة عزل كميات اكبر من النظائر الغير مرغوبة حيث يزداد العنصر تخصيبا بعد كل مرحلة لحد الوصول إلى نسبة النقاء المطلوبة.

ففي مثال اليورانيوم المخصب يكون عبارة عن يورانيوم تمت زيادة نسبة نظائر ^{235}U فيه مع إزالة النظائر الأخرى. و عملية التخصيب هذه تكون صعبة و مكلفة. و تكمن الصعوبة في أن النظائر التي يراد إزالتها من اليورانيوم تكون شبيهة جدا من ناحية الوزن للنظائر التي يرغب الاحتفاظ بها و تخصيبها .

و تتم عملية التخصيب باستخدام الحرارة عبر سائل أو غاز لتساهم في عملية عزل النظائر الغير المرغوب فيها. و هناك طرق اخرى اكثر تعقيدا كاستعمال الليزر أو الأشعة الكهرومغناطيسية.

و تبلغ نسبة اليورانيوم - 235 الذي يراد تخصيبه من إجمالي ذرات اليورانيوم الطبيعي نسبة 0,7 % فقط و لكن هذا الجزء هو المرغوب فيه لكونه أخف من ناحية الكتلة من الأجزاء الأخرى من اليورانيوم الطبيعي . و الجزء المتبقي من اليورانيوم الطبيعي يسمى النظير 238 .

لقد تم تخصيب اليورانيوم لأول مرة في الولايات المتحدة بعد الحرب العالمية الثانية حيث تم بناء 3 من المفاعلات النووية في ولايات "تينيسي" و " اوهايو" و "كنتاكي". و كانت الطريقة المستعملة عبارة عن ضخ كميات كبيرة من اليورانيوم على شكل غاز يورانيوم هيكسافلوريد uranium hexafluoride إلى حواجز ضخمة تحتوي على ملايين الثقوب الصغيرة جدا . و بهذه الطريقة يتم انتشار اليورانيوم 235 (و هو الجزء المطلوب) بسرعة أكبر نسبة إلى اليورانيوم - 238 (و هو الجزء الغير مرغوب فيه لكونه اثقل). و تم استغلال الفرق في سرعة الانتشار لجمع كميات هائلة من النظير- 235 . و تمتلك الولايات المتحدة يورانيوم مخصب من النوع العالي الخصوبة بنسبة 90 % .

ما هي المشاكل المصادفة ؟

المشكلة الكبرى تكمن في كيفية التخلص من المخلفات النووية في المفاعلات النووية و عادة ما توضع المخلفات في أحواض مائية كبيرة لمدة عشرات السنين لغرض إبطاء عمليات التحلل الإشعاعي و يتم بعد ذلك صب الفولاذ و الكونكريت على هذه الأحواض.

تطبيقات نموذجية

تطبيق 1 المقارنة بين الطاقة النووية والطاقة الكيميائية

يحترق الفحم الطبيعي حسب المعادلة التالية:

$$C+O_2 \longrightarrow CO_2+4000000 \quad (J)$$

1- احسب الطاقة الناشئة عن تحول $1\,g$ من المادة إلى طاقة. قارن بين طاقتي الاحتراق والتحول.

2- احسب مقدار الفحم الواجب احتراقه للحصول على نفس الطاقة الناشئة عن التحول.

✓ الحل :

1) حسب مبدا التكافؤ (كتلة- طاقة) يكون:

$$E=\Delta m\,.\,C^2=10^{-3}\times(3\times10^8)^2=9\times10^{13}\ J$$

و لدينا $E_1=4\times10^6\ J$ طاقة الاحتراق لمول واحد من الفحم $(12\,g)$

$E_2=9\times10^{13}\ J$ طاقة تحول $1\,g$ من المادة.

إذن $\frac{E_2}{E_1}=\frac{9\times10^{13}}{4\times10^6}=2{,}25\times10^7$

إذن $E_2 \rangle E_1$ بـ 22 مليون و نصف مرة.

2) $4\times10^6\ J \longrightarrow 12\,g$ من الفحم

$9\times10^{13}\ J \longrightarrow m$

إذن $m=\frac{9\times10^{13}\times12}{4\times10^6}=270\times10^6\ g=270\ T$

فتحول مقدار $1\,g$ من المادة فقط إلى طاقة يكافئ الطاقة الناشئة عن احتراق $270\ T$ من الفحم.

تطبيق 2 حساب الطاقة الحرارية الناشئة عن تفاعل نووي اصطناعي

تقذف نواة الآزوت $^{14}_{7}N$ بنيترون فيتشكل النظير $^{14}_{6}C$ مع انطلاق جسيم (b).

1- اكتب معادلة التفاعل الحادث مستنتجا طبيعة الجسيم المنبعث.

2- احسب الطاقة المتحررة عن تفاعل مول واحد من النكليد $^{14}_{7}N$ اثناء هذا التفاعل. عبر عن النتيجة بوحدة الجول، ثم بوحدة MeV .

يعطى ما يلي: $^{14}_{7}N=14{,}00307\,u$ ، $^{14}_{6}C=14{,}00324\,u$ ، $^{1}_{1}H=1{,}00783\,u$

$^{1}_{0}n=1{,}00867\,u$ ، $C=3\times10^8\ m/S$ ، $u\approx1{,}66\times10^{-27}\ Kg$

✓ الحل :

1) معادلة التفاعل $^{14}_{7}N+^{1}_{0}n \longrightarrow ^{A}_{Z}b+^{14}_{6}C$

يعطي قانونا الانحفاظ ما يلي:

$14+1=A+14 \rightarrow A=1$

$7+0=Z+6 \rightarrow Z=1$ فالجسيم المنبعث $^{1}_{1}a$ هو بروتون $^{1}_{1}H$.

2) حساب طاقة التفاعل $E=\Delta m.C^2$

$$\Delta m=[m(^{14}_{7}N)+m(^{1}_{0}n)]-[m(^{14}_{6}C)+m(^{1}_{1}H)]$$

$$=(14{,}00307+1{,}00867)-(14{,}00324+1{,}00783)$$

$$=6{,}7\times10^{-4}\,u$$

$$=6{,}7\times10^{-4}\times1{,}66\times10^{-27}=1{,}122\times10^{-30}\,Kg$$

- طاقة التفاعل الناشئة عن تحول ذرة واحدة:

$$E_1=\Delta m.C^2$$

$$=1{,}122\times10^{-30}\times(3\times10^8)^2=10{,}098\times10^{-14}\,J$$

- الطاقة الناشئة عن تحول مول من المادة:

$$E=N_A.E_1=6{,}02\times10^{23}\times10{,}098\times10^{-14}=6{,}099\times10^9\,J=6{,}099\,G\,J$$

و حيث ان $1\,MeV=1{,}60\times10^{-13}\,J$ يكون $E=\dfrac{6{,}099\times10^9}{1{,}60\times10^{-13}}=3{,}8119\times10^{22}\,MeV$

تطبيق 3 الإشعاعات الاصطناعية β ، α الناشئة عن قذف نواة الآزوت بنيترون

1- يقذف نيترون في نواة ذرة الآزوت $^{14}_{7}N$ فتلتقطه.

ا) في الحالة الأولى تشع النواة الناتجة دقيقة α حسب المعادلة:

$^{14}_{7}N+^{1}_{0}n \longrightarrow ^{4}_{2}He+^{A}_{Z}X$. بين هوية النكليد الناتج $^{A}_{Z}X$.

ب) في الحالة الثانية ينبعث بروتون $^{1}_{1}H$ من النواة الناتجة حسب المعادلة التالية:

$^{14}_{7}N+^{1}_{0}n \longrightarrow ^{1}_{1}H+^{A'}_{Z'}X$

- بين هوية النكليد $^{A'}_{Z'}X$.

إذا كان هذا النكليد يشع إشعاع β^- ، فاكتب معادلة التفاعل الحادث.

2- يقذف نيترون في نواة البور $^{10}_{5}B$ فتشع النواة المتحصل عليها دقيقة α متحولة إلى النواة $^{A}_{Z}Y$ حسب المعادلة $^{10}_{5}B+^{1}_{0}n \longrightarrow ^{4}_{2}He+^{A}_{Z}Y$

- بين هوية النكليد $^{A}_{Z}Y$ المتحصل عليه.

- احسب طاقة هذا التفاعل مقدرة بوحدة MeV .

يعطى: $^{10}_{5}B=10{,}0161\,u$ ، $^{4}_{2}He=4{,}0039\,u$ ، $^{1}_{0}n=1{,}0090\,u$ ، $^{A}_{Z}Y=7{,}0182\,u$

✓ الحل :

1) ا) $^{14}_{7}N+^{1}_{0}n \longrightarrow ^{4}_{2}He+^{A}_{Z}X$

حسب قانون انحفاظ الكتلة يكون $14+1=A+4 \rightarrow A=11$

حسب قانون انحفاظ الشحنة يكون $7+0=Z+2 \rightarrow Z=5$

فالنكليد الناتج هو $^{11}_{5}X$ و هو البور $^{14}_{7}N+^{1}_{0}n \longrightarrow ^{4}_{2}He+^{11}_{5}B$

ب) من المعادلة $^{14}_{7}N+^{1}_{0}n \longrightarrow ^{1}_{1}H+^{A'}_{Z'}X$

يكون $\begin{cases}14+1=A'+4\\ Z'+1=0+7\end{cases}$ ومنه نجد $\begin{cases}A'=14\\ Z'=6\end{cases}$

فالنكليد الناتج هو $^{14}_{6}C$ و يكون $^{14}_{7}N+^{1}_{0}n \longrightarrow ^{1}_{1}H+^{14}_{6}C$

النظير $^{14}_{6}C$ يشع إشعاع β^- فيكون $^{14}_{6}C \longrightarrow ^{0}_{-1}e+^{A''}_{Z''}X$

إذن $A''=14$ ، $Z''=7$ فالنكليد الناتج هو الآزوت $^{14}_{7}N$

إذن $^{14}_{6}C \longrightarrow ^{0}_{-1}e+^{14}_{7}N$

2) لدينا $^{10}_{5}B+^{1}_{0}n \longrightarrow ^{4}_{2}He+^{A}_{Z}Y$

يكون $\begin{cases}10+1=A+4\\ Z+2=0+7\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}A=7\\ Z=3\end{cases}$

فالنكليد المتحصل عليه هو الليثيوم $^{7}_{3}Li$ ؛ $^{10}_{5}B+^{1}_{0}n \longrightarrow ^{4}_{2}He+^{7}_{3}Li$

- النقص في الكتلة:

$$\Delta m=(10{,}0161+1{,}0090)-(4{,}0039+7{,}0182)=0{,}0030\,u$$

$$=0{,}0030\times1{,}67\times10^{-27}=5\times10^{-30}\,Kg$$

ومنه نجد $E=\Delta m.C^2=5\times10^{-30}\times(3\times10^8)^2=4{,}5\times10^{-13}\,J$

$E=\dfrac{4{,}5\times10^{-13}}{1{,}6\times10^{-19}}=2{,}8\times10^6\,eV$ إذن $E=2{,}8\,MeV$

تطبيق 4 إشعاع نواة اليورانيوم طبيعيا واصطناعيا

1- يمكن للنظير $^{238}_{92}U$ لليورانيوم أن يشع 8 دقائق α مقابل 6 دقائق β ، و تنتج النواة المستقرة $^{A}_{Z}X$. اكتب معادلة التفاعل الحادث واستنتج هوية النكليد $^{A}_{Z}X$.

2- إن نواة النظير $^{235}_{92}U$ تستطيع أن تلتقط نيترونا لتنشطر إلى نواتي النكليد $^{95}_{42}Mo$ و النكليد $^{139}_{57}La$ و تنبعث دقائق β^- و عدة نيترونات.

ا) اكتب معادلة التفاعل النووي الحادث.

ب) احسب الطاقة المتحررة الناشئة في هذا التفاعل مع إهمال كتلة الإلكترونات.

3) في أحد التفاعلات النووية يستهلك تفاعل نووي $1\,Kg$ من اليورانيوم $^{238}_{92}U$ يوميا. باعتبار أن التفاعل النووي الحادث هو المشار إليه سابقا: احسب الاستطاعة الكهربائية المتحصل عليها علما أن مردود العملية $30\,\%$.

<u>يعطى:</u> ($^{235}_{92}U = 235{,}0439\,u$ ، $^{95}_{42}Mo = 94{,}90584\,u$ ، $^{139}_{57}La = 138{,}90614\,u$)

✓ الحل :

1) معادلة التفاعل $^{238}_{92}U \longrightarrow 8\,^{4}_{2}He + 6\,^{0}_{-1}e + ^{A}_{Z}X$

و يكون $238 = (8\times4) + A \rightarrow A = 206$

$92 = (8\times4) + (6\times -1) + Z \rightarrow Z = 82$

فالنواة $^{A}_{Z}X$ هي نواة الرصاص $^{206}_{82}Pb$

2) أ) ليكن X عدد الإلكترونات المنبعثة (دقائق β^-)، Y عدد النيترونات:

$^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{95}_{42}Mo + ^{139}_{57}La + X\,^{0}_{-1}e + Y\,^{1}_{0}n$

و يكون $135 + 1 = 95 + 139 + Y \rightarrow Y = 2$

$92 + 0 = 42 + 57 - X \rightarrow X = 7$

إذن $^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{95}_{42}Mo + ^{139}_{57}La + 7\,^{0}_{-1}e + 2\,^{1}_{0}n$

$\Delta m = 235{,}04390 - 94{,}90584 - 138{,}90614 - 1{,}00866 = 0{,}22326\,u$

$= 0{,}22326 \times 1{,}66\times10^{-27} = 0{,}3728\times10^{-27}\,Kg$

ومنه يكون $E = \Delta m . C^2 = 0{,}3728\times10^{-27}\times(3\times10^{8})^2 = 3{,}355\times10^{-11}\,J$

$= \dfrac{3{,}355\times10^{-11}}{1{,}6\times10^{-19}} = 2{,}09\times10^{8}\,eV = 209\,MeV$

3) لدينا $1\,u \longrightarrow 1{,}67\times10^{-27}\,Kg$ فتكون كتلة ذرة اليورانيوم هي:

$235{,}04390\,u = 235{,}04390 \times 1{,}66\times10^{-27} = 392{,}52\times10^{-27}\,Kg$

و النقص الموافق في الكتلة أثناء التفاعل هو $0{,}3728\times10^{-27}\,Kg$ (كما سبق). يكون:

$392{,}52\times10^{-27}\,Kg \longrightarrow 0{,}3728\times10^{-27}\,Kg$

$1\,Kg \longrightarrow \Delta m$

نجد $\Delta m = \dfrac{0{,}3728\times10^{-27}}{392{,}52\times10^{-27}} = 9498\times10^{7}\,Kg$

و هو النقص في كتلة اليورانيوم في اليوم الواحد. و تكون الطاقة النووية المتحررة في اليوم الواحد هي:

$E = \Delta m . C^2 = 9498\times10^{-7}\times(3\times10^{8})^2 = 85482\times10^{9}\,J$

و الاستطاعة النووية الموافقة في اليوم الواحد هي:

$P_1 = \dfrac{E}{t} = \dfrac{85482\times10^{9}}{86400} \cong 989\times10^{6}\,W$

و الاستطاعة الكهربائية المتحصل عليها كل يوم هي:

إذن $P_2 = 0{,}3 . P_1 = 0{,}3\times989\times10^{6} = 296{,}8\times10^{6}\,W$. $P \cong 300\,Mw$

تطبيق 5

إنتاج الهليوم بتفاعل اندماج نووي

1- اكتب معادلة الاندماج النووي التي تعطي نواة الهليوم انطلاقا من نواتي النظيرين $^{2}_{1}H$ ، $^{3}_{1}H$.

2- احسب بوحدة MeV و بالجول مقدار الطاقة المتحررة من التفاعل.

- بالاستعانة بالجدول التالي الذي يعطي طاقة الربط النووي للنيكليون الواحد الموافق للعدد الكتلي A لنواة معينة.

العدد الكتلي (A)	1	2	3	4
طاقة النيكليون (MeV)	0	1,1	2,5	7,0

✓ الحل :

1) معادلة تفاعل الاندماج $^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \longrightarrow ^{4}_{2}He + ^{A}_{Z}a$

حسب قانونا الانحفاظ يكون:

$2 + 3 = 4 + A \rightarrow A = 1$

$1 + 1 = 2 + Z \rightarrow Z = 0$

فالجسيم المنبعث أثناء التفاعل $^{1}_{0}a$ هو نيترون $^{1}_{0}n$

2) حساب طاقة التفاعل:

طاقة التفاعل هي الفرق بين طاقتي الربط النوويتين للدقائق النهائية والابتدائية، نجد ما يلي:

$E(^{4}_{2}He) = 7{,}0\times4 = 28\,MeV$

$E(^{1}_{0}n) = 0$

$E(^{2}_{1}H) = 1{,}1\times2 = 2{,}2\,MeV$

$E(^{3}_{1}H) = 2{,}5\times3 = 7{,}5\,MeV$

- الطاقة المتحررة من التفاعل هي:

$E = 28 + 0 - 2{,}2 - 7{,}5 = 18{,}3\,MeV = 18{,}3\times10^{-13} = 2{,}93\times10^{-12}\,J$

تطبيق 6

طاقة الربط النووي للنيوكلونات و استقرار النوى

نعتبر التكليدات الثلاثة $^{12}_{5}B$ ، $^{12}_{6}C$ ، $^{12}_{7}N$.

1- اعط تركيب أنوية هذه التكليدات.

2- أ) احسب طاقة الربط النووي للتكليد $^{12}_{6}C$

ب) قارن النتيجة المحصل عليها بمثيلاتها التي تخص التكليد $^{12}_{5}B$ $(6{,}7\,MeV)$ للنيكليون الواحد و التكليد $^{12}_{7}N$ $(6{,}2\,MeV)$.

3- علما أن $^{12}_{6}C$ مستقر و $^{12}_{5}B$ مشع لإشعاعات β^- ، $^{12}_{7}N$ مشع لإشعاعات β^+

- اكتب معادلة تحول كل من هذين النكليدين المشعين. **يعطى:**

$(m_n = 939{,}6\ MeV.C^{-2}$ ، $m_p = 938{,}3\ MeV.C^{-2}$ ، $^{12}_{6}C = 11174{,}7\ MeV.C^{-2})$

✓الحل :

1) تركيب الأنوية:

عدد النترونات	عدد البروتونات	النكليدات
$12-5=7$	5	$^{12}_{5}B$
$12-6=6$	6	$^{12}_{6}C$
$12-7=5$	7	$^{12}_{7}N$

2) أ) حساب طاقة الربط النووي للنواة $^{12}_{6}C$

$$E_l = \Delta m \,.\, C^2$$
$$= [(Zm_p + Zm_n) - m_C].C^2$$
$$= C^2\,[(6\,m_p + 6\,m_n) - m_C]$$
$$= 6\,(938{,}3 + 939{,}6) - 11174{,}7 = 92{,}7\ MeV$$

ب) طاقة الربط النووي للنيكليون الواحد في النواة $^{12}_{6}C$ هي $\frac{E_l}{A} = \frac{92{,}7}{12} = 7{,}7\ MeV$

فهي اكبر من طاقتي الربط النوويتين للنيكليون الواحد بالنواتين $^{12}_{5}B$ $(6{,}7\ MeV)$

و $^{12}_{7}N$ $(6{,}2\ MeV)$. فالنكليد $^{12}_{6}C$ هو الأكثر استقرارا من بقية النيكليدين.

3) معادلتا تحول النواتين $^{12}_{5}B$ ، $^{12}_{7}N$ ،

$$^{12}_{5}B \longrightarrow {}^{\ 0}_{-1}e + {}^{12}_{6}C + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$$
$$^{12}_{7}N \longrightarrow {}^{\ 0}_{+1}e + {}^{12}_{6}C + {}^{0}_{0}\nu$$

تطبيق 7 إيجاد الكتلة الذرية لنظير بالاعتماد على طاقة النيكليون

التريتيوم $^{3}_{1}H$ هو نظير للهيدروجين.

- احسب الكتلة الذرية لهذا النظير بوحدة الكتل الذرية u .

يعطى: $m_p = 1{,}0073\,u$ ، $m_n = 1{,}0087\,u$ ، $m_e = 0{,}0006\,u$ ،

$\frac{E_l}{A} = 2{,}8\ MeV$ ، $1u = 931{,}5\ MeV.C^{-2}$

✓الحل :

- طاقة الربط النووي لنواة التريتيوم E_l هي ،

$$\frac{E_l}{A} = 2{,}8 \longrightarrow E_l = 2{,}8 \times 3 = 8{,}4\ MeV$$

النقص في كتلة النواة:

حسب العلاقة $E_l = \Delta m \,.\, C^2$ يكون $\Delta m = \frac{E_l}{C^2} = 8{,}4\ MeV.C^{-2}$

و حيث أن $1u = 931{,}5\ MeV.C^{-2}$ يكون $\Delta m = \frac{8{,}4}{931{,}5} = 9{,}02 \times 10^{-3}\ u$

و تكون كتلة الذرة الواحدة هي m بحيث،

$$\Delta m = m_p + 2\,m_n + n_e - m$$
$$m = m_p + 2\,m_n + m_e - \Delta m$$
$$= 1{,}0073 + 2\,(1{,}0087) - 0{,}006 - 0{,}009 = 3{,}0163\,u$$

تطبيق 8 استعمال منحنى Aston في دراسة استقرار النوى

تهتم الدراسات الحالية بالتحولات النووية الممكن حدوثها لمزيج من النظيرين (د يتريوم- تريتيوم). فمن هذه التحولات نجد انه انطلاقا من نواتي ديتريوم يمكن الحصول على التفاعل

$$^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{A_1}_{Z_1}X + {}^{1}_{0}n \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

وكما يمكن الحصول على التفاعل

$$^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{A_2}_{Z_2}X + {}^{1}_{1}p \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

1- اعط من اجل التفاعلين (1) و (2) اسم ورمز النواتين الناتجتين $^{A_1}_{Z_1}X$ ، $^{A_2}_{Z_2}X$

2- احسب بوحدة MeV طاقة الربط النووي لنواة التريتيوم

3- من اجل مقارنة استقرارية النوى فيما بينها فإننا نستعمل طاقة الربط النووي للنيكليون الواحد $(\frac{E_l}{A})$.

بالاستعانة بمنحنى "استون" المرفق $\frac{-E_l}{A} = f\,(A)$ ، بين على هذا المنحنى المواقع التي نصادف فيها الأنوية الأكثر استقرارا .

4- من التحولات النووية الاندماجية الأكثر حدة نصادف التفاعل التالي ،

$$^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}X + {}^{1}_{0}n$$

فإذا كانت طاقة الربط النووي للنيكليون الواحد بنواة الديتريوم تقارب $2{,}8\ MeV$ المطلوب ،

ا) بين على المنحنى موقع نواة التريتيوم

ب) بالاعتماد على منحنى أستون أستنتج قيم طاقة الربط النووي للنيكليون الواحد لكل من النواة $^{4}_{2}He$ و النواتين $^{2}_{1}H$ ، $^{3}_{1}H$

5- بين أن الطاقة المتحررة في التفاعل (3) تكون مساوية القيمة $17,6\,MeV$

(بكالوريا الغرب- 2005)

✓ الحل :

1) بتطبيق قانوني الانحفاظ نجد انطلاقا من المعادلتين (1) و (2) ما يلي :

$$2+2=A_1+1 \rightarrow A_1=3$$

$$1+1=Z_1+0 \rightarrow Z_1=2$$ فالنواة $^{A_1}_{Z_1}X$ هي نواة النظير $^{3}_{2}He$ (هليوم) .

كذلك يكون :

$$2+2=A_2+1 \rightarrow A_2=3$$

$$1+1=Z_2+0 \rightarrow Z_2=1$$ فالنواة $^{A_2}_{Z_2}X$ هي نواة النظير $^{3}_{1}H$ (تريتيوم).

2) طاقة الربط النووي للنواة $^{3}_{1}H$:

$$E_l=\left[(m_p+2m_n)-m\,^{3}_{1}H\right]\cdot C^2$$

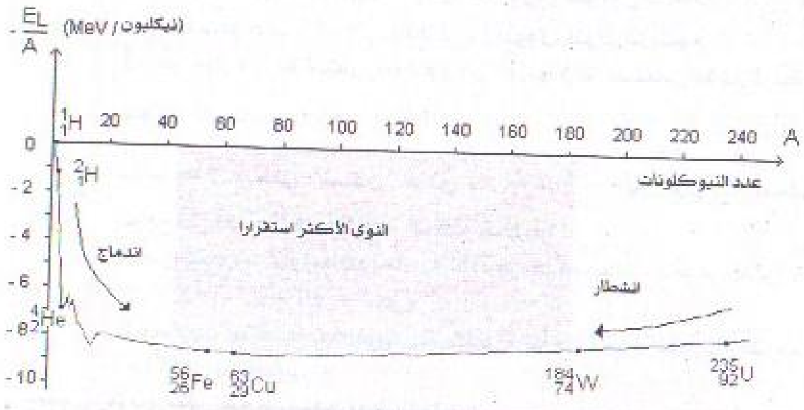
$$=\left[(1{,}00728+2(1{,}00866)-3{,}01550\right]\times 1{,}66\times10^{-27}\times(3\times10^{8})^2$$

$$=9{,}1\times10^{-3}\times1{,}66\times10^{-27}\times(3\times10^{8})^2$$

$$=1{,}36\times10^{-12}j=\frac{1{,}36\times10^{-12}}{1{,}6\times10^{-13}}=8{,}5MeV$$

3) تملك النوى الأكثر استقرارا طاقة ربط نووي للنيكليون الواحد $\frac{E_l}{A}$ اكبر ما يمكن

بالتالي فهي تملك القيم $\frac{-E_l}{A}$ الأخفض بيانيا (لاحظ الجزء المظلل في البيان التالي).



منحنى Aston

4) ا) موقع نواة التريتيوم كما في الشكل المرفق.

ب) من البيان يكون:

$$-\frac{El}{A}(^{4}_{2}He)\approx-7MeV$$

$$-\frac{El}{A}(^{3}_{2}He)\approx-2{,}8\,MeV$$

$$-\frac{El}{A}(^{2}_{1}H)\approx-1{,}1\,MeV$$

5) ا) الطاقة المتحررة من التفاعل (3) هي :

$$E=\left[\frac{E_l}{A}(^{3}_{1}H)\times A+\frac{E_l}{A}(^{2}_{1}H)\times A\right]-\left[\frac{E_l}{A}(^{4}_{2}He)\times A\right]$$

$$=2{,}8\times3+2\times1{,}1-4\times7$$

$$=-17{,}4\,MeV$$

$E\langle 0$ فالجملة تفقد طاقة أثناء التفاعل يتلقاها الوسط الخارجي.

تمارين و مسائل

1 طاقة الربط النووي للنيكليون الواحد في ذرة اليورانيوم $^{235}_{92}U$ هي $\frac{E_l}{A} = 7,7\ MeV$.

إذا كان $m_n = 1,0087\,u$ ، $m_p = 1,0073\,u$ ، $1u = 931,5\ MeV.C^{-2}$.

1- اعط تركيب نواة اليورانيوم $^{235}_{92}U$.

2- احسب كتلة النواة المذكورة بوحدة الكتل الذرية (u) .

الجواب :

$m_0 = 234,973\,u$

---

2 أ) لماذا تكون الطاقة الناشئة عن تفاعل نووي من الضخامة بحيث تهمل أمامها الطاقة الناشئة عن تفاعل كيميائي عادي حتى و لو كان شديدا جدا ؟

ب) يقال أن الطاقة الشمسية مصدرها تفاعلات اندماج نووية تحدث داخلها وتفقد الشمس نتيجة ذلك $4\times10^6\ T$ من كتلتها في كل ثانية. هل تتوقع أن تفنى الشمس في زمن ما ؟ احسب الاستطاعة الإشعاعية للشمس.

الجواب :

$P = 36\times10^{19}\ T$

---

3 يتشكل الماء حسب المعادلة التالية $H_2 + \frac{1}{2}O_2 \longrightarrow H_2O + 289000\ (J)$

و يحترق الفحم لتكوين غاز الفحم حسب المعادلة $C + O_2 \longrightarrow CO_2 + 94000\ (J)$

- احسب مقدار النقص في الكتلة الموافق لكل تفاعل.

الجواب :

$436\times10^{-12}\ Kg$ ، $12\times10^{-13}\ Kg$

---

4 احسب بالميغا إلكترون فولط، طاقة الارتباط النووي لنواة الكالسيوم $^{40}_{20}Ca$ حيث:

$^{40}_{20}Ca = 39,96269\,u$ (يحصل على بقية الثوابت من المواضيع السابقة).

---

5 احسب طاقة الارتباط النووي لمول واحد من ذرات الهليوم ^4_2He مقدرة بالجول، ثم بالكيلوواط ساعي و ب MeV .

يعطى: $^1_1H = 1,00782u$ ، $^1_0n = 1,00867u$ ، $^4_2He = 4,0026u$

الجواب :

$E = 273,6\times10^{10}\ J = 7\times10^5\ Kw/h$
$= 7,1\times10^{25}\ MeV$

---

6 يمكن أن تتحد نوى نظائر الهيدروجين أثناء التفاعلات التي تحدث في القنبلة الهيدروجينية كما يلي:

$$^2_1H + ^2_1H \longrightarrow ^2_1H + ...4\ MeV$$
$$^3_1H + ^3_1H \longrightarrow ^4_1He + ...4\ MeV$$
$$^3_1H + ^3_1H \longrightarrow ^3_2He + ...+ \nu + 11\ MeV$$
$$^3_1H + ^2_1H \longrightarrow ^4_2He + ...+ \nu + 18\ MeV$$

- أكمل المعادلات واحسب النقص في الكتلة الموافق لكل اندماج نووي.

---

7 البزموت $^{210}_{83}Bi$ عنصر مشع ويصدر أشعة β^- .

1- اكتب معادلة التحول، ثم بين من بين النوى التالية تلك التي تنتج عن إشعاع البزموت: $_{87}fr$ ، $_{86}Rn$ ، $_{85}At$ ، $_{84}PO$ ، $_{83}Bi$ ، $_{82}Pb$

2- احسب الطاقة المتحررة عن هذا التفاعل.

يعطى: $^{210}_{83}Bi = 210,050877\,u$ ، $^{210}_{84}PO = 210,04962\,u$

$^{209}_{83}Bi = 209,046859\,u$ ، $^{206}_{82}Pb = 206,039957\,u$

الجواب :

$0,66\ MeV$

---

8 تستهلك محطة توليد كهربائية $1600\ T$ يوميا من وقود ينشر الكيلوغرام الواحد منه حرارة قدرها $4\times10^7\ J$. لو أن موقد هذه المحطة كان قادرا على تحويل المادة إلى طاقة، لكان و قوده المادة بالذات و لكان استهلاكه أقل بكثير، احسب مقدار هذا الاستهلاك.

الجواب :

$0,71\ g$

---

9 عنصر كيميائي يقع في السطر 3 العمود 5 من الجدول الدوري.

1- أوجد عدده الذري Z .

2- نحصل على النواة السابقة ^A_ZX بقذف النواة المستقرة $^{27}_{13}Al$ بأشعة α مما يؤدي إلى انبعاث نيترون.

أ) احسب طاقة التفاعل النووي الحادث واستنتج قيمة العدد A .

ب) احسب طاقة التفاعل مقدرة بوحدة MeV .

جـ) أوجد الطاقة المتحررة عن تفاعل مول واحد من الذرات.

3- احسب كمية الفحم المحترقة(مقدرة بالطن) الذي يمكنه نشر نفس الكمية السابقة من الحرارة المتحررة عن تفاعل مول واحد في التفاعل النووي السابق، علما أن احتراق مول واحد من الفحم ينشر طاقة حرارية قدرها $393100\ J$.

يعطى: $^{27}_{13}Al = 26{,}9815\,u$ ، $^{4}_{2}He = 4{,}0026\,u$

$^{A}_{Z}X = 29{,}96524\,u$ ، $^{1}_{0}n = 1{,}00867\,u$

الجواب :

1. $Z = 15$

2. ا) $A = 30$ ب) $E = 9{,}152\ MeV$

جـ) $E = 350{,}27\times10^{10}\ J$

3. $m = 107\ T$

---

10 * تنشطر نواة اليورانيوم $^{236}_{92}U$ حسب المعادلة $^{236}_{92}U \longrightarrow {}^{95}_{42}Mo + {}^{139}_{57}La + X\,(a)$

حيث X عدد الدقائق a المنبعثة.

ا) احسب العدد X و بين طبيعة a .

ب) احسب طاقة التفاعل النووي الحادث، إذا كان النقص الموافق في الكتلة هو $0{,}2218\,u$

الجواب :

$E = 206{,}46\ MeV$

---

11 ** في تفاعل تسلسلي لنواة اليورانيوم $^{235}_{92}U$ الذي يحدث نتيجة قذف النواة بنيترون تنتج النواة $^{236}_{92}U^{*}$ التي تنقسم بدورها إلى نوى أخرى وتنبعث عدة نيترونات تصيب بدورها نوى أخرى من النوع $^{235}_{92}U$ و هكذا ... بحيث تكون طاقة كل انقسام نووي مقدرة بحوالي $200\ MeV$.

- احسب الطاقة المتحررة عن مول واحد من الذرات، ثم استنتج الطاقة الناشئة عن تفاعل $10\ Kg$ من اليورانيوم $^{235}_{92}U$. ($^{235}_{92}U = 235{,}0423\,u$).

---

12 ** الفحم الطبيعي خليط من النظيرين $^{12}_{6}C$ ، $^{13}_{6}C$ بالنسبتين $x\%$ ، $y\%$ على الترتيب.

1- إذا كانت الكتلة الذرية المتوسطة للفحم الطبيعي هي $12{,}01\,u$ فأوجد x ، y .

2- حدد موقع هذين النظيرين في الجدول الدوري.

3- عنصر آخر X يقع في السطر 2 من الجدول الدوري.

- اعط رقمه الذري Z و اذكر الفئة الكيميائية التي ينتمي إليها .

4- تقذف النواة $^{A}_{Z}X$ بأشعة α فينتج النظير $^{13}_{6}C$ و ينبعث نيترون.

ا) استنتج هوية النكليد $^{A}_{Z}X$.

ب) احسب طاقة التفاعل النووي الحادث مقدرة بوحدة MeV .

يعطى: $^{A}_{Z}X = 0{,}0122\,u$ ، $^{4}_{2}He = 4{,}0026\,u$ ، $^{1}_{0}n = 1{,}00867\,u$

---

13 ** يمكن الحصول على دقائق α بقذف نواة الليثيوم $^{7}_{3}Li$ ببروتون حسب العادلة التالية $^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \longrightarrow n\,\alpha$

- عين عدد الدقائق α ، و احسب طاقة التفاعل بوحدة MeV .

يعطى: $^{7}_{3}Li = 7{,}016\,u$ ، $m_\alpha = 4{,}0026\,u$ ، $^{1}_{1}H = 1{,}0073\,u$

$1\,u = 1{,}67\times10^{-27}\,Kg$ ؛ $1\,eV = 1{,}6\times10^{-19}\,J$

2- ا) تنبعث دقائق (α) التي شحنتها He^{++} من النقطة O حيث توجد عينة من الراديوم المشع بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ تحت تأثير فرق كمون مسرع $u = 2\times10^{6}\,V$ نحو صفيحة O_1 بحيث يكون $|u| = u_O - u_{O_1}$ يوجد وراء اللوح O_1 لوح آخر O_2 له نفس كمون اللوح O_1 . بين طبيعة حركة الدقائق في المجال (O, O_1) ، ثم (O_1, O_2) .

ب) اللوح O_2 عبارة عن صفيحة معدنية تمكننا من حساب الطاقة الحركية المكتسبة للدقيقة α فتكون $E_{C_2} = 33\ MeV$. بين كيف يمكننا حساب الطاقة الحركية بواسطة هذه الصفيحة، ثم استنتج مقدار السرعة الابتدائية $\vec{v}_0$ ، و كذلك السرعة $\vec{v}_2$ عند النقطة O_2 .

---

14 ** ينتج نظير الراديوم $^{226}_{88}Ra$ من إشعاع لنواة اليورانيوم $^{238}_{92}U$.

1- احسب كتلة النيوكلونات الموجودة بنواة الراديوم.

2- احسب النقص في نواة الراديوم.

3- احسب بوحدة MeV و بالجول طاقة الربط النووي لنواة الراديوم.

4- ما هي الطاقة الواجب توفرها لتفكيك نواة الراديوم إلى نيوكلونات حرة ساكنة ؟ ما هي طاقة الربط للنيكليون الواحد ؟

يعطى: $m(^{226}_{88}Ra) = 225{,}97709\,u$ ، $m_n = 1{,}00866\,u$ ،

$m_p = 1{,}00728\,u$ ، $1\,u = 1{,}66055\times10^{-27}\,Kg$.

الجواب :

1. $m = 227{,}83572\ u$

2. $\Delta m = 1{,}85863\ u$

3. $E_l = 2{,}7738\times10^{-27}\ Kg$ ، $E_l = 1731{,}3\ MeV$ ،

$\dfrac{E_l}{A} = 7{,}66\ MeV$

---

15 *** أكمل معادلات التحولات النووية التالية مبينا طبيعتها (إشعاع β^- ، β^+ ، α ، تفاعل انشطار، تفاعل اندماج) .

1) $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{94}_{39}Y + ^{140}_{Z}I + x\,^{1}_{0}n$

2) $^{235}_{92}U \longrightarrow ^{4}_{2}He + ^{A}_{Z}th$

3) $^{238}_{Z}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{A}_{92}U$

4) $^{2}_{1}H + ^{3}_{Z}X \longrightarrow ^{4}_{2}He + x\,^{1}_{0}n$

5) $^{131}_{53}I \longrightarrow ^{0}_{+1}e + ^{A}_{Z}Te$

6) $^{124}_{Z}X \longrightarrow ^{0}_{-1}e + ^{A}_{54}Xe$

16 في درجة الحرارة $\theta = 1,5\times10^{7}\,K$ تحدث تفاعلات الالتحام التالية بمركز الشمس الملتهبة:

$^{1}_{1}H + ^{1}_{1}H \longrightarrow ^{2}_{1}H + ^{0}_{1}e$ ....(1)

$^{1}_{1}H + ^{2}_{1}H \longrightarrow ^{3}_{2}H + \gamma$ ....(2)

$^{3}_{2}H + ^{3}_{2}H \longrightarrow ^{4}_{2}H + 2\,^{1}_{1}H$ ....(3)

1- بالاعتماد على هذه المعادلات، اعط المعادلة الإجمالية التي تعبر عن حصيلة التفاعل الحادث في هذا النجم الملتهب.

2- احسب الطاقة المتحررة من تشكل نواة هليوم واحدة ثم من $1\,g$ من الهيليوم.

3- الاستطاعة الإشعاعية للشمس هي $3,9\times10^{26}\,W$ ، بفرض أن كل الطاقة الناشئة عن التفاعلات الحادثة تتحول إلى إشعاعات.

ا) احسب كتلة الهليوم المتشكل في كل ثانية.

ب) احسب النقص في كتلة الشمس في كل ثانية.

جـ) إذا كان متوسط عمر الشمس هو $4,6\times10^{9}$ مليار سنة.

و أن كتلتها الحالية هي $2\times10^{30}\,Kg$.

- ما هي الكتلة التي ضاعت من الشمس منذ بداية إشعاعها ؟

يعطى: $m(^{2}H) = 2,01355\,u$ ، $m(^{3}H) = 3,014934\,u$ ، $m_e = 0,00055\,u$

الجواب:

1. $4\,^{1}_{1}H \longrightarrow ^{4}_{2}He + 2\,^{0}_{1}e + 2\gamma$

2. $E = 5,9\times10^{5}\,MJ$

3. ا) $m = 135\,Kg$

ب) $\Delta m = 4,3\times10^{9}\,Kg.S^{-1}$

جـ) $6,24\times10^{26}\,Kg$

17 تشتغل محركات إحدى الغواصات النووية بالطاقة الناشئة عن تحول اليورانيوم النمذج بالمعادلة التالية $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{95}_{40}Zr + ^{138}_{52}Te + 3\,^{1}_{0}n + \gamma$

1- احسب النقص في نواة اليورانيوم أثناء هذا التحول.

2- ا) احسب الطاقة المتحررة عن هذا التفاعل. كيف تظهر هذه الطاقة ؟

ب) احسب كتلة اليورانيوم المستهلك خلال 30 يوم من إنتقال الغواصة، علما أن محركاتها تقدم استطاعة حرارية متوسطة قدرها $25\,Mw$.

3- علما أن النواتين المتشكلتين في التفاعل السابق تشعان بالإشعاعات β^{-} .

ا) اكتب معادلتي تحوليهما، علما أن النواتين الناتجتين تكونان على الترتيب نظيرتين لـ Nb ، I .

ب) احسب الطاقتين المتحررتين من هذين التفاعلين.

يعطى: $m(^{235}U) = 234,99933\,u$ ، $m(^{95}_{40}Zr) = 94,88604\,u$

$m(^{138}_{52}Te) = 137,90067\,u$ ، $m(^{138}I) = 137,89324\,u$

$m(^{95}Nb) = 94,88429\,u$ ، $m_e = 0,00055\,u$

الجواب:

1. $\Delta m = 0,18935\,u$

2. ا) $176,4\,MeV$

ب) $m = 0,9\,Kg$ ، $E = 6,48\times10^{13}\,J$

3. ب) $E_1 = 1,12\,MeV$ ، $E_2 = 6,36\,MeV$

الفصل الثاني

التَّطورَاتُ الزّمنيّةُ للجمَلِ الكهربائيةِ

الدرس 3

شَحنُ وتفرِيغُ مُكَثِّفَةٍ

تمهيد

تلعب المكثفات في عصرنا الحالي دورا هاما و أساسيا في التركيبات الكهربائية والإلكترونية بأنواعها بفضل تخزينها و إعادة تفريغها في الوقت المناسب وبالكيفية المراد لها.

و قد بدأ اكتشاف هذه الأجهزة الكهربائية و محاولة تطويرها في القرن الثامن عشر من طرف عدة باحثين. و تم التوصل على المبدأ الفعلي للمكثفات من طرف الفيزيائي "فولطا" في عام 1782 ثم تطورت هذه المكثفات فيما بعد على يد " إبينيوس" و "كفنديش". أما في وقتنا الحاضر فقد تطورت تطورا عظيما خاصة في الشكل، حتى أننا نجد بعض المكثفات تكون بحجم رأس الدبوس.

- فما هي المكثفة و ما هو مبدأ عملها و هل مدى أهميتها يصل الى درجة أننا لا نستطيع الاستغناء عنها في الدارات الإلكترونية الحساسة ؟

إن الغيوم الممطرة و الأرض تشكلان مكثفة ضخمة يصدر عن تفريغها الرعد والبرق و الصواعق. فكيف يحدث هذا وكيف تشحن و تفرغ المكثفة مع مرور الزمن ؟

لمعرفة آلية عمل المكثفة في الدارات الكهربائية ينبغي علينا تتبع هذا الدرس بدقة.

1 - المكثفات – (تذكرة)

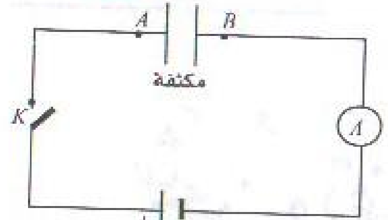
رمز المكثفة

1 - 1 مبدأ المكثفة

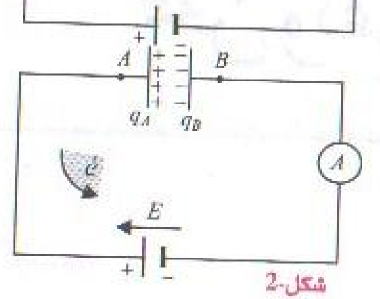
تتكون أبسط أنواع المكثفات من لوحين ناقلين متوازيين مفصولين بعازل. ندعو كل منهما بـ " لبوس المكثفة ".

تجربة:

باستعمال مكثفة نحقق التركيب المبين في الشكل-1



عند غلق الدارة نلاحظ انحراف مؤشر مقياس الأمبير A فورا، ثم عودته للصفر (شكل- 2).



شكل-2

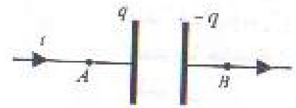
تفسير الظاهرة

عند غلق الدارة تغادر الإلكترونات اللبوس A للمكثفة متجهة نحو القطب الموجب للمولد فيدفعها المولد عبر قطبه السالب نحو اللبوس الآخر B للمكثفة فتتراكم عليه ويصبح مشحونا سلبا في حين أن اللبوس A يشحن إيجابا. و يتوقف التيار تماما عندما يكون $q_A = -q_B$ و تعبر هذه الظاهرة عن مبدأ شحن المكثفة (شكل- 2).

نتيجة

المكثفة جهاز كهربائي قادر على تخزين الشحنات الكهربائية.
- تشحن المكثفة عن طريق الدارة الخارجية.

1 - 2 علاقة الشحنة بالتيار



نعتبر الشكل التخطيطي الجانبي الممثل لمكثفة مشحونة.
نعتبر الاتجاه الموجب الاصطلاحي للدارة بالشكل التالي:
- إذا كان $i > 0$ فإن التيار يكون في الاتجاه الموجب للدارة.
- إذا كان $i < 0$ فإن التيار يكون في الاتجاه السالب للدارة.

و حيث أن التيار يسير في اتجاه الشحنات الموجبة اصطلاحا فإنه عندما يتجه نحو اللبوس A تزداد شحنة هذا اللبوس. فخلال المجال الزمني Δt تزداد الشحنة عليه بالمقدار Δq.
فتكون الشدة المتوسطة للتيار الكهربائي المار بالشكل التالي:

$$I_m = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

و في لحظة معينة t تكون الشدة اللحظية للتيار المار هي نهاية المقدار I_m لما Δt تؤول إلى الصفر. $i(t) = \lim_{\Delta t \to 0} I_m$. فعند المسرى الذي يحمل الشحنة اللحظية t نجد ما يلي:

$$i(t) = \frac{d\,q(t)}{d\,t}$$

نتيجة

إن شدة التيار الكهربائي الوارد إلى لبوس مكثفة هو مشتق الشحنة الكهربائية التي يحملها هذا اللبوس.
- إذا كان $i > 0$ فإن $\frac{dq}{dt} > 0$ و الشحنة تتزايد.
- إذا كان $i < 0$ فإن $\frac{dq}{dt} < 0$ و الشحنة تتناقص.
- عند شحن مكثفة بتيار مستمر تصبح العلاقة بالشكل $q_A = I.t$.

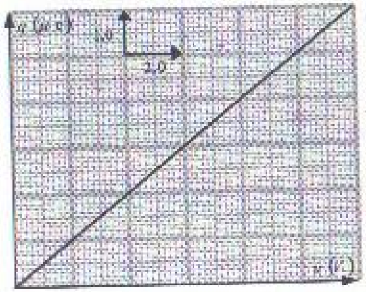
2 - سعة المكثفة

2 - 1 شحن المكثفة بتيار مستمر

تجربة:

عند تطبيق توتر مستمر u بين لبوسي مكثفة تقوم هذه الأخيرة باختزان الشحنات الكهربائية (q) على لبوسيها أثناء عملية الشحن.

باستعمال مبرمج آلي يقوم الحاسب بحساب الشحنة (q) بدلالة التوتر المطبق (u). حيث يعطي لنا البيان $q = f(u)$ كما هو مبين بالشكل الجانبي.



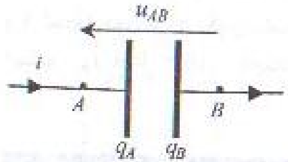
النتائج التجريبية

البيان $q = f(u)$ عبارة عن خط مستقيم معادلته $q = a.u$ من الشكل، ميله $a = \frac{q}{u} = Const$

فالشحنة الكهربائية المختزنة بالمكثفة تتناسب مع التوتر الكهربائي المطبق بين لبوسيها. يسمى ثابت التناسب هذا بـسعة المكثفة (C). نحصل على العلاقة التالية: $C = \frac{q}{u}$

وحدة السعة هي الفاراد (F).

و تكون سعة المكثفات العادية المستعملة في التركيبات الكهربائية والإلكترونية صغيرة من رتبة الميكروفاراد $(\mu.F)$ بحيث يكون $1\mu.F = 10^{-6}\,F$



إن العلاقة $q_A = Cu_{AB}$ جبرية:
- إذا كان $u_{AB} > 0$ يكون $q_A > 0$
- إذا كان $u_{AB} < 0$ يكون $q_A < 0$

2 - 2 علاقة التوتر بالتيار المار

وجدنا أن شحنة المكثفة المشحونة تحت تأثير توتر مستمر تعطى بالعلاقة $q = C.u$
أما إذا كان التوتر المطبق متغيرا فإننا نحصل على ما يلي:
- باشتقاق المعادلة بالنسبة للزمن نجد $\frac{dq}{dt} = C.\frac{du}{dt}$.

و حيث أن $\frac{dq}{dt} = i$ فإننا نحصل على ما يلي:

$$i = C.\frac{du}{dt}$$

تمرين تدريبي

1- في التجربة السابقة احسب سعة المكثفة المستعملة.
2- إذا كان التوتر المطبق بين طرفي المكثفة من الشكل $u = 0{,}2\,t$ ، فاحسب شدة تيار الشحن.

✓ الحل:

1- وجدنا أن ميل المستقيم $q = a.u$ يمثل سعة المكثفة فيكون بالاعتماد على البيان:

$$C = a = \frac{\Delta q}{\Delta u} = \frac{6\times1{,}0\times10^{-6} - 0}{6\times2{,}0 - 0}$$
$$= 0{,}5\times10^{-6}F = 0{,}5\,\mu F$$

2- $u = 0{,}2\,t$ تعطي $\frac{du}{dt} = 0{,}2$

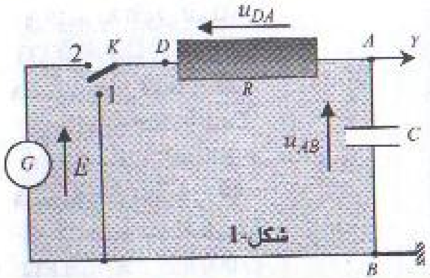
ومنه نجد $i = C\frac{du}{dt} = 0{,}5\times10^{-6}\times0{,}2 = 10^{-5}\,A$

3 - تطور التوتر الكهربائي أثناء الشحن

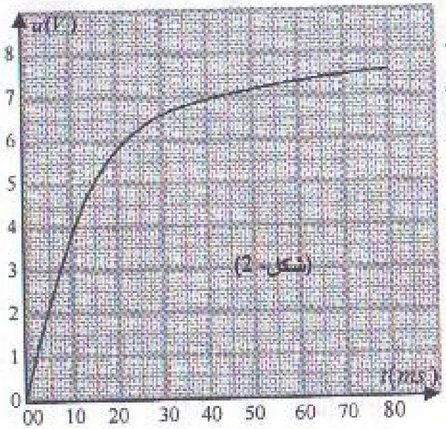
3 - 1 الدراسة التجريبية

نحقق الدارة التسلسلة الجانبية (شكل-1) باستعمال ثنائي قطب (R,C) يتكون من مكثفة (C) و ناقل أومي مقاومته R مع مولد قوته المحركة كهربائية E و قاطعة عاكسة $(1,2)$.

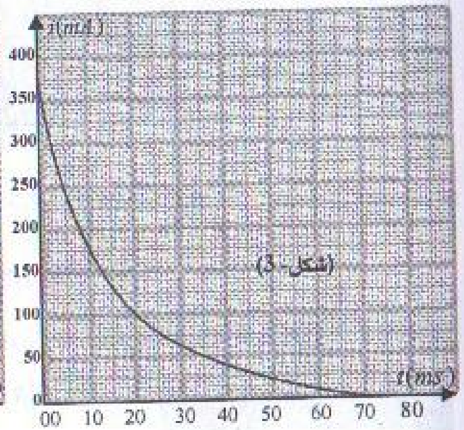
باستعمال جهاز راسم اهتزاز مهبطي نستطيع مشاهدة على شاشته المنحنى $u_{AB}(t)$ بين طرفي المكثفة أثناء تناوب استعمال الوضعين $(2,1)$ للقاطعة (شكل-2).
يعطي (الشكل-3) تغيرات التيار الكهربائي المار بالدارة أثناء شحن المكثفة.



شكل-1



(شكل-2)



(شكل-3)

تفسير الظاهرة

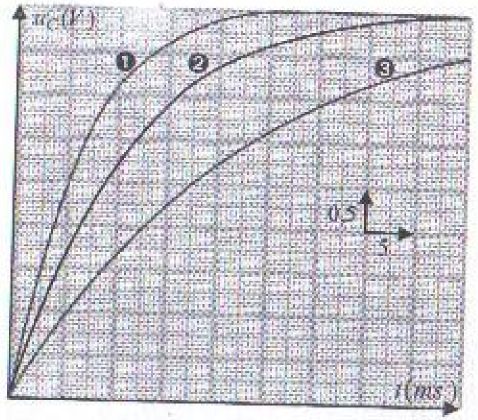
من قانون التوترات $Ri + u_{AB} = E$ يكون:
لحظة غلق القاطعة يكون $Ri = E$ لأن المكثفة غير مشحونة و يكون التيار المار أعظميا لأن $i = \frac{E}{R}$ مما يسمح بشحن المكثفة بسرعة فيزداد التوتر u بين طرفيها تدريجيا، في حين أن التوتر بين طرفي الناقل الأومي Ri يتناقص بنقصان الشدة i مما يجعل المكثفة تتباطأ في الشحن و عندما يتم شحن المكثفة بعد مدة زمنية يصبح $u = E$ و $i = 0$.
فإذا وضعنا القاطعة على الوضع-2 فإنه لا يجتاز الدارة أي تيار كهربائي آخر لأن المكثفة أصبحت مشحونة تماما.

نتيجة

عند تطبيق توتر معين بين طرفي ثنائي القطب (R,C) فإن المكثفة المشكلة له تشحن تدريجيا و لا يحدث الشحن مباشرة.

3 - 2 ثابت الزمن τ

نعود للتركيب التجريبي الموصوف سابقا. و نقوم بثلاث تجارب لمشاهدة منحنى الشحن $u_C(t)$:



- في التجربة الأولى لدينا:
$C=500\,nF$ ، $R=10\,K\Omega$
فنحصل على المنحنى ❶.
- في التجربة الثانية لدينا:
$C=500\,nF$ ، $R=20\,K\Omega$
فنحصل على المنحنى ❷.
- في التجربة الثالثة لدينا:
$C=1000\,nF$ ، $R=20\,K\Omega$
فنحصل على المنحنى ❸.
- نلاحظ في التجربة الأولى (البيان-1) أنه يحدث شحن سريع للمكثفة حيث يكون:

$$R.C=10\times10^3\times500\times10^{-9}=5\times10^{-3}$$

- و في التجربة الثانية (المنحنى- 2) يتباطأ شحن المكثفة حيث يكون:

$$R.C=20\times10^3\times500\times10^{-9}=10\times10^{-3}$$

- و في التجربة الثالثة (المنحنى- 3) يكون الشحن أبطأ حيث:

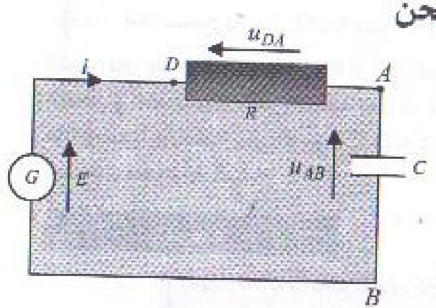
$$R.C=20\times10^3\times1000\times10^{-9}=20\times10^{-3}$$

فسرعة عملية شحن المكثفة تتعلق إذن بالجداء $R.C$ الذي يدعى عامل الزمن τ و وحدته الثانية لأن $[R.C]=\frac{[u]}{[i]}\times\frac{[q]}{[u]}=\frac{[i][t]}{[i]}=[t](S)$

نتيجة

تزداد مدة شحن المكثفة لثنائي القطب (R,C) بزيادة ثابت الزمن $\tau=R.C$

3 - 3 الدراسة التحليلية لظاهرة الشحن



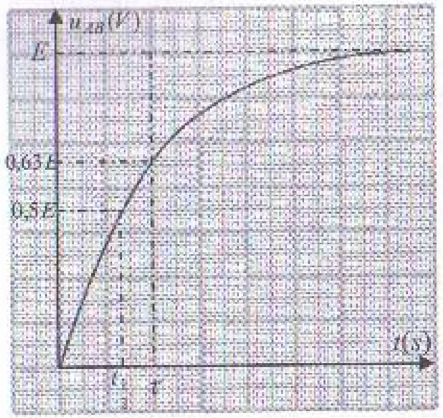
حسب قانون التوترات يكون $u_{DB}=u_{DA}+u_{AB}$ حيث:
- التوتر بين طرفي المولد هو $u_{DB}=E$
- بين طرفي الناقل الأومي هو $u_{DA}=R.i$
- بين طرفي المكثفة هو $u_{AB}=u=\frac{q}{C}$

فيكون $q=C.u$

و تكون شدة التيار المار هي $i=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du}{dt}$

بالتعويض في علاقة التوتر الكلي نجد $E=\tau.\frac{du}{dt}+u$ ....(1)

و يعطي حل هذه المعادلة التفاضلية النتيجة التالية $u=E(1-e^{-t/\tau})$



لما $t=0$ يكون $u=E(1-1)=0$

و لما $t\to\infty$ فإن $u\to E$

و لما $t=\tau$ يكون $u=E(1-e^{-1})=0{,}63\,E$

فالزمن $t=\tau$ يوافق اللحظة التي تشحن فيها المكثفة بنسبة 63% من شحنتها الإجمالية.

و عندما $u=\frac{E}{2}$ تكون المكثفة قد شحنت بنسبة 50% (نصف شحنتها الإجمالية)

و هذا الزمن وافق القيمة $t_{\frac{1}{2}}=\tau\ln 2$ (زمن نصف الشحن).

إن معادلة المماس للمنحنى $u=(t)$ في اللحظة t تعطى بالعادلة $u=a\,t$

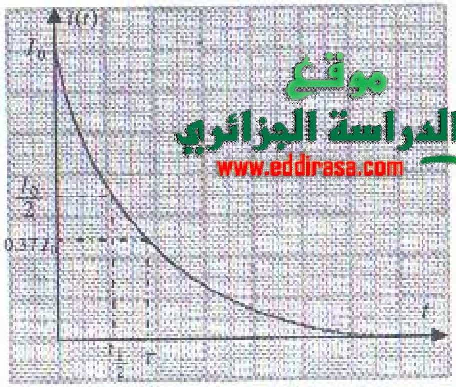
حيث يكون ميله هو $a=\left.\frac{du}{dt}\right|_{t=0}=\left.\frac{E}{\tau}.e^{-t/\tau}\right|_{t=0}=\frac{E}{\tau}$ فيكون:

$$u=\frac{E}{\tau}.t$$

ولما $t=\tau$ يكون $u=\frac{E}{\tau}\times\tau=E$

نتيجة

يحقق المماس لمنحنى الشحن $u_C(t)$ في النقطة $(0,0)$ العلاقة $(t=\tau\ ,u=E)$



و يمكن الحصول على تيار الشحن بالشكل التالي:

$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(C.u)}{dt}$$

$$=C\frac{du}{dt}=\frac{E}{R}.e^{-t/\tau}$$

بوضع $I_0=\frac{E}{R}$ القيمة العظمى نحصل على العبارة اللحظية التالية:

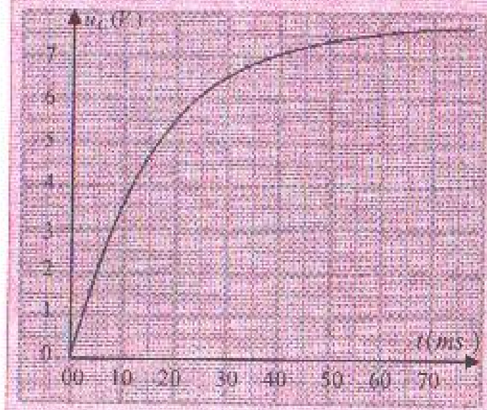
$$i=I_0.e^{-t/\tau}$$

و يمكن التوصل إلى ما يلي:
- في اللحظة $t=\tau$ يكون $i=\frac{I_0}{e}=0{,}37\,I_0$
- في اللحظة $t=t_{\frac{1}{2}}$ يكون $t_{\frac{1}{2}}=\tau\ln 2$ و يكون $i(t_{1/2})=\frac{I_0}{2}$

تمرين تدريبي

يعطي الشكل المرفق منحنى الشحن $u_C(t)$ لمكثفة سعتها (C) موصلة في الدارة مع مولد كهربائي قوته المحركة الكهربائية $E=7{,}65\,v$ وناقل أومي مقاومته $R=20\,K\Omega$.

- استنتج بالاعتماد على هذا الشكل:
- ثابت الزمن τ و مقدار سعة المكثفة المستعملة C.



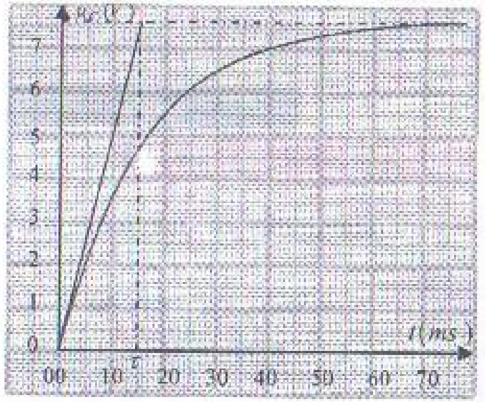
✓ الحل :

عند النقطة $(0,0)$ نرسم مماسا للمنحنى $u_C(t)$ فيمر بالنقطة (τ , E) و نجد من البيان ما يلي:

$\tau = 15\,ms$ ، $E \approx 7{,}65\,v$

و حيث أن $\tau = R.C$ يكون:

$$C=\frac{\tau}{R}=\frac{15\times10^{-3}}{20\times10^{3}}=0{,}75\times10^{-6}\,F=0{,}75\,\mu F$$



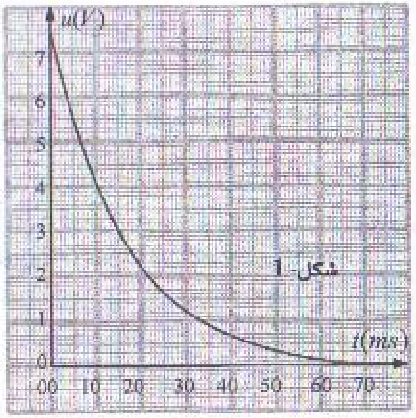
4 - تطور التوتر الكهربائي أثناء التفريغ

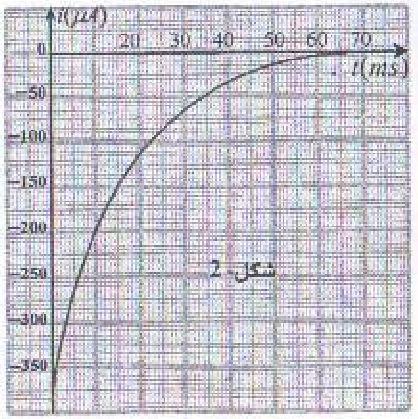
4 - 1 الدراسة التجريبية

نحقق نفس التركيب المستعمل في شحن المكثفة.

ابتداء من اللحظة $t=0$ التي تكون فيها المكثفة مشحـ.ـة $(u=E)$ نضع القاطعة في الوضع-1 فنشاهد على شاشة جهاز راسم الاهتزاز المهبطي الموصل بالدارة المنحنى البياني $u_{AB}(t)$ (شكل-1)

و يسمح الحاسوب حينئذ بالحصول على (الشكل-2) الذي يعطي منحنى تغير التيار $i(t)$.





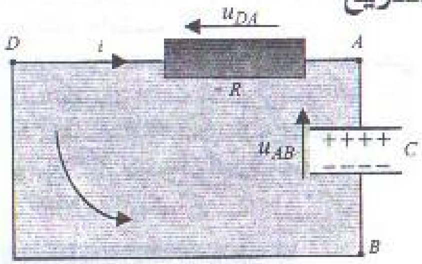
تفسير الظاهرة

قانون التوترات $E=R\,i+u$

في الوضع-1 يكون المولد خارج الدارة فيكون $0=R\,i+u$ ومنه نجد $i=-\frac{E}{R}$

فتيار التفريغ يجتاز الدارة في الاتجاه المعاكس (السالب) مما يجعل التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة يتناقص فجأة. و عندما يصبح $u=0$ يكون تيار التفريغ قد توقف أيضا $(i=0)$.

4 - 2 الدراسة التحليلية لظاهرة التفريغ



حسب قانون التوترات نجد:

$0=u_{DA}+u_{AB}$ حيث يكون:

$u_{DA}=R.i$ ، $q=C.u_{AB}$

$$i=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du}{dt}$$

بالتعويض نجد $0=R.C.\frac{du}{dt}+u$

ومنه يكون $\tau.\frac{du}{dt}+u=0$

و يعطي حل هذه المعادلة التفاضلية النتيجة التالية $u(t)=E.e^{-t/\tau}$

لما $t=0$ يكون $u=E$. و لما $t=\tau$ يكون $u=\frac{E}{e}$

و تكون عبارة التفريغ بالشكل التالي:

$$i=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du}{dt}=-\frac{C}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

و حيث أن $\tau = R.C$ نجد ما يلي:

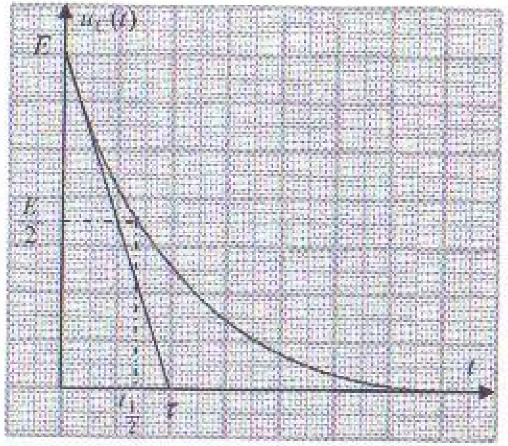
$$i = -\frac{E}{R} . e^{-t/\tau}$$

بوضع $I_0 = \frac{E}{R}$ القيمة العظمى نجد:

$$i = -I_0 . e^{-t/\tau}$$

إن ثابت الزمن $\tau = R.C$ يحدّد تجريبيا برسم المماس للمنحنى $u_C(t)$ عند النقطة $(0 , E)$ نجد أن هذا المماس يقطع محور الأزمنة عند النقطة $t=\tau$. و تكون معادلة هذا المماس هي

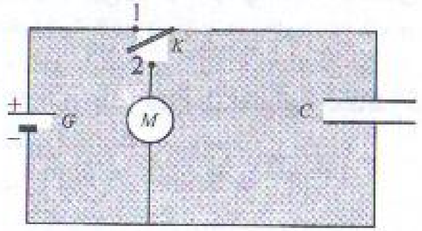
$$u = E - \frac{E}{\tau} . t$$



5 - الطاقة المخزنة بمكثفة

5 - 1 كيف تخزن المكثفة طاقة ؟

نحقق التركيب الجانبي باستعمال مكثفة (C) و مولد كهربائي G و محرك كهربائي M و قاطعة عاكسة K .



نقوم بشحن المكثفة باستعمال المولد الكهربائي وذلك بتثبيت القاطعة على الوضع- 1 .

بعد انتهاء عملية الشحن نضع القاطعة في الوضع- 2 . نلاحظ أن المحرك يدور دلالة على انه اكتسب طاقة كهربائية من المكثفة حولها إلى طاقة ميكانيكية.

نتيجة

عند شحن المكثفة تخزن طاقة كهربائية معينة، تقوم بتحويلها إلى الدارة أثناء التفريغ.

5 - 2 عبارة طاقة مكثفة

الاستطاعة الكهربائية التي تتلقاها المكثفة في لحظة معينة:

$$p(t) = u . i \text{ ....(1)}$$

بوضع $q = C.u$ يكون $i = \frac{dq}{dt} = C . \frac{du}{dt}$

بالتعويض في (1) نجد $p(t) = u . C \frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} (\frac{1}{2} C u^2)$

و تكون الطاقة الكهربائية المختزنة بالمكثفة هي:

$$E_C = \int_0^t p(t) . dt = \int d(\frac{1}{2} C u^2) = \frac{1}{2} . C . u^2$$

فنحصل على العبارة التالية $E_C = \frac{1}{2} C . u^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$

تمرين تدريبي

يتكون ثنائي قطب من (مكثفة سعتها $C = 5 \mu . F$) و ناقل أومي مقاومته $R = 10^3 \Omega$. موصلان على التسلسل مع مولد كهربائي مهمل المقاومة قوته المحركة الكهربائية $E = 12 v$. في اللحظة $t = 0$ تغلق الدارة.

1- أحسب ثابت الزمن τ لهذه المكثفة.

2- أحسب في اللحظة $t = \tau$ مقدار الطاقة الكهربائية المخزنة بالمكثفة.

✓ الحل :

1- ثابت الزمن $\tau = R . C = 10^3 \times 5 \times 10^{-6} = 5 \times 10^{-3}\, s = 5\, ms$

2- حساب الطاقة الكهربائية المخزنة بالمكثفة في اللحظة $t = \tau$ ؛

$E_C = \frac{1}{2} C . u^2$ حيث يكون:

$$u = E(1 - e^{-t/\tau}) = 0{,}63\, E = 0{,}63 \times 12 = 7{,}56\, v$$

$$E_C = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-6} \times (7{,}56)^2 \approx 1{,}43 \times 10^{-4}\, J$$

خلاصة

1- عند شحن مكثفة يكون التيار الكهربائي الوارد إلى اللبوس بالشكل: $i=\frac{dq}{dt}$ حيث q الشحنة الكهربائية التي يخزنها اللبوس حينئذ.
الكمية

2- تعطى شحنة المكثفة المشحونة تحت توتر مستمر بالعلاقة $q=C.u$
و عندما يكون التوتر متغيرا يكون $\frac{dq}{dt}=C\frac{du}{dt}$ ، $i=C\frac{du}{dt}$.

3- ثابت الزمن $\tau=R.C$ هو مقدار مميز لشحن المكثفة. فكلما كان هذا المقدار كبيرا كلما تباطأت عملية الشحن.

4- تتميز عملية الشحن بالمعادلة التفاضلية $E=\tau.\frac{du}{dt}+u$
و يعطى حل هذه المعادلة [$u=E(1-e^{-t/\tau})$ ، $i=\frac{E}{R}.e^{-t/\tau}$]

5- يسمح رسم المماس للمنحنى $u(t)$ عند النقطة $(0,0)$ بإيجاد سعة المكثفة (C) أو مقاومة الناقل الأومي المستعمل R لأنه يمر بالنقطة $(t=\tau , u=E)$.

6- تتميز عملية التفريغ بالمعادلة التفاضلية $\tau.\frac{du}{dt}+u=0$
و يعطى حل هذه المعادلة ($u=E\,e^{-t/\tau}$ ، $i=-\frac{E}{R}\,e^{-t/\tau}$).
فتيار الشحن و التفريغ يكونان متعاكسين في الدارة.

7- تخزن المكثفة أثناء شحنها طاقة كهربائية تعطى بالعلاقة:
$E_C=\frac{1}{2}Cu^2=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ تقوم بتوفيرها للدارة الخارجية أثناء التفريغ.

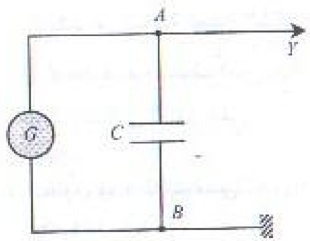
أعمال تطبيقية

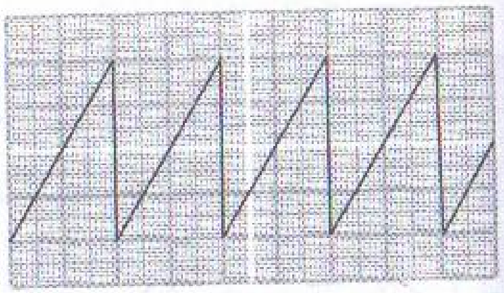
استعمال راسم الاهتزاز المهبطي في مراقبة الشحن و التفريغ

1 - تجارب الشحن و التفريغ

1- نستعمل مولدا لشحن مكثفة بتيار ثابت الشدة $i=15\,mA$ و نشاهد عملية الشحن والتفريغ باستعمال راسم اهتزاز مهبطي حيث يظهر على شاشته (الشكل-2). يوجد جهاز آلي يسمح بقطع التيار آليا خلال فواصل زمنية متساوية بحيث يكون ضبط الجهاز بالشكل التالي:

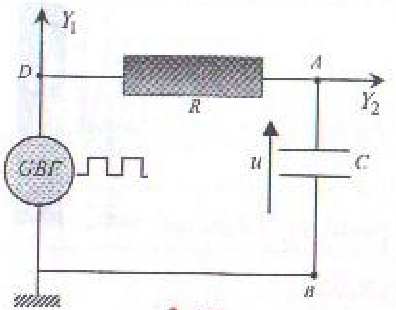
الوحدة أفقيا ← $0{,}10\,ms$
الوحدة شاقوليا ← $10\,v$



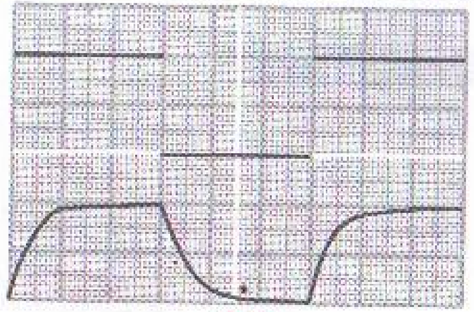


ماذا تستنتج؟ ثم استخرج من البيان سعة المكثفة (C).

2- باستعمال المكثفة السابقة وناقل أومي مقاومته $R=10^3\,\Omega$ و استعمال مولد GBF يعطي إشارات مربعة نحقق التركيب المبين بالشكل-3.
نصل الدارة بجهاز راسم اهتزاز مهبطي على المدخلين Y_1 ، Y_2 ، فنشاهد على شاشته المنحنيات المبينة بالشكل-4 . حيث يتم ضبط الجهاز على المدخلين كما يلي:
أفقيا $1\,ms \longrightarrow 1\,Div$ ، شاقوليا $0{,}5\,v \longrightarrow 1\,Div$



شكل-3


شكل-4

ا) ماذا نشاهد على كل مدخل ؟

ب) أحسب ثابت الزمن τ لثنائي القطب (R,C).

ج) أوجد دور الإشارة المربعة T التي يعطيها المولد. وهل يوافق دور الشحن و التفريغ ؟ علل ذلك ثم قارن بين τ ، T . ماذا تلاحظ ؟

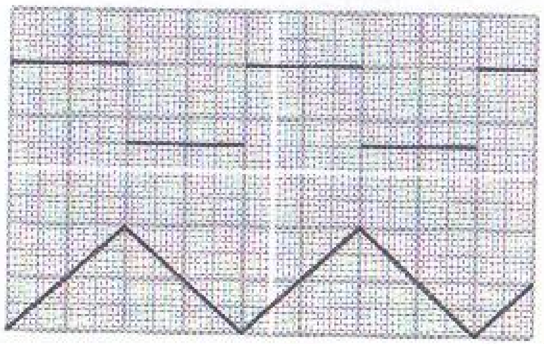
د) أحسب القيمة العظمى لكل من توتر المولد E_0 ، و توتر المكثفة u_0 .

3- نغير الآن من حساسية المدخلين لجهاز راسم الاهتزاز المهبطي بالشكل التالي:

افقيا: الوحدة $\longrightarrow 20\,\mu s$

شاقوليا: الوحدة $\longrightarrow 1\,v\,(y_1)$ ، $0,5\,v\,(y_2)$

نشاهد على شاشة الجهاز الشكل-5


شكل-5

ا) اوجد قيمة نصف الدور $\frac{T}{2}$ للإشارات التي تظهر على البيان.

- قارن هذه القيمة من τ المحسوب سابقا.
- ماذا تلاحظ ؟

ب) استنتج لماذا يظهر التوتر بين طرفي المكثفة بشكل سن المنشار و ليس بشكل منحنى ؟

- احسب القيمة العظمى لكل من توتري المولد و المكثفة.

4- ما هي الخلاصة العامة التي يمكنك استنتاجها من هذه التراكيب التجريبية ؟

❷ - تحليل التجارب

1- الشحن بواسطة تيار ثابت الشدة

في كل فترة للشحن يكون منحنى الشحن $u(t)$ خطا مستقيما معادلته $u = a\,t$ ....(1)

و حسب العلاقة $q = i\,t$ فإنه يكون باستعمال العلاقة (1) ما يلي:

$$\frac{q}{u} = \frac{i.t}{a.t} = \frac{i}{a} = Cte \;..........(2)$$

فالشحنة الكهربائية المخزنة بالمكثفة تتناسب مع التوتر المطبق.

و حسب العلاقة $C = \frac{q}{u}$ فإن ثابت التناسب $\frac{i}{a}$ يمثل سعة المكثفة فيكون حسب العلاقة (1)

و باستعمال المقياس ما يلي $a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{3\times10-0}{2\times0{,}10\times10^{-3}} = 15\times10^{4}$

ومنه نجد

$$C = \frac{i}{a} = \frac{15\times10^{-3}}{15\times10^{4}} = 10^{-7}\,F$$

$$= 100\,n\,F$$

2- الشحن و التفريغ باستعمال توتر متغير $(T \rangle \tau)$:

ا) حسب مخطط الدارة (شكل-3) يكون:

- منحنى التوتر المطبق بين طرفي المولد u_{DB} على المدخل Y_1
- منحنى التوتر المطبق بين طرفي المكثفة u_{AB} على المدخل Y_2

ب) ثابت لزمن لثنائي القطب (R,C) هو:

$$\tau = R.C = 10^{3}\times10^{-7} = 10^{-4}\,S = 0{,}10\,ms$$

ج) حسب الشكل-4 يكون دور الإشارة المربعة ممثل باربع تدريجات فيكون حسب المقياس:

$$T = 6\times1 = 6\,ms$$

و هذا الدور يوافق مجالي الشحن والتفريغ اللذان يظهران بالإشارة المثلثية (تزايد وتناقص التوتر) التي تعبر عن منحنيي الشحن و التفريغ $u(t)$ للمكثفة.

نلاحظ أن $\frac{T}{\tau} = \frac{6}{0{,}10} = 60$ و يكون $\frac{\frac{T}{2}}{\tau} = 30$

فدور الإشارة $u(t)$ يكون أكبر بكثير من ثابت الزمن τ الذي يمثل جزءا صغيرا من منحنيي الشحن و التفريغ فلهذا يظهر هذان المنحنيان على الشاشة بوضوح كدالتين أسيتين.

د) القيم العظمى للتوترين:

من بياني الشكل-4 يكون حسب المقياس:

- بين طرفي المولد $E_0 = 1\times0{,}5 = 0{,}5\,v$

- بين طرفي المكثفة $u_0 = 2\times 0,5 = 1\,v$

3- الشحن والتفريغ باستعمال توتر متغير $(T \langle \tau)$:

أ) نصف دور التوترات المطبقة:

$$\frac{T}{2} = 2\times 20 = 40\,\mu s = 0,04\,ms$$

$$\tau = 0,10\,ms$$

$$\frac{\tau}{\frac{T}{2}} = \frac{0,10}{0,04} = 2,5 \longrightarrow \tau \rangle \frac{T}{2}$$

ب) الاستنتاج:

إن المجال الزمني τ المميز لمنحنى الشحن يكون صغيرا أمام مجال الشحن في الحالة الطبيعية.

أما في حالة (الشكل-5) فإن $\frac{T}{2} \langle \tau$ فالمجال τ الصغير قد أصبح كبيرا جدا بالنسبة لـ $\frac{T}{2}$ (زمن الشحن)

فجزء من منحنى الشحن الحقيقي يظهر بشكل قطعة مستقيمة أثناء الشحن و التفريغ فتظهر منحنيات الشحن و التفريغ على شكل سن المنشار.

ففي المجال الزمني القصير $t \le \tau$ ينطبق المماس على المنحنى $u = E(1-e^{-t/\tau})$ و تكون معادلته بشكل مستقيم $u \approx E\frac{t}{\tau}$

و هذه الحالة تصبح مشابهة للحال الأولى (شحن المكثفة بتيار ثابت).

4- النتيجة العامة:

أ) عندما يتم شحن المكثفة بتيار ثابت تظهر منحنيات الشحن بشكل مستقيمات ذات معامل توجيه موجب $u = a\,t$

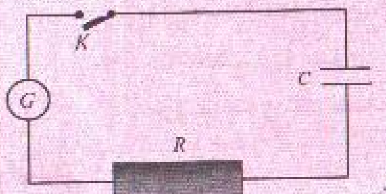
ب) عندما يتم شحن المكثفة بتيار غير ثابت الشدة (توتر متغير) تظهر منحنيات الشحن بشكل دالة أسية من الشكل $u = E(1-e^{-t/\tau})$ من أجل $T \rangle \tau$.

- أما إذا تمت العملية بحيث $\tau \rangle t$ فإن المنحنيات تؤول إلى مستقيمات من الشكل $u \approx E\frac{t}{\tau}$.

تطبيقات نموذجية

تطبيق 1: شحن مكثفة - المقادير الأعظمية

نحقق التركيب الجانبي باستعمال مكثفة سعتها $C = 100\,\mu F$ و ناقل اومي مقاومته $R = 100\,\Omega$ و مولد كهربائي مقاومته مهملة و قوته المحركة الكهربائية $e = E = 15\,v$



- المكثفة غير مشحونة.

نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$.

1- احسب القيمة العظمى لتيار الشحن.

2- احسب في نهاية الشحن مقدار التوتر الكهربائي المطبق بين طرفي كل من الناقل الأومي، و بين طرفي المكثفة وكذلك الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة، و مقدار كمية الكهرباء الموجودة على اللبوسين.

الحل:

1) حساب الشدة العظمى لتيار الشحن:

$$I_0 = \frac{E}{R} = \frac{15}{100} = 0,15\,A$$

2) في نهاية الشحن يكون $I = 0$ و ينتج:

$u_R = R.i = 0$ لأن التيار لا يمر.

$u_C = E = 15\,v$ نفس التوتر بين طرفي المولد عند توقف التيار.

- الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة:

$$E_C = \frac{1}{2}C.u^2 = \frac{1}{2}\times 100\times 10^{-6}\times (15)^2 = 112,5\times 10^{-4}\,J$$

- كمية الكهرباء:

$$q = u.C = 15\times 100\times 10^{-6} = 15\times 10^{-4}\,C$$

تطبيق 2: تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة أثناء الشحن

بواسطة الناقل الأومي R و المكثفة (C) و المولد G الذي يعطي بين طرفيه التوتر E و القاطعة K، نحقق التركيب المرفق.

نغلق القاطعة فيمر بالدارة التيار اللحظي $i(t)$.

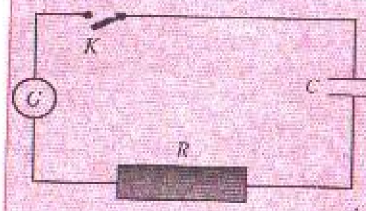
1- أوجد المعادلة التفاضلية للدارة، ثم استنتج عبارة التوتر اللحظي $u(t)$ بين طرفي المكثفة و عبارة الشدة $i(t)$ لتيار الشحن الذي يجتاز الدارة.

2- باستعمال القيم: $E=15\,v$ ، $R=100\,\Omega$ ، $C=100\,\mu F$.

أ) احسب ثابت الزمن τ للدارة.

ب) احسب الشدة العظمى للتيار الذي يجتاز الدارة أثناء الشحن.

جـ) احسب شدة التيار المار في اللحظة $t=\frac{1}{20}\,S$ ، و مقدار التوتر المطبق بين طرفي المكثفة في تلك اللحظة.



✓ الحل :

1) إيجاد المعادلة التفاضلية للدارة:

يعطي قانون التوترات المعادلة $u_G=u_R+u_C$ حيث يكون:

$u_G=E$ (بين طرفي المولد)

$u_R=R\,i$ (بين طرفي الناقل الأومي)

$u_C=u=\frac{q}{C}$ (بين طرفي المكثفة) ومنه يكون $q=C.u$

و حيث أن $i=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du}{dt}$ فيكون بالتعويض ما يلي:

$$E=R.C\frac{du}{dt}+u$$

بوضع $\tau=R.C$ ثابت الزمن نحصل على المعادلة التفاضلية التالية:

$$E=\tau.\frac{du}{dt}+u$$

و يعطي حل هذه المعادلة التفاضلية ما يلي:

$$u=E\,(1-e^{-t/\tau})$$

و تكون العبارة اللحظية لتيار الشحن بالشكل التالي:

$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(C.u)}{dt}=C.\frac{du}{dt}$$

$$C.(\frac{E}{\tau}e^{-t/\tau})=\frac{C.E}{R.C}\,e^{-t/\tau}$$

اي أن $i=\frac{E}{R}e^{-t/\tau}=I_0\,e^{-t/\tau}$

2) التطبيقات العددية:

أ) ثابت الزمن للدارة:

$$\tau=R.C=100\times100\times10^{-6}=10^{-2}\,S$$

ب) الشدة العظمى للتيار الذي يجتاز الدارة أثناء الشحن:

$$I_0=\frac{E}{R}=\frac{15}{100}=0{,}15\,A$$

جـ) حساب شدة التيار المار في اللحظة $t=\frac{1}{20}\,S$:

لدينا $i=I_0\,e^{-t/\tau}$ حيث يكون $\frac{t}{\tau}=\frac{1}{20\times10^{-2}}=5$

ومنه نجد $i=0{,}15\times e^{-5}=0{,}15\times6{,}74\times10^{-3}\approx10^{-3}\,A$

و يكون التوتر المطبق بين طرفي المكثفة حينئذ هو:

$$u=E\,(1-e^{-t/\tau})$$
$$=15\,(1-e^{-5})=15-15\times6{,}74\times10^{-3}\approx14{,}9\,v$$

تطبيق 3

شحن مكثفة - الشحنة اللحظية - الطاقة المخزنة

عند شحن مكثفة بوجود ناقل أومي مقاومته $R=10^4\,\Omega$ يكون تيار الشحن بالشكل $i(t)=12\times10^{-4}\,e^{-50t}$.

1- أوجد ثابت الزمن τ للمكثفة، ثم استنتج سعة المكثفة C.

2- أوجد الشدة العظمى للتيار المار I_0 ، ثم استنتج مقدار التوتر الذي يفرضه المولد. 3- أوجد عبارة الشحنة المختزنة في المكثفة $q(t)$. ثم اعط قيمتها العظمى q_0 ، و كذلك مقدار الطاقة الكهربائية المخزنة في نهاية الشحن.

✓ الحل :

1) إيجاد τ ، C :

و جدنا سابقا أن العبارة اللحظية لتيار الشحن تكون بالشكل:

$i(t)=I_0\,e^{-t/\tau}$ فيكون بالمطابقة $\frac{1}{\tau}=50$ ومنه $\tau=\frac{1}{50}=0{,}02\,S$

وحيث أن $\tau=R.C$ نجد $C=\frac{\tau}{R}=\frac{0{,}02}{10^4}=2\times10^{-6}\,F=2\,\mu F$

2) الشدة العظمى للتيار هي $I_0=12\times10^{-4}\,A=1{,}2\,mA$

و حيث أن $I_0=\frac{e}{R}$ فيكون $e=R.I_0=10^4\times12\times10^{-4}=12\,V$

و هو التوتر المطبق بين طرفي المولد المستعمل في الشحن.

3) عبارة الشحنة المختزنة بالمكثفة $i=\frac{dq}{dt}\longrightarrow dq=i.dt$

فالشحنة المختزنة بالمكثفة في لحظة معينة هي الدالة الأصلية للتيار المار و يكون:

$$q=\int i\,.dt=12\times10^{-4}\int e^{-50t}$$

$$=\frac{12\times10^{-4}}{-50}e^{-50t}=-12\times10^{-6}\,e^{-50t}$$

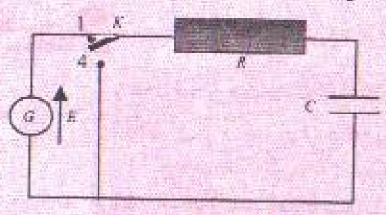
الشحنة اللحظية من الشكل $|q|=q_0\,e^{-50t}$ فيكون $q_0=-12\times10^{-6}\,C$

و تكون الطاقة الكهربائية المخزنة في نهاية الشحن هي:

$$E_C=\frac{1}{2}\frac{q_0^{\,2}}{C}=\frac{1}{2}\times\frac{(24\times10^{-6})}{2\times10^{-6}}=144\times10^{-6}\,J$$

تطبيق 4 تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة أثناء التفريغ

باستعمال مكثفة سعتها (C) و ناقل اومي مقاومته R و مولد كهربائي G يعطي توترا قيمة E و قاطعة عاكسة K، نحقق التركيب الجانبي:



نشحن الكثفة بوضع القاطعة على الوضع -1 لمدة كافية، ثم نعيدها للوضع-2 في اللحظة $t=0$.

1- اوجد المعادلة التفاضلية المعبرة عن الدارة المهتزة أثناء عملية التفريغ، ثم أوجد العبارة اللحظية لكل من التوتر المطبق بين طرفي المكثفة و شدة تيار التفريغ.

2- باستعمال القيم العددية التالية $R=20\,K\Omega$ ، $C=0{,}5\,\mu F$ ، $E=12\,v$

أ) احسب ثابت الزمن τ للدارة.

ب) احسب القيمة العظمى I_0 لتيار التفريغ.

جـ) احسب في اللحظة $t=10\,ms$ قيمة التوتر المطبق بين طرفي المكثفة و كذلك شدة التيار المار. اعط قيمة الشدة i في اللحظة $t=t_{\frac{1}{2}}$.

د) علما أن التفريغ يتم في اللحظة $t=45\,ms$. استنتج رسما بيانيا لكل من تيار التفريغ و التوتر المطبق بين طرفي المكثفة، ثم ارسم الماسين للمنحنيين في اللحظة $t=0$. اكتب معادلة الماس للمنحنى $u(t)$ عند النقطة $(0,E)$.

✓ الحل :

1) المعادلة التفاضلية للدارة المهتزة أثناء التفريغ:

حسب قانون التوترات يكون $u_C=u_R+u_C$

و حيث أن القاطعة موضوعة على الوضع -2 (المولد خارج الدارة) فيكون $u_R+u_C=0$

حيث $u_R=R.i=R.\frac{dq}{dt}=R.C\frac{du}{dt}$ ، $u_C=u$

بالتعويض نجد $R.C\frac{du}{dt}+u=0$

بوضع $\tau=R.C$ نحصل على المعادلة التفاضلية بالشكل التالي:

$\tau.\frac{du}{dt}+u=0$ و يعطي حل هذه المعادلة العلاقة $u(t)=u_0.e^{-t/\tau}$

في اللحظة $t=0$ تكون المكثفة مشحونة $u_C=u=E$

نحصل على المعادلة $u(t)=E.e^{-t/\tau}$

و تكون العبارة اللحظية لتيار التفريغ بالشكل $i(t)=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du}{dt}=-\frac{C}{\tau}e^{-t/\tau}$

و حيث أن $\tau=R.C$ نحصل بالتعويض و الاختصار على $i(t)=-\frac{-E}{R}.e^{-t/\tau}$

2) التطبيقات العددية

أ) ثابت الزمن τ للدارة:

$$\tau=R.C=20\times10^{3}\times0{,}5\times10^{-6}=10^{-2}\,S=10\,ms$$

ب) القيمة العظمى لشدة تيار التفريغ I_0 :

لما $t=0$ يكون $I_0=-\frac{E}{R}$

الإشارة السالبة تدل على أن التيار يجري بعكس الجهة الاصطلاحية الموجبة للدارة و يكون:

$$|I_0|=\frac{E}{R}=\frac{12}{20\times10^{3}}=0{,}6\times10^{-3}A=0{,}6\,mA$$

جـ) حساب u_C ، i في اللحظة $t=10\,ms$:

بملاحظة أن $t=10\,ms=\tau$ يكون:

$$u(\tau)=E.e^{-t/\tau}=\frac{E}{e}=\frac{E}{2{,}7}=0{,}37\,E=4{,}44\,V$$

$$i(\tau)=\frac{-E}{R}.e^{-1}=\frac{-E}{R.e}$$

$$|i(\tau)|=\frac{E}{R.e}=\frac{12}{20\times10^{3}\times2{,}7}=0{,}22\times10^{-3}A=0{,}22\,mA$$

- حساب الشدة في اللحظة $t=t_{\frac{1}{2}}$:

اللحظة $t=t_{\frac{1}{2}}$ هي التي تجعل شدة التيار مساوية لنصف قيمته العظمى فيكون حسب العلاقة $i(t)=I_0.e^{-t/\tau}$ ما يلي:

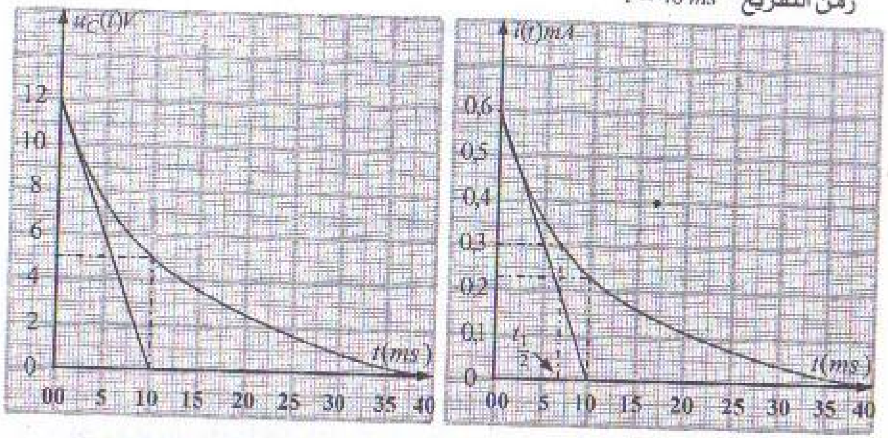
$\frac{I_0}{2}=I_0.e^{-t/\tau}$ ومنه $\frac{1}{2}=I_0.e^{\frac{t_{1/2}}{\tau}}$

وباخذ لوغاريتم الطرفين نجد :

$$-\ln 2=-\frac{t_{1/2}}{\tau}\ln e\longrightarrow \ln 2=\frac{t_{1/2}}{\tau}$$

فيكون $t_{\frac{1}{2}}=\tau.\ln 2=10\times0{,}69=6{,}9\,m.s$

د) البيانات $u_C(t)$ ، $i(t)$ ،
زمن التفريغ $t = 40\ ms$



في اللحظة $t=0$ يكون الماسان للمنحنيين $u(t)$ ، $i(t)$ يقطعان محوري الأزمنة عند الفاصلة $t=\tau$.

- معادلة الماس للمنحنى $u(t)$ عند النقطة $(0,E)$ هي $u=at+b$.

لما $t=0$ يكون $b=u_0=E=12$ و ميل هذا الماس هو:

$$a=\frac{\Delta u}{\Delta t}=\frac{0-E}{\tau}=\frac{-E}{\tau}=\frac{-12}{10\times10^{-3}}=-1200 \quad \text{ومنه} \quad u=-\frac{E}{\tau}t+E=-1200t+12$$

تطبيق 5 شحن مكثفة بتيار ثابت الشدة

تشحن مكثفة سعتها $C=33\ mF$ باستعمال مولد كهربائي يعطي تيارا ثابت الشدة $I=02\ mA$.

1- في اللحظة $t=0$ تكون المكثفة مفرغة.

ا) اعط علاقة الشدة I بالشحنة q . استنتج العلاقة الموجودة بين I ، q ، t.

ب) خلال المدة الزمنية $t=4\ \text{min}$ من شحن المكثفة. أوجد:

- الشحنات الموجودة على اللبوسين A ، B ومقدار التوتر المطبق u_{AB}.

2- إذا كانت القيمة العظمى للتوتر $u_{AB}=40\ V$ ، فأوجد الزمن الأعظمي t_{max} الذي يتم فيه الشحن.

✓ الحل :

1) ا) علاقة الشدة I بالشحنة:

- في الحالة العامة يكون $i=\frac{dq}{dt}$

ومنه $dq=i.dt$ بإيجاد الدالة الأصلية يكون $q=\int_0^t i.dt$

و حيث ان تيار الشحن يكون هنا ثابتا فنجد $q=i.\int_0^t dt=i.t+Cte$

من الشروط الابتدائية $t=0$ ، $q=0$ يكون $Cte=0$

نحصل على العلاقة الخطية $q=i.t$

ب) خلال الزمن $t=4\ \text{min}$ يكون حسب العلاقة السابقة:

$$q=0{,}2\times10^{-3}\times4\times60=4{,}8\times10^{-2}\ C$$

- و حسب العلاقة $C=\frac{q}{u_{AB}}$ يكون $u_{AB}=\frac{q}{C}=\frac{4{,}8\times10^{-2}}{3{,}3\times10^{-3}}\approx14{,}5\ V$

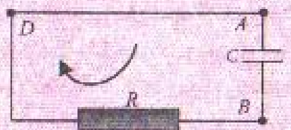
2) إيجاد الزمن الأعظمي الذي يتم فيه الشحن:

لدينا $C=u_{AB}.q$ .... (1) ، $q=i_{max}.t$ .... (2)

من العلاقتين (1) و (2) نجد $C.u_{AB}=i.t_{max}$ ومنه يكون:

$$t_{max}=\frac{C.u_{AB}}{i}=\frac{3{,}33\times10^{-3}\times40}{0{,}2\times10^{-3}}=660\ S=11\ \text{min}$$

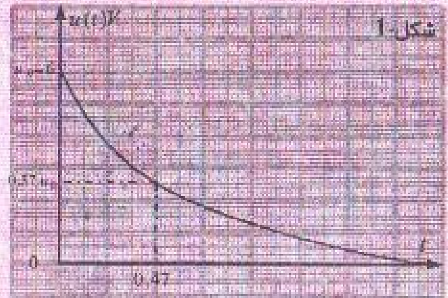
تطبيق 6 تفريغ مكثفة في مقاومة



مكثفة مشحونة سعتها (C) ، توصل في اللحظة $t=0$ بناقل أومي مقاومته R كما في الشكل. تبين جهة التيار (i) الجهة الاصطلاحية الموجبة. يعطي الشكلان (1) ، (2) التوتر اللحظي u_{AB} المطبق بين طرفي المكثفة و شدة التيار اللحظي $i(t)$ المار في الدارة على الترتيب.

علما أنه في اللحظة $t=0$ تكون الشحنة الموجبة موجودة على اللبوس A .

ا) على أي لبوس يكون هناك تراكم للإلكترونات ؟ مثل بسهم جهة تدرج التوتر الكهربائي u_{AB}.



ب) بين جهة تحرك الإلكترونات في الدارة و كذلك جهة التيار المار أثناء التفريغ.

2- بالاعتماد على البيانين المذكورين:

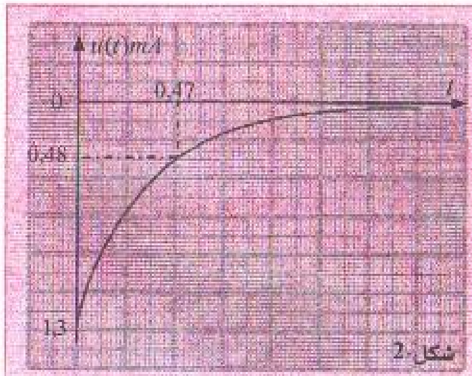
ا) أوجد في اللحظة $t=0$ المقادير التالية:

التوتر الكهربائي u بين طرفي المكثفة، u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي، i شدة التيار المار.

ب) ما هو المعنى الفيزيائي للمقدارين $0{,}37\, u_0\ (v)$ ، $0{,}48\ (mA)$ ؟

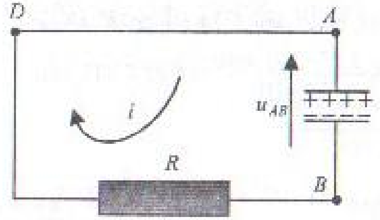
- استنتج ثابت الزمن τ لثنائي القطب (R, C).

ج) استنتج قيمتي R ، C.



شكل-2

✓ الحل :



1) أ) الشحنة الموجبة على اللبوس A ،

فيكون $q_A \rangle 0$ ، $q_B \rangle 0$

فالإلكترونات تكون متراكمة على اللبوس B .

و يكون $u_{AB} \rangle 0$ لأن $u_A \rangle u_B$.

و يمثل التوتر الكهربائي u_{AB} بسهم يتدرج في جهة تزايد فرق الكمون.

ب) جهة تحرك الإلكترونات و جهة التيار:

أثناء التفريغ تتجه الإلكترونات عبر الدارة من اللبوس السالب B نحو اللبوس الموجب A حتى تتعدل الشحنات. ويجري تيار التفريغ حينئذ بعكس هذه الجهة. أي من النقطة A نحو النقطة B وهذا بعكس الجهة الاصطلاحية لتوجيه الدارة.

2) أ) إيجاد المقادير u_{AB} ، u_{DA} ، i في اللحظة $t = 0$:

- من بيان الشكل-1 يكون $u_{AB} = u_0 = 6\,v$

فيكون حسب الدارة $u_{DA} = u_{AB} = -6\,v$

- و من بيان الشكل-2 يكون $i = I_0 = 1{,}3\, mA$

ب) المعنى الفيزيائي للمقدارين $u = 0{,}37\, u_0\ (v)$ ، $i = 0{,}48\, mA$:

- من دالة التناقص للتوتر $u(t) = u_0 \, . \, e^{-t/\tau}$ يكون بوضع $t = \tau$:

$$u(\tau) = u_0 \, . \, e^{-1} = \frac{u_0}{e} = 0{,}37\, u_0$$

فهذه القيمة تمثل التوتر بين طرفي المكثفة في اللحظة $t = \tau$.

- و من دالة التناقص لتيار التفريغ $i(t) = I_0 \, . \, e^{-t/\tau}$ يكون أيضا بوضع $t = \tau$ ما يلي:

$$i(\tau) = \frac{I_0}{e} = \frac{1{,}3}{2{,}7} = 0{,}48\, mA$$

- استنتاج ثابت الزمن τ :

من البيانين نلاحظ أن القيمة التي تعبر عن المقدارين $u(\tau)$ ، $i(\tau)$ هي $\tau = 0{,}47\, S$

ج) استنتاج قيمتي R ، C :

- لما $t = 0$ يكون $i = 1{,}3\, mA$ ومنه:

$$R = \frac{u_{AD}}{i} = \frac{6}{1{,}3 \times 10^{-3}} \approx 4{,}6 \times 10^{3}\ \Omega$$

- و من علاقة ثابت الزمن $\tau = R \, . \, C$ يكون:

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{0{,}47}{4{,}6 \times 10^{3}} = 10^{-4}\, F = 100\, \mu . F$$

تمارين و مسائل

1 - مكثفة كهربائية سعتها $C=50\,n\,F$ مشحونة بحيث يكون التوتر الكهربائي المطبق بين لبوسيها A ، B هو $u_{AB}=12\,V$.

1- مثل المكثفة ، ثم بين طبيعة الشحنات الكهربائية الموجودة على اللبوسين، و مثل بسهم تدرج التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة.

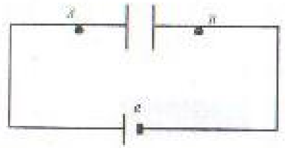
2- احسب كمية الكهرباء التي تخزنها المكثفة.

الجواب :

2 - $q=6\times10^{-7}\ C$

---

2 * - تشحن مكثفة بوصلها مباشرة بمولد كهربائي يعطي توترا قيمته $E=12\,V$ كما في الشكل.



1- بين على الشكل جهة تيار الشحن المار بالدارة، و استنتج طبيعة الشحنات الكهربائية التي يحملها كل من اللبوسين A ، B لهذه المكثفة.

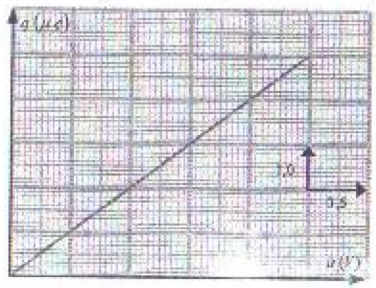
2- احسب الشحنة الأعظمية التي تخزنها المكثفة و كذلك الطاقة الكهربائية المخزنة إذا كانت سعتها $C=10\,n\,F$.

الجواب :

2 - $q=12\times10^{-8}\ C$ ، $E_C=72\times10^{-8}\ J$

---

3 * - يمثل الشكل الجانبي منحنى الشحن $q=f\,(u)$ لمكثفة. حيث q الشحنة التي يحملها اللبوسان، u التوتر الكهربائي المطبق بينهما.



1- ما هي سعة هذه المكثفة ؟

2- ماذا تمثل مساحة السطح المحصور بين المنحنى $q=f\,(u)$ و محور الفواصل و المستقيمين $u_1=0$ ، $u_2=2{,}5\,V$ ؟

- استنتج الطاقة الكهربائية المختزنة بالمكثفة في نهاية الشحن.

الجواب :

1 - $C=2\,\mu.F$

2 - $E_C=6{,}25\times10^{-6}\ J$

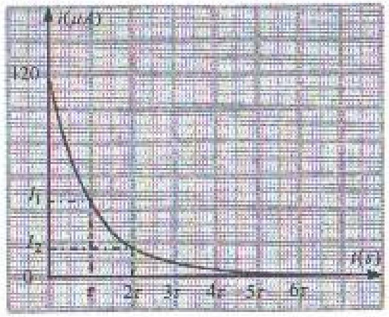
4 - في لحظة t معينة تكون شحنة مكثفة هي $q=0{,}5\,\mu.C$. و بعد $5\,ms$ تصبح الشحنة $1{,}5\,\mu.C$. ما هي الشدة المتوسطة لتيار الشحن الذي يجتاز الدارة ؟

الجواب :

1 - $i_m=0{,}2\,m\,A$

---

5 ** - تشحن مكثفة سعتها $C=500\,n.F$ بوجود ناقل أومي مقاومته $R=100\,K\Omega$ و مولد كهربائي توتره $E=12\,V$.



1- احسب ثابت الزمن لثنائي القطب $(R\,,C)$ بالدارة.

2- احسب زمن نصف الشحن $t_{\frac{1}{2}}$ للمكثفة.

3- يمثل الشكل الجانبي منحنى تناقص شدة تيار الشحن بدلالة الزمن. استنتج من ذلك:

أ) زمن الشحن $t_{\max}$.

ب) الشدتين I_1 ، I_2 الموافقتين للحظتين τ ، $2\,\tau$ على الترتيب.

جـ) قيمة التوتر المطبق بين طرفي المكثفة في اللحظتين τ ، $2\,\tau$.

الجواب :

1 - $\tau=50\,ms$ 2 - $t_{\frac{1}{2}}=34{,}5\,ms$

3 - أ) $t_{\max}=0{,}30\,S$ ب) $I_1=44{,}4\,ms$ ، $I_2=16{,}2\,ms$

---

6 * - المعادلة التفاضلية التي تعبر عن شحن المكثفة بوجود مقاومة و مولد كهربائي على التسلسل هي $0{,}02\,\dfrac{d\,u}{d\,t}+u=12$.

1- استنتج من هذه المعادلة قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولد (E) و ثابت الزمن τ للمكثفة و الناقل الأومي.

2- بين أن حل هذه المعادلة هو $u=12\,(1-e^{-50\,t})$ ، استنتج سعة المكثفة (C) إذا كانت المقاومة $R=10\,K\Omega$.

3- أوجد الشدة الأعظمية لتيار الشحن I_0 .

الجواب :

1 - $E=12\,V$ ، $\tau=0{,}02\,S$

2 - $C=2\,\mu.F$

3 - $I_0=1{,}2\,m\,A$

7 * - تشحن مكثفة سعتها C موصلة على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته R و مولد كهربائي التوتر بين طرفيه E ، انطلاقا من اللحظة $t=0$.

1- اعط دالة تزايد التوتر الكهربائي $u(t)$ بين طرفي المكثفة أثناء عملية الشحن.

2- برهن أنه عندما يصبح $u=\frac{E}{2}$ يكون $t_{\frac{1}{2}}=\tau.\ln 2$ ، حيث τ هو ثابت الزمن لثنائي القطب (R,C) بالدارة.

3- برهن أن معادلة المماس للمنحنى $u(t)$ عند النقطة $t=0$ يعطى بالعلاقة $u=\frac{E}{\tau}.t$

4- من أجل القيم العددية $E=12V$ ، $R=20K\Omega$ ، $\tau=10ms$ أوجد:

ا) سعة المكثفة C.

ب) زمن نصف الشحن $t_{\frac{1}{2}}$.

ج) قيمة التوتر بين طرفي المكثفة في اللحظة $t=\tau$.

الجواب:

4. ا) $C=0.5\mu.F$ ب) $t_{\frac{1}{2}}=6.9ms$ ج) $u(\tau)=7.56\times10^{-6}V$

8 ** - مكثفة سعتها هي $C=4.7\mu.F$ موصلة على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته $R=6.8\Omega$ و مولد يعطي بين طرفيه توترا ثابتا قيمته $u=E=12V$. في اللحظة $t=0$ تغلق القاطعة.

1- اعط عبارة $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة أثناء عملية الشحن بدلالة E ، R ، C.

2- احسب τ ثابت الزمن لثنائي القطب (R,C).

3- في أية لحظة t_1 يبلغ التوتر بين طرفي المكثفة القيمة $u=7.56V$ ؟ ما هي الطاقة المخزنة في المكثفة في تلك اللحظة ؟

4- احسب الطاقة الكهربائية العظمى الممكن تخزينها في هذه المكثفة.

الجواب:

2. $\tau=3.2\times10^{-2}S$

3. $t_1=\tau$ ، $E_C=1.34\times10^{-4}J$

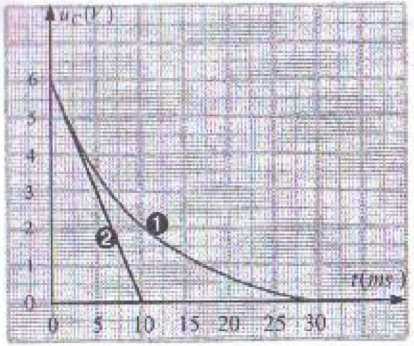
4. $E_{C\max}\approx3.4\times10^{-4}J$

9 ** - يبين الشكل منحنى التوتر ❶ المطبق بين طرفي مكثفة مشحونة أثناء تفريغها. و يبين المنحنى ❷ المماس للمنحنى ❶ في اللحظة $t=0$.

1- ما هي القيمة العظمى u_0 للتوتر المطبق بين طرفي المكثفة في اللحظة $t=0$ ؟

2- علما أن التفريغ يحدث في مقاومة قيمتها $R=20K\Omega$.

ا) ما هي القيمة العظمى I_0 لتيار التفريغ ؟



ب) اعط العبارة اللحظية $u(t)$ للتوتر المطبق بين طرفي المكثفة أثناء التفريغ، ثم بين أن معادلة المماس للمنحنى $u(t)$ عند النقطة $(0,u_0)$ هي $u=-\frac{E}{\tau}t+u_0$.

استنتج عندئذ بالاعتماد على المنحنى ❷ ما يلي:

ثابت الزمن τ لثنائي القطب (R,C) ؛ و قيمة سعة المكثفة (C).

3- اعط عبارة تيار التفريغ $i(t)$ بدلالة u_0 ، R ، C . ثم استنتج من ذلك زمن نصف التفريغ $t_{\frac{1}{2}}$. ارسم البيان $i(t)$.

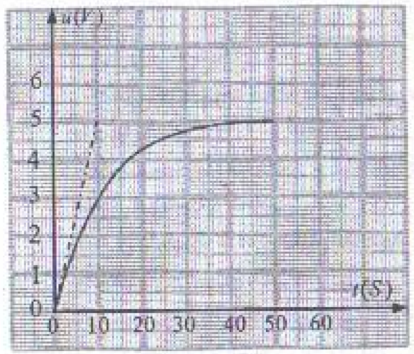
الجواب:

1. $u_0=6V$

2. ا) $I_0=0.3mA$ ب) $\tau=10ms$ ، $C=0.5\mu F$

3. $t_{\frac{1}{2}}=6.9ms$

10 ** - يبين الشكل المرفق منحنى التوتر بين طرفي مكثفة سعتها $C=100\mu.F$ أثناء شحنها مع مقاومة R على التسلسل.



1- بالاعتماد على العبارة اللحظية للتوتر المطبق بين طرفي المكثفة: $u(t)=u_0(1-e^{-t/\tau})$ أوجد:

- معادلة المماس $u_1(t)$ لمنحنى الشحن عند النقطة $(0,0)$.

2- استنتج بالاعتماد على البيان: ثابت الزمن τ ، و قيمة المقاومة R.

3- ما هي قيمة الطاقة الكهربائية المختزنة بالمكثفة عندما تكون قد اكتسبت نصف شحنتها الأعظمية ؟

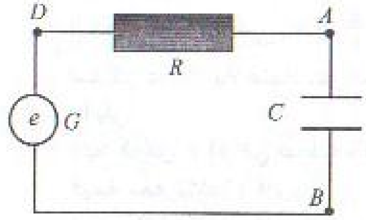
الجواب:

1. $u_1(t)=0.5t$

2. $\tau=10S$ ، $R=100K\Omega$

3. $E_C=6.25\times10^{-4}J$

11 ** - نحقق الدارة المبينة جانبا باستعمال مكثفة غير مشحونة سعتها (C) و ناقل أومي مقاومته R و مولد قوته المحركة الكهربائية E كما في الشكل بغية شحن المكثفة انطلاقا من اللحظة $t=0$.



1- اكتب عبارة التوتر اللحظي $u(t)$ المطبق بين طرفي المكثفة أثناء عملية الشحن بدلالة e ، R ، C .

2- إن الشحنة الكهربائية المختزنة على أحد لبوسي المكثفة في لحظة t تعطى بالعبارة $q(t)=10^{-3}(1-e^{-0,1t})$ ، استنتج من ذلك:

ا) القيمة الأعظمية q_0 لشحنة المكثفة.

ب) اللحظة t_1 التي تجعل المكثفة مشحونة بنصف شحنتها الإجمالية. وماذا يمثل هذا الزمن ؟

3- علما أن سعة المكثفة المستعملة هي $C=100\,\mu.F$ أوجد:

ا) مقدار القوة المحركة الكهربائية E للمولد.

ب) مقاومة الناقل الأومي R .

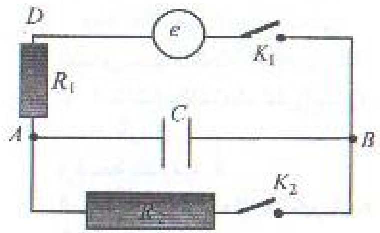
جـ) الطاقة الكهربائية المختزنة في المكثفة في نهاية الشحن.

الجواب :

2. ا) $q_0=10^{-3}\,C$ ب) $t_1=69\,S$

3. ا) $e=10\,V$ ب) $R=10^5\,\Omega$ جـ) $E=5\times10^{-3}\,J$

12 ** - بواسطة مولد كهربائي يعطي بين طرفيه التوتر $e=12\,V$ و مكثفة سعتها $C=2\,\mu.F$ ، و ناقلين أوميين مقاومتيهما $R_1=100\,\Omega$ ، $R_2=1000\,\Omega$ نحقق التركيب الجانبي.



1- في اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة K_1 و نبقي K_2 مفتوحة.

ا) احسب الشحنة الأعظمية للمكثفة q_0 و كذلك الشدة العظمى للتيار المار I_0 و مقدار الطاقة الأعظمية التي تخزن بالمكثفة.

ب) احسب شدة التيار المار في الدارة في اللحظة التي تخزن المكثفة الشحنة $q=\frac{q_0}{10}$ ، ثم $\frac{q_0}{2}$

جـ) احسب ثابت الزمن τ_1 لثنائي القطب (R_1,C) .

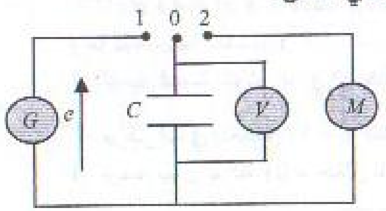
2- عند تمام شحن المكثفة نغلق القاطعة K_2 و نفتح K_1 .

ا) احسب القيمة العظمى I_0' لتيار التفريغ المار بالدارة و الشحنة العظمى q_0 .

ب) احسب شدة التيار عندما تنفرغ نصف شحنة المكثفة.

جـ) احسب ثابت الزمن τ_2 لثنائي القطب (R_2,C) ، قارن بين τ_1 ، τ_2 .

13 *** - نحقق التركيب الجانبي باستعمال مولد كهربائي يعطي التوتر $e=9\,V$ و مكثفة سعتها $C=2\,F$ و محرك كهربائي M كما في الشكل.



1- نغلق القاطعة على الوضع-1.

- ما هي القيمة u_1 التي يشير إليها مقياس الفولط بين طرفي المكثفة عندما يتم شحنها ؟

ما هي الطاقة الكهربائية E_1 التي تخزنها ؟

2- نغلق القاطعة على الوضع-2.

فنلاحظ دوران المحرك M و يقوم برفع جسم كتلته $m=100g$ لمسافة $4\,m$ يتوقف في هذه اللحظة. يشير مقياس الفولط إلى القيمة $u_2=2,8\,V$.

ا) ما هي الطاقة الكهربائية التي فقدتها المكثفة أثناء هذه المرحلة و كيف تصرف ؟

ب) ما هي الطاقة الميكانيكية التي اكتسبها الجسم المرفوع m ؟ ، استنتج مردود عملية تحويل الطاقة في هذا التركيب. (تؤخذ $g=10\,m.S^{-2}$)

الجواب :

1. $u_1=e=9\,V$ ، $E_1=49\,J$

2. ا) $\Delta E=-41,16\,J$ ب) $E_m=4\,J$ ، $r=9,72\,\%$

14 ** - ثابت الزمن لثنائي القطب (R_1,C) هو $\tau=50\,ms$. يعطي التوتر اللحظي بين طرفي المكثفة خلال عملية الشحن بالعبارة $u(t)=9(1-e^{-20t})$. و يعطى تيار الشحن بالعبارة $i(t)=9\times10^{-3}\,e^{-20t}$ استنتج من ذلك:

1- قيمة التوتر الأعظمي u_0 بين طرفي المكثفة.

2- الشدة العظمى I_0 لتيار الشحن.

3- قيمة المقاومة R و مقدار سعة المكثفة C .

4- اعط عبارة الطاقة المختزنة بالمكثفة $E(t)$ في لحظة معينة.

5- احسب قيمة طاقة المكثفة في اللحظة $t=\tau$ ، ثم استنتج النسبة $\frac{E_1}{E_0}$ ، حيث E_0 تمثل القيمة العظمى لطاقة المكثفة.

الجواب :

1. $u_0=9\,V$ 2. $I_0=9\,mA$

3. $R=1\,K\Omega$ ، $C=50\,\mu F$

4. $E(t)=1,225\times10^{-3}(1-e^{-40t})$ ، $\frac{E_1}{E_0}=0,4$

15 ** - نقوم بشحن مكثفة سعتها $C=1000\,\mu F$ تحت توتر قدره $u_0=12\,V$ بوجود مقاومة R .

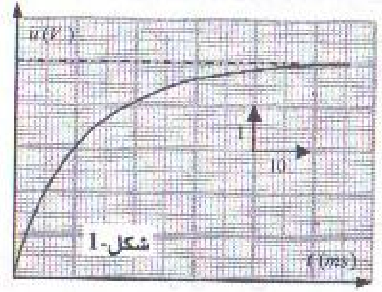
1- بين أن التوتر اللحظي المطبق بين طرفي المكثفة أثناء الشحن يكون بالشكل التالي: $u(t)=A+B\,e^{-t/\tau}$ ، حيث $\tau=R.C$. ما هو المعنى الفيزيائي للثابتين A ، B ؟ و ما قيمتيهما العدديتين ؟

2- أوجد قيمة التوتر u في اللحظات $t=0$ ، $t_1=\tau$ ، $t_2=2\tau$ ، $t_3=t_{\frac{1}{2}}$.

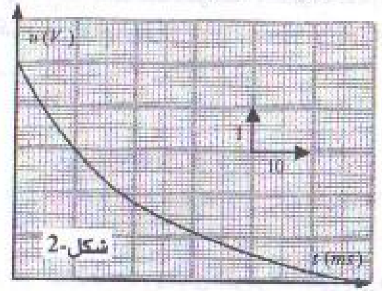
3- برهن أنه في اللحظة $t_4=5\tau$ تكون شحنة المكثفة بقدر 99 % من شحنتها الأعظمية.

4- ارسم بيان الدالة $u(t)$ خلال المجال الزمني $[0, 5\tau]$.

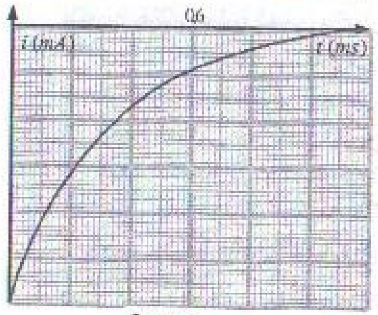
16 ** - تبين الأشكال التالية مخططات الشحن والتفريغ لمكثفة سعته (C) مربوطة على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته (R) .



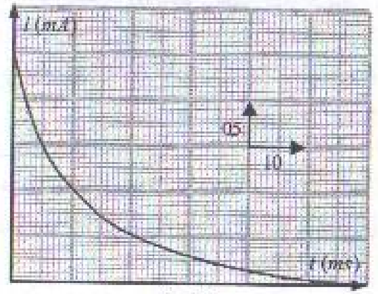
شكل-1



شكل-2



شكل-3



شكل-4

1- تعرف على ما يلي مع التعليل:

- منحنيي الشحن $u_1(t)$ ، $i_1(t)$. - منحنيي التفريغ $u_2(t)$ ، $i_2(t)$.

2- استنتج المقادير التالية:

أ) الشدة العظمى I_0 لتيار الشحن والقيمة العظمى u_0 لتوتر الشحن و قيمة المقاومة R .

ب) ثابت الزمن τ للدارة وقيمة السعة (C) .

جـ) الطاقة الكهربائية العظمى المخزنة بالمكثفة لحظة بدء التفريغ

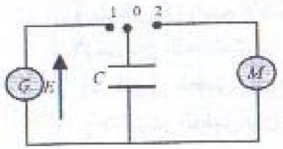
3- ارسم المماس للمنحنيات الأربعة عند الفاصلة $t=0$ ، ماذا تلاحظ ؟

الجواب :

2- أ) $I_0=0{,}5\,mA$ ، $u_0=5\,V$ ، $R=10\,K\Omega$

ب) $\tau=10\,ms$ ، $C=1\,\mu F$ جـ) $E_0=12{,}5\times10^{-6}\,J$

17 ** - بواسطة مولد G يعطي توترا $E=12\,V$ و مكثفة سعتها C غير مشحونة و محرك M نحقق التركيب الجانبي.

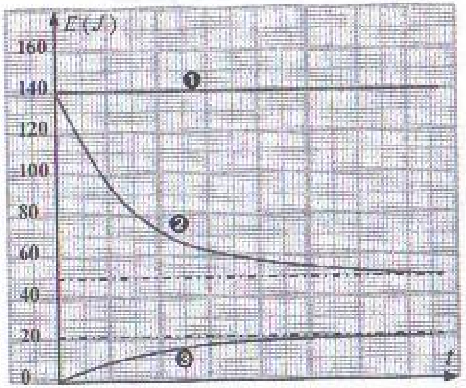


1- نثبت القاطعة على الوضع-1.

- اعط عبارة التوتر اللحظي المطبق بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن.

2- نثبت القاطعة في اللحظة $t=0$ على الوضع-2 .

بمساعدة الحاسوب نتمكن من الحصول على منحنيات الطاقة ❶ ، ❷ ، ❸ الموافقة لكل من الجملة ، المكثفة ، المحرك الكهربائي على الترتيب:



أ) ما هي الطاقة الكلية E_0 للجملة

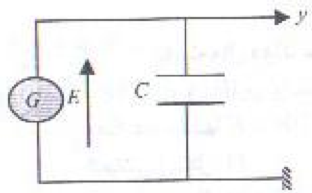
ب) ما هي الطاقة E_1 المتبقية في المكثفة عند نهاية التفريغ ؟ و ما هي الطاقة التي يكتسبها المحرك أثناء دورانه ؟ هل الطاقة محفوظة في الجملة (مكثفة - محرك) ؟ كيف تفسر النتيجة؟

3- احسب مردود التحويل (r) في الطاقة.

الجواب :

$r=16{,}67\ \%$

18 *** - 1- لمعرفة سعة مكثفة مجهولة (C) نحقق التركيب الجانبي (شكل-1) باستعمال مولد G يشحن المكثفة بتيار ثابت الشدة $I_0=2\,mA$ و يسمح جهاز آلي بالدارة بقطع التيار آليا خلال فواصل زمنية متساوية و متتابعة θ . كما يسمح جهاز راسم اهتزاز مهبطي موصل بالدارة بمراقبة عملية الشحن و التفريغ على شاشته حسب الشكل-2 .



يتم ضبط الجهاز بالشكل التالي:

- أفقيا: الوحدة ⟵ $0{,}4\,ms$
- شاقوليا: الوحدة ⟵ $1\,V$

- فسر طبيعة المنحنيات التي تظهر على الشاشة، ثم استنتج قيمة θ و مقدار سعة المكثفة (C).

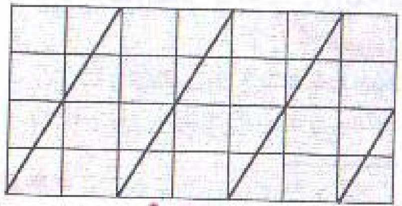
2- نربط مع المكثفة السابقة ناقلا أوميا مقاومته $R=10^3\,K\Omega$ (شكل-3) و ندخل إلى راسم الاهتزاز المهبطي الإشارتين اللحظيتين:

u_1 التوتر المطبق بين طرفي المولد على المدخل Y_1،

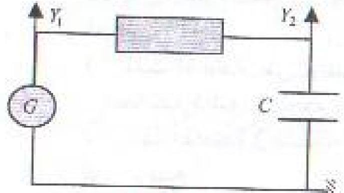
u_2 التوتر المطبق بين طرفي المكثفة على المدخل Y_2.

نلاحظ على شاشة الجهاز مجموعتي المنحنيات ❶، ❷ الموافقين للمدخلين Y_1، Y_2 على الترتيب (شكل- 4). وقد تم ضبط الجهاز بالصورة التالية:

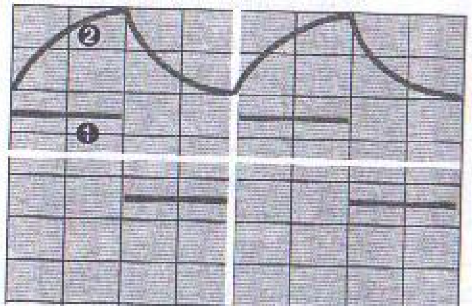
- أفقيا: الوحدة ⟵ $1\,ms$
- شاقوليا: الوحدة ⟵ $1,5\,V$ على المدخل Y_2.



شكل-2



شكل-3



شكل-4

أ) فسر طبيعة المنحنيات ❷ التي تمثل التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة.

ب) احسب قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب (R,C) بالدارة.

جـ) هل تتوقع أن يكون دور النبضات المربعة u_1 أكبر أم أقل من τ ؟

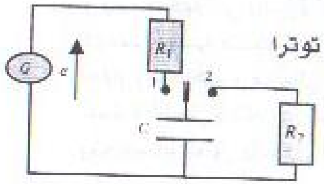
د) احسب بطريقة بيانية التوتر الأعظمي u_{02}.

- مساعدة: ارجع إلى صفحة الأعمال التطبيقية.

الجواب:

1. $\theta = 0,8\,ms$ ، $C = 0,4\,\mu F$
2. ب) $\tau = 0,40\,ms$ جـ) $t = 8\,ms$ د) $u_{02} = 3\,V$

19 *** - باستعمال مولد كهربائي يعطي بين طرفيه توترا $e = 12\,V$ و ناقلين أوميين مقاومتاهما R_1، R_2 ومكثفة سعتها $C = 200\,\mu F$ نحقق التركيب الجانبي (شكل-1).

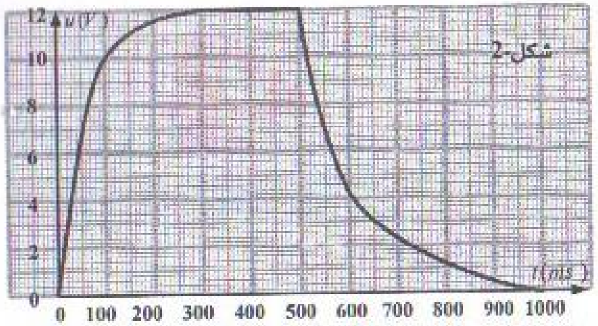


شكل-1

عند شحن المكثفة نضع القاطعة على الوضع-1 في اللحظة $t = 0$. و عندما يتم الشحن نعيد القاطعة

إلى الوضع- 2 لتفريغها في المقاومة R_2.

يبين (شكل- 2)، منحنيي الشحن والتفريغ بهذه الطريقة.



1- انطلاقا من البيان أوجد معادلة المماس للمنحنى $u_1(t)$ عند النقطة $(0,0)$. ماذا يمثل ميل هذا المماس؟

2- استنتج بيانيا ثابت الزمن τ_1 لثنائي القطب (R_1,C) في دارة الشحن، ثم احسب مقدار المقاومة R_1.

3- احسب من البيان ثابت الزمن τ_2 لثنائي القطب (R_2,C) في دارة التفريغ، ثم استنتج مقدار المقاومة R_2.

4- احسب الطاقة الكهربائية التي تخزنها المكثفة عندما تشحن.

5- اعط قيمة الشحنة الكهربائية q_1 التي يحملها أحد اللبوسين في اللحظة $t=\tau_1$.

- ماذا تصبح هذه الشحنة في اللحظة τ_2 ؟

الجواب:

1. $u_1(t) = 240\,t$ ، $\tau_1 = 50\,ms$ ، $R_1 = 250\,\Omega$
3. $\tau_2 = 100\,ms$ ، $R_2 = 500\,\Omega$
4. $E_C = 144\times10^{-4}\,J$ ، $q_2 = q_1 \approx 15\times10^{-4}\,C$

الدرس 4

تطوّر التوتّر الكهربائي في الدارة (R,L)

تمهيد

تلعب الوشائع بأنواعها دورا هاما وأساسيا في التأثيرات الكهرومغناطيسية و تطبيقاتها التكنولوجية التي لا مجال لتحديدها، فهي تزداد يوما بعد يوم. و هذا بفضل المميزات التي تتميز بها الوشائع كنوا قل للتيار الكهربائي وكمولدات له أيضا. و كذلك بفضل الطاقة التي تخزنها و الظواهر الدهشة التي تنشأ عن ذلك.

- فما هو سلوك الوشائع في الدارات الكهربائية المختلفة، و ما هو تأثيرها على التيار الكهربائي ؟
- كيف يتطور التيار الكهربائي المار بالوشيعة مع مرور الزمن، و كيف تخزن الوشيعة طاقة ؟
- ما هو الفرق بين سلوك الوشيعة و سلوك المكثفة في الدارات الكهربائية ؟ و كيف نميز بين تأثيراتهما المختلفة ؟
- كيف يمكن متابعة تطور التوتر الكهربائي المطبق بين طرفي وشيعة ؟ و ما هو الفرق بين التوتر الذي يفرضه المولد على الوشيعة و التوتر الذاتي الذي تنشئه الوشيعة ؟
- ما مدى تأثير الوشيعة على الدارة الكهربائية عند انقطاع التيار الكهربائي الذي يجتازها فجأة ؟

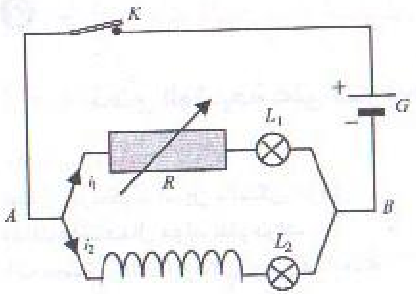
إن دراسة السلوك الكهرباني للوشائع في الدارات الكهربائية المختلفة و تفسير الظواهر المختلفة الناشئة عن ذلك يقودنا إلى متابعة هذا الدرس خطوة بخطوة.

1 - تأثير وشيعة على دارة كهربائية – (تذكرة)

1 - 1 الوشيعة

عندما نلف سلكا ناقلا على حامل عازل بحيث نحافظ على جهة واحدة فإننا نحصل على وشيعة طويلة. و عندما يمر التيار الكهربائي في هذه الوشيعة فإنها يتولد بمركزها و بالقرب منها حقل مغناطيسي تتعلق جهته بجهة التيار نفسه (قاعدة إنسان آمبير او ماكسوال).
تتميز الوشيعة بثابتين فيزيائيين هما الذاتية (L) و المقاومة (R).

1 - 2 تأثير الوشيعة على التيار



نحقق التركيب الجانبي باستعمال مولد للتيار المستمر G و معدلة (R)، و وشيعة تحريضية، مصباحين متماثلين L_1 ، L_2 .
نغلق القاطعة K في اللحظة $t=0$ فنلاحظ توهج المصباح L_1 في الحال، في حين أن المصباح L_2 يتوهج متأخرا و ببطء و يحتاج ثانية أو ثانيتين ليصبح مضيئا مثل المصباح L_1 .

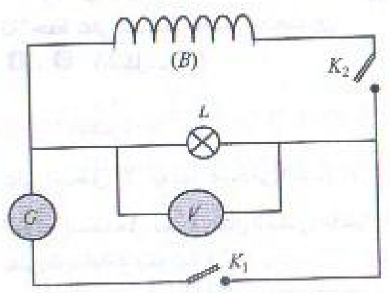
تفسير الظاهرة

إن مرور التيار الكهربائي i_2 بالوشيعة يولد بداخلها حقلا مغناطيسيا $\vec{B}$ متزايدا فتتحرض ذاتيا لتنتج تيارا متحرضا يعاكس التيار i_2 فيتعطل اشتعال المصباح L_2 قليلا بسبب ظاهرة التحريض.

نتيجة

عند اجتياز تيار لوشيعة تحريضية فإنها تعرقل مروره بسب ظاهرة التحريض.

1 - 3 تأثير انقطاع التيار على الوشيعة



نحقق التركيب الجانبي باستعمال مولد للتيار الكهرباني $(6V)$ و مصباح صغير (L) و وشيعة تحريضية B و قاطعتين K_1 ، K_2 .
- نغلق القاطعتين K_1 ، K_2 فنلاحظ توهج المصباح (L) توهجا بسيطا و انحراف مؤشر مقياس الفولط المثبت بين طرفي المصباح إلى تدريجة معينة.
- نفتح القاطعة K_1 فجأة، فنلاحظ حدوث توهج شديد للمصباح (قد يؤدي إلى تلفه) مع انحراف شديد لمؤشر مقياس الفولط (أكبر من الانحراف السابق) .

تفسير الظاهرة

عند فتح القاطعة K_1 تتحرض الوشيعة لتلعب دور مولد وتصبح مقرا لقوة محركة كهربائية ذاتية اكبر بكثير من $6\,V$ مما يتسبب في نشوء تيار متحرض شديد يؤثر على المصباح بشدة.

نتيجة

إن قطع التيار المفاجئ عن وشيعة يجعلها تتحرض ذاتيا لتعطي توترا مفرطا.

❷ - الدراسة التجريبية لسلوك الوشيعة

2 - 1 تأثير الوشيعة على إشارة معينة

تجربة أساسية

نحقق التركيب المبين بالشكل المرفق وذلك باستعمال مولد للتواترات المنخفضة (GBF) وناقل أومي مقاومته $R=10^4\,\Omega$ و وشيعة B ذاتيتها $L=0.5\,H$ مهملة المقاومة.

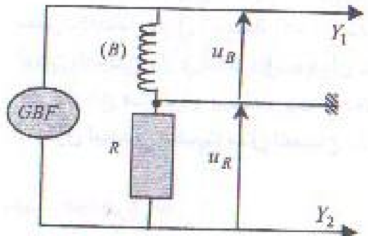
بمساعدة راسم اهتزاز مهبطي موصل بالدارة (شكل-1) نستطيع مشاهدة التوترين:

u_B بين طرفي الوشيعة على المدخل Y_1.

و u_R بين طرفي المقاومة على المدخل Y_2.

- عند استعمال الإشارة المثلثية (سن المنشار) من طرف المولد.

نلاحظ على شاشة الجهاز المنحنيين ❶، ❷ (شكل ـ 2)



شكل-1

شكل-2

تفسير الظاهرة

على المدخل Y_1 يظهر منحنى التوتر $u_R=R.i$ حيث يكون $i=\frac{u_R}{R}$.

التوتر المستعمل بشكل سن المنشار، فالتيار المار يكون خطيا. فالدالة u_R يمكن أن تمثل التيار على الشاشة و يكون:

- خلال نصف الدور الأول $i=at+b$
- خلال نصف الدور الثاني $i=-at+b'$

على المدخل Y_2 يظهر منحنى التوتر u_B و هو عبارة عن إشارة منحنية دورية:

- ففي النصف الأول من الدور يكون $u_B > 0$
- و في النصف الثاني من الدور يكون $u_B < 0$

نتيجة

عندما يفرض المولد بالدارة إشارة معينة فإنه يحدث ما يلي:

1- ينشأ بين طرفي المقاومة توتر من نفس الإشارة.

2- ينشأ بين طرفي الوشيعة توتر يختلف عن الإشارة الأصلية بسبب ظواهر التحريض التي تعاكس كل تغير.

2 - 2 العبارة اللحظية لتوتر الوشيعة

بالعودة إلى التجربة السابقة يكون:

- من المنحنى ❷ نجد $u_R=R.i$ و هي دالة خطية ومشتقها يعطينا ميل المماس الذي يكون ثابتا $\frac{d\,u_R}{d\,t}=R\frac{d\,i}{d\,t}$

و منه نجد $\frac{d\,i}{d\,t}=\frac{1}{R}.\frac{d\,u_R}{d\,t}=Cte$

و حسب الحساسية المستعملة للجهاز يكون خلال نصف الدور الأول:

$$\frac{d\,u_R}{d\,t}=\frac{\Delta u_R}{\Delta t}=\frac{2\times2-0}{2\times10^{-3}-0}=2\times10^3$$

و منه يكون $\frac{d\,i}{d\,t}=\frac{1}{10^4}\times2\times10^3=\frac{2}{10}=0.2$

- من المنحنى ❶ على المدخل Y_1 نجد $u_0=1\times0.1=0.1\,V$.

فنحصل على $\frac{u_0}{d\,i/d\,t}=\frac{0.1}{0.2}=0.5$

نلاحظ أن ثابت التناسب يكون مساويا لذاتية الوشيعة.

و يمكن تعميم هذه النتيجة بتجارب أخرى نغير فيها من طبيعة الإشارة التي يعطيها المولد (مربعة ، جيبية ، ...) .

نتيجة

1- إن ثابت التناسب بين التوتر المطبق بين طرفي الوشيعة و المقدار $\frac{d\,i}{d\,t}$ الذي يمثل مشتق التيار المار بالنسبة للزمن يكون ثابتا. وهذا الثابت يمثل ذاتية الوشيعة. و يكون $u_L=L.\frac{d\,i}{d\,t}$

2- عندما يكون للوشيعة مقاومة غير مهملة r فإن عبارة التوتر اللحظي بين طرفيها يصبح بالشكل التالي $u=L.\frac{d\,i}{d\,t}+r.i$

تمرين تدريبي

وشيعة ذاتيتها $L=0,10\,H$ و مقاومتها $r=5\,\Omega$ يجتازها تيار كهربائي شدته اللحظية $i(t)=0,25\,t$.

1- اكتب العبارة اللحظية للتوتر الكهربائي المطبق بين طرفيها.

2- استنتج قيمة هذا التوتر في اللحظة $t=1\,S$.

الحل:

1- عبارة التوتر اللحظي بين طرفي الوشيعة هي $u(t)=L.\frac{di}{dt}+r.i$

من العبارة $i(t)=0,25\,t$ يكون $\frac{di}{dt}=0,25$

بالتعويض نجد:

$u=0,25\,L+r.i$

$=0,25\,(0,10)+5\,(0,25\,t)=0,025+1,25\,t$

2- استنتاج قيمة هذا التوتر في اللحظة $t=1\,S$،

$u=0,025+1,25\,(1)=1,275\,A$

❸ - تطور التيار الكهربائي المار بثنائي القطب (R,L)

3 - 1 تغير التيار المار بوشيعة

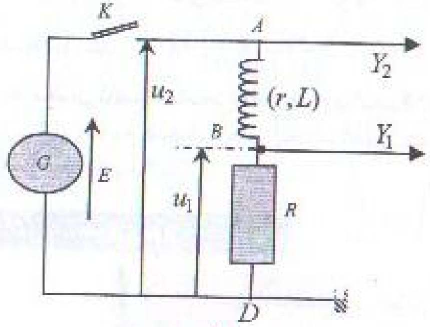
التركيب التجريبي:

باستعمال مولد G يعطي توترا ثابتا (E) و وشيعة $B(r,L)$ و ناقل أومي مقاومته R نحقق التركيب الجانبي.

بمساعدة جهاز راسم اهتزاز مهبطي موصل كما في الشكل، نستطيع مشاهدة التوترين:

u_1: بين طرفي الناقل الأومي على المدخل Y_1.

u_2: بين طرفي ثنائي القطب (R,L) على المدخل Y_2.



شكل-1

عند غلق القاطعة نشاهد على شاشة الجهاز ما يلي:

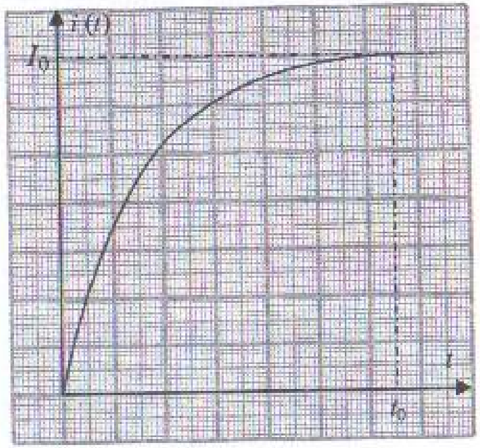
- على المدخل Y_1: ظهور منحنى يدل على أن التوتر المطبق بين طرفي الناقل الأومي يكون غير ثابت.
- على المدخل Y_2: ظهور مستقيم يوازي محور الأزمنة يدل على أن التوتر المطبق بين طرفي ثنائي القطب (R,L) يكون ثابتا و مساويا للتوتر الذي يفرضه المولد.

تفسير الظاهرة

- على المدخل Y_1 يكون $u_1=R.i$ و منه نجد $i=\frac{u_1}{R}$

يسمح جهاز الحاسوب انطلاقا من قيم i برسم البيان $i(t)$ للتيار المار حسب الشكل المرفق.

نلاحظ أن شدة التيار المار بالدارة تزداد تدريجيا حتى تبلغ القيمة العظمى I_0 و ذلك بسبب الوشيعة التي تعاكس تغيراته السريعة بسبب ظواهر التحريض و لا يبلغ القيمة العظمى إلا بعد بضعة أجزاء من الميلي ثانية.



وحسب قانون التوترات يكون:

$E=u_{AB}+u_{BD}$ أي أن:

$$E=r.i+L\frac{di}{dt}+R\,i$$

فيكون $E=(r+R)\,i+L\frac{di}{dt}$ ....(1)

في اللحظة $t=0$ يكون $i=0$ مما يجعل المقدار $\frac{di}{dt}$ كبيرا. و هذا يفسر تزايد شدة التيار بسرعة في المرحلة الأولى.

و عندما تتزايد الشدة i مع مرور الزمن فإن المقدار $\frac{di}{dt}$ يتناقص. مما يجعل هذا التزايد يتباطأ تدريجيا حتى بلوغ الشدة العظمى I_0 فتسلك الوشيعة حينئذ سلوك ناقل أومي مقاومته r لتكون الشدة العظمى هي $I_0=\frac{E}{R+r}$.

3 - 2 ثابت الزمن τ لثنائي القطب (R_0,L)

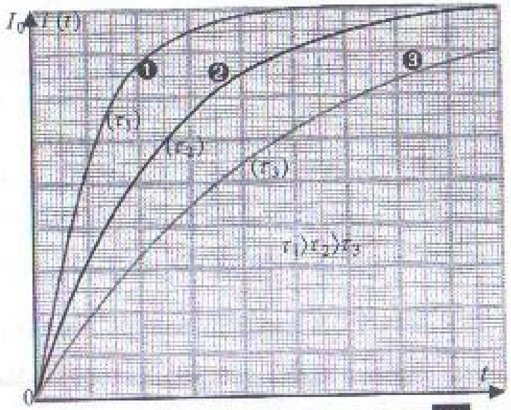
نعود للتركيب التجريبي الموصوف سابقا.

نقوم بثلاث تجارب لمراقبة تطور منحنى التيار $i(t)$ بحيث يكون $R_0=R+r$.

نجد ما يلي:

- في التجربة الأولى يكون $\frac{L}{R_0}=5$
- في التجربة الثانية يكون $\frac{L}{R_0}=15$
- في التجربة الثالثة يكون $\frac{L}{R_0}=20$

و هذه القيم توافق المنحنيات الثلاثة: ❶، ❷، ❸ المبينة بالشكل المرفق على



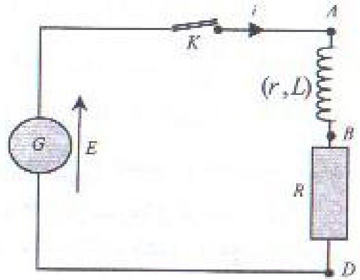
الترتيب. فسرعة الوصول إلى تيار الإشباع I_0 تتعلق إذن بالنسبة $\frac{L}{R}$ التي تمثل عامل الزمن τ المقدر بوحدة الثانية (S) لأن:

$$\frac{[L]}{[R]}=\frac{[u]}{\frac{[d\,i]}{[d\,t]}}\times\frac{1}{[R]}=\frac{V}{A/S}\times\frac{1}{\Omega}=\frac{S}{\Omega}\times\left(\frac{V}{A}\right)=\frac{S}{\Omega}\times\Omega=S$$

نتيجة

تزداد سرعة تطور التيار الكهربائي المار في ثنائي القطب $(R_0\,,L)$ بزيادة ثابت الزمن τ .

3 - 3 الدراسة التحليلية



حسب قانون التوترات يكون $E=u_{AB}+u_{BD}$

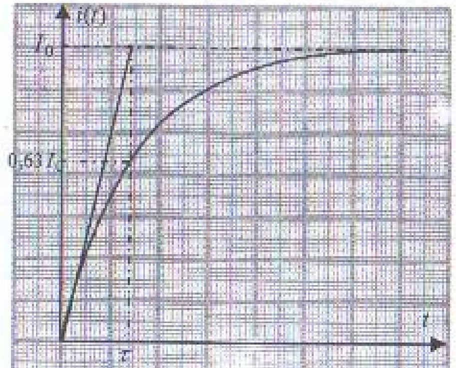
اي أن $E=(L\frac{d\,i}{d\,t}+r)+R\,.\,i=L\,\frac{d\,i}{d\,t}+(r+R)\,i$

بوضع $R_0=r+R$ نجد $E=L\frac{d\,i}{d\,t}+R_0\,i$

بالقسمة على R_0 نجد $\frac{E}{R_0}=\frac{L}{R_0}\frac{d\,i}{d\,t}+i$

يمثل المقدار $\frac{E}{R_0}=I_0$ القيمة العظمى للشدة.

و يمثل المقدار $\frac{L}{R_0}=\tau$ ثابت الزمن. فنحصل على المعادلة التفاضلية للدارة المهتزة بالشكل :



$I_0=\tau\frac{d\,i}{d\,t}+i$ و يعطي حل هذه المعادلة:

$$i=I_0\,(1-e^{-t/\tau})$$

لما $t=0$ يكون $i\,(0)=0$ حيث $I_0=\frac{E}{r+R}$

و البيان $i\,(t)$ عبارة عن منحنى أسي ينتهي من أجل $t\to\infty$ إلى القيمة I_0

و لما $t=\tau$ فإنه يكون:

$i\,(\tau)=I_0\,(1-e^{-1})=0{,}63\,I_0$

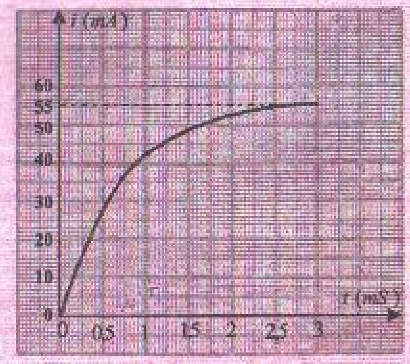
فثابت لزمن يوافق بلوغ الشدة 63 % من قيمتها العظمى. و يكون ميل المماس لمنحنى التيار عند اللحظة $t=0$ هو $(\frac{d\,i}{d\,t})_{t=0}=\frac{I_0}{\tau}=a$

و معادلة المماس عند تلك النقطة هي $i=a\,t=\frac{I_0}{\tau}\,.\,t$. فمن أجل $t=\tau$ يكون $i=I_0$

نلاحظ ان هذه النتائج تكون مشابهة للنتائج المحصل عليها اثناء دراسة ثنائي القطب $(R\,,C)$.

تمرين تدريبي

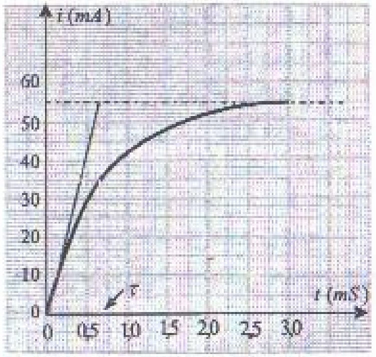
التيار المبين بالشكل الجانبي يجتاز ثنائي قطب $(R\,,L)$ مكون من وشيعة تحريضية $B\,(r=5\,\Omega\,,L)$ و ناقل اومي مقاومته R . ثنائي القطب هذا يغذيه مولد كهربائي يعطي توترا كهربائيا ثابتا قيمته $E=6V$.



1- ما هي الشدة العظمى I_0 لهذا التيار، و ما قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب بالدارة $(R+r,C)$ ؟

2- استنتج قيمة المقاومة R للناقل الأومي، و ذاتية الوشيعة (L) .

✓ الحل :



1- من البيان يكون $I_0=55\,m\,A$

ثابت الزمن τ يوافق القيمة:

$i=0{,}63\,I_0=0{,}63\times55\approx35\,m\,A$

من البيان نجد أن القيمة التي توافق: $35\,m\,A$ هي $\tau\approx0{,}65\,m\,A$

2- من العلاقة $I_0=\frac{E}{r+R}$ يكون:

$R=\frac{E}{I_0}-r=\frac{6}{0{,}055}-5\approx104\,\Omega$

- من العبارة $\tau=\frac{L}{r+R}$ يكون $L=\tau\,(r+R)=0{,}65\times10^{-3}\times(5+104)\approx0{,}071\,H$

4 - انقطاع التيار المار بالوشيعة

4 - 1 الدراسة التجريبية

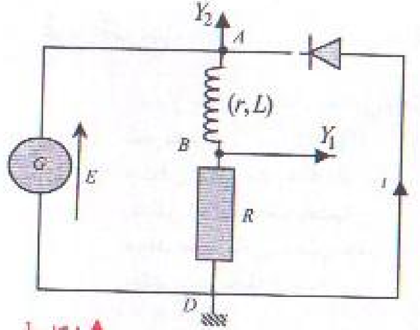
نحقق التركيب الجانبي (شكل-1) باستعمال مولد كهربائي G يعطي توترا ثابتا E و وشيعة تحريضية $(r\,,L)$ موصلة مع مقاومة كهربائية R .

وصمام ثنائي لحماية الدارة من التوتر المفرط الناشئ عن تحرض الوشيعة أثناء قطع التيار الكهربائي عنها.

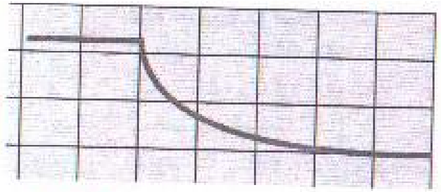
بواسطة جهاز راسم اهتزاز مهبطي يمكننا مشاهدة التوترين:

u_{BD} بين طرفي المقاومة R الذي يسمح بمتابعة تطور التيار $(i=\frac{u_{BD}}{R})$

u_{AD} بين طرفي ثنائي القطب (R_0 , L) حيث $R_0 = R + r$



▲ شكل-1



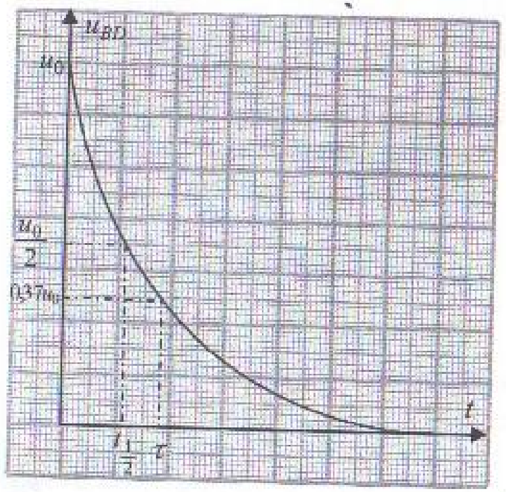
▲ شكل-2

المشاهدة

بعد غلق القاطعة نقوم بما يلي: نفتح القاطعة فجأة فنلاحظ على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي منحنى التوتر u_{BD} على المدخل Y_1 (شكل-2).

4 - 2 الدراسة التحليلية

إن قطع التيار عن الوشيعة يجعلها تتحرض تلقائيا لتصبح مولدا، و تعطي توترا شديدا يرافقه مرور تيار كهربائي متحرض معاكس للتيار الأصلي يكون خطرا على الدارة. و من اجل تلافي هذا الخطر فإنه يوضع ثنائي مساري في الدارة لكي يمنع مرور هذا التيار.



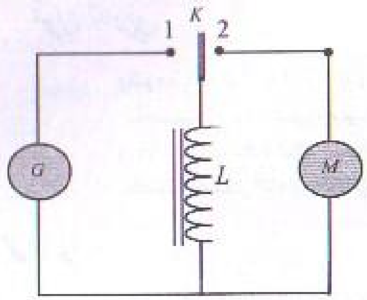
إن التوتر المطبق بين طرفي الناقل الأومي u_{BD} يتناقص بشكل دالة أسية يميزها ثابت الزمن $\tau=\frac{L}{r+R}$.

حيث يكون: $u_{BD}(t) = -u_0\, e^{-t/\tau}$

و لهذه الدالة نفس مميزات الدالة u التي عرفناها أثناء دراسة تطور التوتر الكهربائي لثنائي القطب (R,C) حيث نجد ما يلي:

$u_{BD}(\tau)=0{,}37\,u_0$ ، $u_{BD}(t_{\frac{1}{2}})=0{,}5\,u_0$ ، $t_{\frac{1}{2}}=\tau \ln 2$

5 - الطاقة المخزنة بوشيعة



5 - 1 كيف تخزن الوشيعة طاقة ؟

نحقق التركيب الجانبي الذي يحتوي على مولد G يعطي توترا ثابتا $12\,V$ ، وشيعة ذاتيتها (L) مهملة المقاومة، و محركا كهربائيا M مثبت على ارتفاع معين h من مستوى الدارة يستعمل لرفع كتلة صغيرة (m) لهذا الارتفاع عند اشتغاله.

- نغلق القاطعة على الوضع-1 لمدة قصيرة (حوالي $20\,S$)

ثم نعيدها للوضع-2 ، فنلاحظ أن المحرك يبدأ بالدوران جاعلا الكتلة m ترتفع شاقوليا لمسافة معينة.

تفسير الظاهرة

إن مرور التيار الكهربائي بالوشيعة يجعلها تخزن طاقة كهربائية نتيجة تحويلها من المولد. تعيدها أثناء ربطها بالمحرك ليحول جزءا منها إلى طاقة ميكانيكية يكتسبها الجسم المرفوع (m) على شكل طاقة كامنة ثقالية أثناء صعوده.

5 - 2 عبارة الحصيلة الطاقوية

من عبارة توتر الوشيعة $u = r\,i + L\frac{d\,i}{d\,t}$

نحصل على الاستطاعة الكلية للوشيعة بالضرب في i :

$$P = u\,.\,i = r\,.\,i^2 + i\,.\,L\frac{d\,i}{d\,t} = P_1 + P_2$$

- فالجزء $P_1 = r\,.\,i^2$ يمثل الاستطاعة الكهربائية المستهلكة في الوشيعة بشكل فعل جول بسبب مقاومتها الداخلية. و الطاقة الكهربائية الضائعة بفعل جول تكون على شكل حرارة وتعطى بالعلاقة $E_J = \int_0^t r\,.\,i^2\,.\,d\,t$

- أما الجزء $P_2 = i\,.\,L\frac{d\,i}{d\,t}$ فيمثل الاستطاعة الكهرومغناطيسية المخزنة بالوشيعة و التي تظهر على شكل شرارة كهربائية أثناء التفريغ فتصبح الطاقة الكهرومغناطيسية الموافقة هي:

$$E_m = \int_0^t i\,.\,L\frac{d\,i}{d\,t} = \int_0^t d\,(\frac{1}{2}\,.\,L\,.\,i^2) = \frac{1}{2}\,.\,L\,.\,i^2$$

و تكون الطاقة الكلية للوشيعة بالشكل التالي:

$$E = \int_0^t r\,.\,i^2\,.\,d\,t + \frac{1}{2}\,.\,L\,.\,i^2$$

تمرين تدريبي

وشيعة ذاتيتها $L = 2{,}0\ H$ ومقاومتها $r = 10\,\Omega$ يجتازها تيار ثابت الشدة $i = 2\ A$.
- أحسب الطاقة الكهرومغناطيسية المخزنة بالوشيعة نتيجة مرور هذا التيار،
و كذلك الطاقة الكهربائية المستهلكة بفعل جول خلال 10 ثواني.
استنتج مقدار التوتر المطبق بين طرفي الوشيعة.

✓ الحل :

- الطاقة الكهرومغناطيسية المخزنة للوشيعة:

$$E_m = \frac{1}{2}.L.i^2 = \frac{1}{2}(2{,}0)(2)^2 = 4\ J$$

- الطاقة الكهربائية المستهلكة بفعل جول:

$$E_J = \int_0^t r.i^2.dt$$

و حيث أن التيار ثابت الشدة فيكون:

$$E_J = r.i^2.dt = 10 \times (2)^2 \times (10) = 400\ J$$

- الطاقة الكلية للوشيعة:

$$E = E_m + E_J = 404\ J$$

- الاستطاعة الكلية للوشيعة:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{404}{10} = 40{,}4\ W$$

- من العلاقة $P = u.i$ يكون:

$$u = \frac{P}{i} = \frac{40{,}4}{2} = 20{,}2\ V$$

خلاصة

1- تمانع الوشيعة مرور التيار الكهربائي الذي يفرضه المولد بسبب ظواهر التحريض، كما تستطيع أن تعطي توترا مفرطا إذا ما قطع عنها التيار فجأة.

2- يعطى التوتر المطبق بين طرفي الوشيعة (L,r) بالعلاقة:

$$u = L\frac{di}{dt} + r.i$$

3- يميز ثابت الزمن $\tau = \frac{L}{R}$ ثنائي القطب (R,L)، و تزداد سرعة تطور التيار أو توتر الوشيعة بزيادة هذا الثابت.

4- يزداد تيار الوشيعة عند غلق الدارة بشكل دالة أسية تعطى بالعلاقة: $i = I_0(1 - e^{-t/\tau})$

5- يتناقص تيار الوشيعة عند فتح الدارة بالشكل $i = -I_0\, e^{-t/\tau}$

6- تعطى الطاقة الكلية للوشيعة التي يجتازها التيار بالعلاقة:

$$E = \int_0^t r.i^2.dt + \frac{1}{2}.L.i^2$$

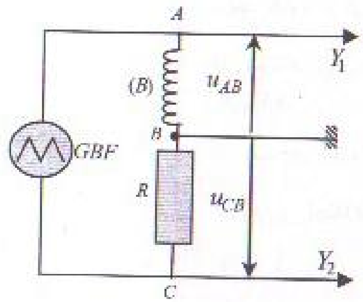
حيث يكون:

$E_J = \int r.i^2.dt$ الطاقة المستهلكة بفعل جول على شكل حرارة.

$E_m = \frac{1}{2}.L.i^2$ الطاقة الكهرومغناطيسية المختزنة.

الدراسة التجريبية لتطور التيار المار بوشيعة

1- التركيب التجريبي



نستعمل التركيب المبين جانبا والذي يحتوي على مايلي:

- مولدا للتواترات المنخفضة GBF ذو تواتر يمكن تغييره، يعطي توترا بشكل سن المنشار.
- وشيعة تحريضية $B(r, L)$ و ناقل أومي مقاومته R.

يمكن مشاهدة التوترين اللحظيين:

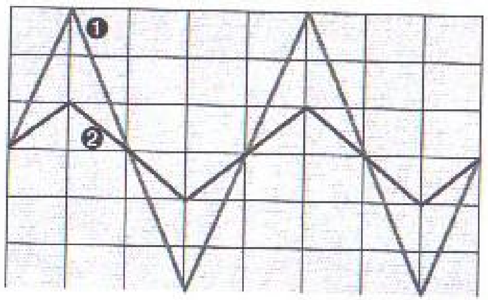
u_{AB} بين طرفي الوشيعة على المدخل Y_1 لجهاز راسم اهتزاز مهبطي.

- $u_{CB} = u_{BC}$ بين طرفي الناقل الأومي على المدخل Y_2 للجهاز. ويمكن تصحيح وضعية هذا المنحنى المقلوب باستعمال الزر العاكس INV للجهاز.

2- النشاطات

النشاط الأول : استعمال توتر يتغير ببطء

نعدل تواتر التغذية على القيمة $f = 5\ HZ$ و نختار $R_1 = 20\ \Omega$. فنحصل على المنحنيين ❶، ❷ بالمدخلين Y_1، Y_2 على الترتيب.



و ذلك من اجل حساسية المدخلين:

- المدخل Y_1 : $1V/Div$
- المدخل Y_2 : $7{,}5\ V/Div$
- المسح الأفقي: $0{,}05\ S/Div$

المطلوب :

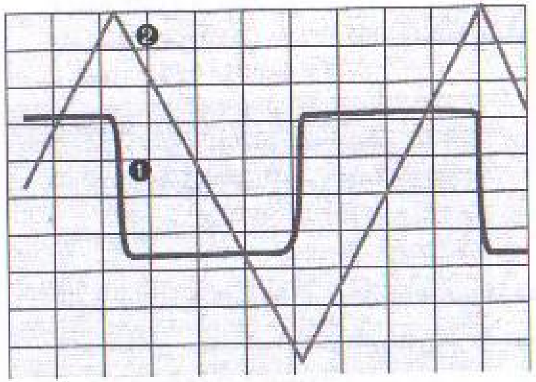
1- كيف تفسر هذه المنحنيات ؟

بين ان تواتر المولد هو $f = 5\ HZ$ فعلا.

2- ما هو المنحنى الذي يمكن أن يعبر عن الشدة (i) ؟

3- استنتج قيمة مقاومة الوشيعة r.

النشاط الثاني : استعمال توتر سريع التغير



نعدل التواتر على القيمة: $f = 2\ KHZ$ و ناخذ $R_2 = 2\ K\Omega$.

فنحصل على المنحنيين ❶، ❷ على المدخلين Y_1، Y_2 على الترتيب من أجل القيم:

- المسح الأفقي: $62{,}5\ \mu S/Div$
- حساسية المدخل Y_2: $0{,}7\ V/Div$

-1 فسر الظاهرة التي تظهر على شاشة الجهاز.

تأكد من البيانات ان التواتر المستعمل هو $2000\ HZ$.

-2 أحسب المقدار $\frac{di}{dt}$ اعتمادا على البيان.

-3 بتغيير تواتر الإشارة التي يعطيها المولد يمكننا في كل مرة حساب القيمة $\frac{di}{dt}$ بالاعتماد على البيانات التي تظهر على الشاشة كما في الحالة السابقة. فنحصل على جدول القياسات التالي:

$f\ (HZ)$	1300	1750	1900	2000	2250	2500	2800
$\frac{di}{dt}(A.S^{-1})$	7,60	9,95	10,7	11,2	12,7	13,9	16,1
$u_{AB}\ (V)$	0,33	0,44	0,48	0,49	0,55	0,60	0,69

حيث $(V)\ u_{AB}$ التوتر المطبق بين طرفي الوشيعة (B).

أ) أرسم البيان $u_{AB} = f(\frac{di}{dt})$. ماذا تستنتج ؟

ب) استنتج من هذا البيان ذاتية الوشيعة (L).

3- تحليل النتائج التجريبية

تحليل النشاط الأول

-1 دراسة طبيعة المنحنيين ❶، ❷:

تطبيق إشارة مثلثية بشكل سن المنشار من طرف المولد يؤدي إلى تشكل التوترين u_{AB} ، u_{BC} بين طرفي الوشيعة و الناقل الأومي بنفس الكيفية وعلى التوافق و دون ظهور اي تاخر لتوتر الوشيعة.

فالتواتر الضعيف المفروض من طرف المولد يجعل التوتر بين طرفي الوشيعة يتطور ببطء شديد فلا تظهر الوشيعة أي ممانعة معتبرة لمرور التيار و تكون ظواهر التحريض الناشئة مهملة. فالتوتران متناسبان.

باستعمال المسح الأفقي $0{,}05\ S/Div$ يمكننا حساب تواتر المولد:

- الدور $T=4\times0{,}05=0{,}20\ S$
- التواتر $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0{,}20}=5\ HZ$

2- التوتر بين طرفي الناقل الأومي هو $u_{BC}=R_1.i$

فتكون الشدة $i=\frac{u_{BC}}{R_1}$

التوتر بين طرفي الوشيعة $u_{AB}\approx r.i$ فتكون الشدة $i=\frac{u_{AB}}{r}$

فيمكننا إذن حساب شدة التيار الكهربائي المار باستعمال أي المنحنيين.

3- استنتاج قيمة مقاومة الوشيعة r:

- على المدخل Y_2 يكون $u_2=i.R_1$ و منه نجد $i=\frac{u_2}{R_1}=\frac{7{,}5}{20}=0{,}375\ A$
- و على المدخل Y_1 يكون $u_1=r.i$ و منه نجد $r=\frac{u_1}{i}=\frac{3}{0{,}375}=8\ \Omega$

تحليل النشاط الثاني

1- تفسير الظاهرة:

- على المدخل Y_1 يظهر منحنى التوتر بين طرفي الوشيعة ❶ على شكل إشارة مربعة.
- على المدخل Y_2 يظهر منحنى التوتر بين طرفي الناقل الأومي ❷ على شكل سن المنشار:

فعندما يزداد التيار $i=\frac{u_{BC}}{R_2}$ بشكل دالة خطية ، يكون التوتر بين طرفي الوشيعة u_{AB} ثابتا موجبا. و عندما يتناقص التيار بشكل خطي يكون التوتر u_{AB} ثابتا سالبا.

- إيجاد التواتر المستعمل f :

حسب القياس المستعمل يكون:

$T=8\times62{,}5\times10^{-6}=0{,}5\times10^{-3}\ S$

$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0{,}5\times10^{-3}}=2000\ HZ$

2- حساب المقدار $\frac{di}{dt}$:

من المنحنى ❷ على المدخل Y_2 يكون $u_{BC}=R_2.i$

و تكون القيمة العظمى من المنحنى هي:

$u_0=0{,}7\times4=2{,}8\ V$

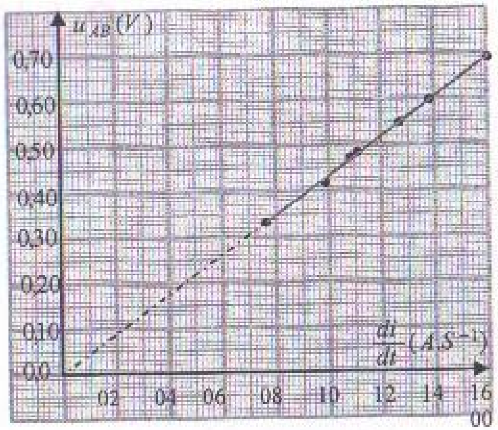
و تكون الشدة العظمى للتيار المار $I=\frac{u_0}{R_2}=\frac{2{,}8}{2\times10^3}=1{,}4\times10^{-3}\ A$

المقدار $\frac{di}{dt}$ يمثل ميل المماس لمنحنى التوتر فيكون:

$$\frac{di}{dt}=\frac{\Delta u_{BC}}{\Delta t}=\frac{I-(-I)}{\frac{T}{2}}=\frac{4I}{T}=4If$$

و منه نجد:

$$\frac{di}{dt}=4\times1{,}4\times10^{-3}\times2\times10^{3}=11{,}2$$



3- أ) رسم البيان $u_{AB}=f(\frac{di}{dt})$

- مقياس الرسم:

الوحدة أفقيا: $\longleftarrow 2\,(A.S^{-1})$

الوحدة شاقوليا: $\longleftarrow 0{,}10\ V$

نحصل على البيان المرفق.

الاستنتاج :

البيان $u_{AB}=f(\frac{di}{dt})$ عبارة عن خط مستقيم، فالتوتر u_{AB} المطبق بين طرفي الوشيعة يتناسب مع المشتق $\frac{di}{dt}$ ،

$$\frac{u_{AB}}{\frac{di}{dt}}=K$$

ب) استنتاج ذاتية الوشيعة (L) :

لدينا $u_{AB}=K.\frac{di}{dt}$ بيانيا

$u_{AB}=L.\frac{di}{dt}$ نظريا

بالمطابقة نجد أن $L=K$

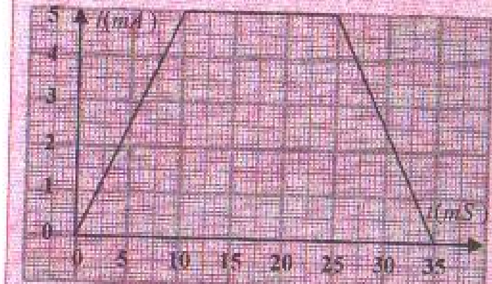
K هو ميل المستقيم الممثل للدالة $u_{AB}=f(\frac{di}{dt})$ فيكون:

$$L=K=\frac{0{,}69-0{,}33}{16{,}1-7{,}6}=42\times10^{-3}\ H$$

تطبيقات نموذجية

تطبيق 1 التوتر الكهربائي بين طرفي وشيعة نتيجة مرور تيار معين

وشيعة ذاتيتها $L = 0{,}1\ H$ ومقاومتها مهملة.
نجعل تيارا متغير الشدة يجتازها كما في الشكل.



1- اكتب عبارة التوتر اللحظي $u(t)$ المطبق بين طرفيها.
2- أوجد التوترات المطبقة في المجالات الزمنية المبينة بالشكل.
3- احسب الطاقة الكهربائية الكلية المخزنة في الوشيعة في اللحظة $t = 25\ ms$
- هل يوجد ضياع لهذه الطاقة بفعل جول في تلك اللحظة ؟

✓ الحل :

1) التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة في لحظة معينة $u = L.\dfrac{di}{dt} + r.i$

مقاومة الوشيعة مهملة فيكون $u = L.\dfrac{di}{dt}$

2) العبارات اللحظية في مختلف المجالات الزمنية:

- في المجال $[0, 10\ ms]$ يكون التيار خطيا من الشكل $i(t) = a\,t$

فيكون $\dfrac{di}{dt} = a$ حيث a هو ميل المستقيم ، حيث يكون:

$$a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{5\times10^{-3} - 0}{10\times10^{-3} - 0} = 0{,}5$$

ومنه نجد $u_1(t) = 0{,}1 \times 0{,}5 = 0{,}05\ V$

- في المجال $[10\ ms , 25\ ms]$ يكون التيار ثابت الشدة فنجد:

$\dfrac{di}{dt} = 0$ و ينتج أن $u_2(t) = 0$

و ذلك لإهمال مقاومة الوشيعة التي تلعب دور سلك ناقل فقط و لا تتحرض لكون التيار ثابتا.

- في المجال $[25\ ms , 35\ ms]$ يكون التيار خطيا من الشكل $i(t) = a'\,t + b$

حيث يكون $\dfrac{di}{dt} = a' = -a = -0{,}5$ فينتج $u_3(t) = -0{,}05\ V$

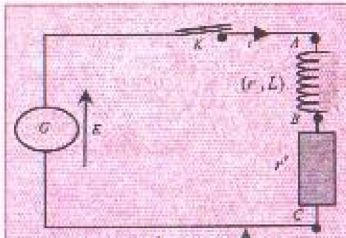
3) حساب طاقة الوشيعة $E = \dfrac{1}{2}L.i^2 + r.i^2$

- مقاومة الوشيعة مهملة فلا يوجد ضياع في الطاقة بفعل جول و تكون الطاقة الموجودة مخزنة على شكل طاقة كهرومغناطيسية تظهر أثناء تفريغ الوشيعة على شكل شرارة كهربائية:

$$E = E_m = \frac{1}{2}L.i^2$$
$$= \frac{1}{2}(0{,}1)(5\times10^{-3})^2 = 12{,}5\times10^{-6}\ J$$

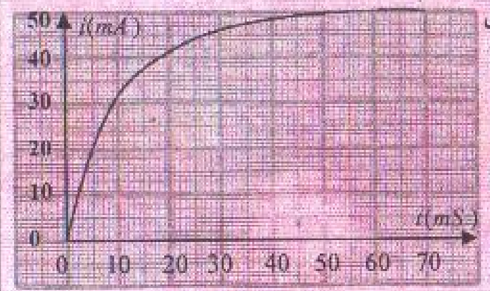
تطبيق 2 دراسة تطور التيار الكهربائي المار بوشيعة

باستعمال مولد G يعطي توترا ثابتا E و وشيعة (L, r) وناقل أومي مقاومته (r') نحقق التركيب الجانبي (شكل-1).



▲ (شكل-1)

1- اكتب المعادلة التفاضلية للدارة عند غلقها ثم أعط العبارة اللحظية $i(t)$ للتيار المار.
2- نريد أن نشاهد على شاشة جهاز راسم الاهتزاز المهبطي شكل التيار المار بالدارة:
- بين كيف نوصل هذا الجهاز بالدارة.
3- يبين (الشكل-2) منحنى التيار المار $i(t)$ في الدارة المذكورة.
أ) ارسم المماس لهذا المنحنى عند اللحظة $t = 0$ ، ثم استنتج قيمة ثابت الزمن τ للدارة.
ب) ما هي اللحظة t_1 التي تجعل $i = 0{,}63\,I$ ؟



▲ (شكل-2)

4- إذا كان التوتر الذي يعطيه المولد هو $E = 6V$ فاستنتج:
أ) مقاومة الدارة R و مقاومة الوشيعة r إذا كانت $r' = 110\,\Omega$.
ب) ذاتية الوشيعة L.

✓ الحل :

1) المعادلة التفاضلية للدارة:

$E = u_{AB} + u_{BC}$ أي أن $E = L.\dfrac{di}{dt} + (r + r')\,i$

بوضع $R=r+r'$ مقاومة الدارة يكون $E=L\frac{di}{dt}+Ri$

بالقسمة على R يكون $\frac{E}{R}=\frac{L}{R}\frac{di}{dt}+i$

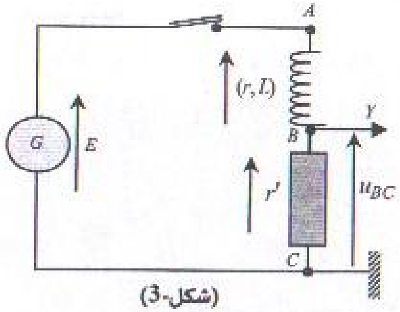
فإذا كان $\frac{E}{R}=I_0$ الشدة العظمى للتيار و كان $\tau=\frac{L}{R}$ ثابت الزمن للدارة فانه يكون

$$I_0=\tau\frac{di}{dt}+i$$

و هي المعادلة التفاضلية للدارة المهتزة $(R\,,L)$.

و يعطي حل هذه المعادلة النتيجة

$$i(t)=I_0\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$



(شكل-3)

2) مشاهدة المنحنى $i(t)$:

لمشاهدة المنحنى $i(t)$ على شاشة جهاز راسم الاهتزاز المهبطي فإنه يكفي مشاهدة منحنى التوتر المطبق بين طرفي الناقل الأومي $u_{BC}(t)$ لأنه يتناسب مع التيار و من اجل ذلك فإنه يجب وصل النقطة C بأرضي الجهاز و النقطة B بأحد مدخلي الجهاز (Y). (شكل-3)

حيث يكون $i(t)=\frac{u_{BC}}{r}$

3) ا) عند رسم المماس في اللحظة $t=0$ للمنحنى $i(t)$ نحصل على (الشكل-4).

(شكل-4)

إن المماس المذكور يمر من النقطة $(\tau\,,I_0)$ فيكون حسب الشكل

$$\tau=10\,ms$$

ب) من البيان يكون أيضا:

لما:

$$i=0{,}63I=0{,}63\times50=31{,}5\,mA$$

يكون $t_1=10\,ms=\tau$

4) ا) مقاومة الدارة ومقاومة الوشيعة:

- مقاومة الدارة R:

$$R=\frac{E}{I_0}=\frac{6}{50\times10^{-3}}=120\,\Omega$$

- مقاومة الوشيعة r:

$$R=r+r'\longrightarrow r=R-r'=120-110=10\,\Omega$$

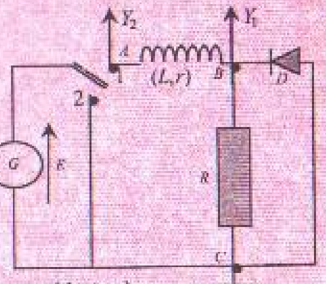
ب) ذاتية الوشيعة L:

- من عبارة ثابت الزمن للدارة $\tau=\frac{L}{R}$ يكون:

$$L=R\,.\,\tau=120\times10\times10^{-3}=1{,}2\,H$$

تطبيق 3 دراسة الظواهر الناشئة عن انقطاع التيار بالوشيعة

نحقق التركيب الجانبي (شكل-1).



(شكل-1)

1- بين ماذا يمكن مشاهدته على شاشة جهاز راسم الاهتزاز المهبطي الموصل بالدارة باستعمال المدخلين Y_1 ، Y_2 عندما تكون الدارة مغلقة ؟

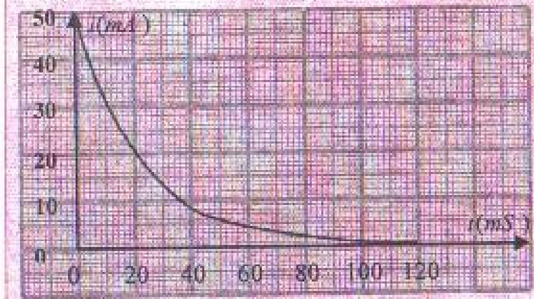
2- نضع القاطعة على الوضع-1 . اشرح ما يحدث، و استنتج الشدة العظمى للتيار المار I_0 علما ان $E=9V$ ، $R=172\,\Omega$ ، $r=8\,\Omega$.

3- نفتح الآن القاطعة فجأة :

أ) ما هي الظواهر الملاحظة ؟ ما هو دور ثنائي الساري (D) الموجود بالدارة ؟

ب) اعط العبارة للتوتر المطبق $u(t)$ بين طرفي المقاومة R .

ج) بمساعدة الحاسوب تمكنا من رسم بيان التيار المار بثنائي القطب $(R\,,L)$ فحصلنا على (الشكل-2).



(شكل-2)

استنتج من ذلك: - الشدة العظمى للتيار المار و قيمة τ .

- قيمة الشدة $i(\tau)$ - قيمة الذاتية (L) للوشيعة.

✓ الحل :

1) المشاهدة على شاشة جهاز راسم الاهتزاز المهبطي:

- على المدخل Y_1 : التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي.
- على المدخل Y_2 : التوتر الكلي u_{AC} بين طرفي الدارة.

2) القاطعة على الوضع-1 يحدث وصل الوشيعة والناقل الأومي بالمولد، فتخزن الوشيعة طاقة كهرومغناطيسية معينة.وتكون الشدة العظمى لتيار المار هي:

$$I_0=\frac{E}{r+R}=\frac{9}{8+172}=0{,}05\,A=50\,m\,A$$

3) أ) القاطعة مفتوحة:
يصبح المولد خارج الدارة و يحدث تفريغ للوشيعة في الناقل الأومي حيث تتحرض تلقائيا لتصبح مولدا، و يرتفع التوتر بين طرفيها كثيرا إلا أن وجود ثنائي المساري (D) بالدارة يحميها من التيار المتحرض المعاكس.

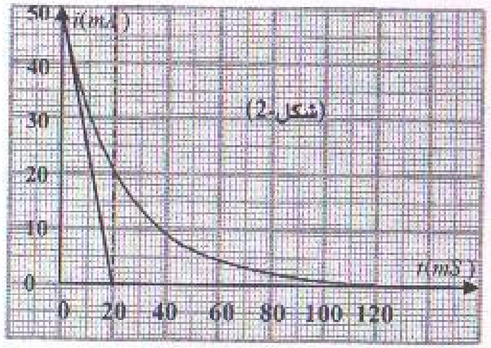
ب) عبارة التوتر $u(t)$ بين طرفي المقاومة R:
يتناقص التيار بشكل دالة أسية:

$$u_{BC} = -u_0\, e^{-t/\tau} = -E\, .\, e^{-t/\tau}$$

جـ) من البيان يكون*

$$|I_0| = 50\ mA$$

- عند رسم المماس في اللحظة $t=0$ للمنحنى $i(t)$ نجد انه يقطع محور الفواصل في النقطة $\tau = 20\ ms$.



(شكل-2)

- حساب $i(\tau)$:

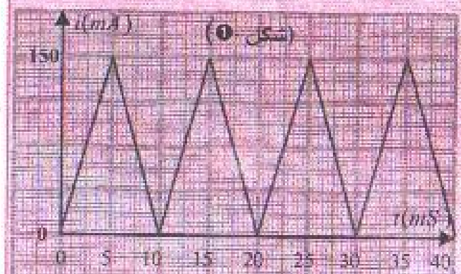
$$i(t) = \frac{u_{BC}(t)}{r+R} = -\frac{E}{r+R}\, .\, e^{-t/\tau} = -I_0\, .\, e^{-t/\tau}$$

$$i(\tau) = -I_0\, .\, e^{-1} = -0{,}37\, I_0 = -0{,}37\times 50 = 18{,}5\ mA$$

- حساب ذاتية الوشيعة L:
من العلاقة $\tau = \frac{L}{r+R}$ يكون $L = (r+R)\,\tau = 180\times 20\times 10^{-3} = 3{,}6\ H$

تطبيق 4 الطاقة الكهرومغناطيسية المخزنة بوشيعة - منحنيات التوتر

نجعل تيارا متغير الشدة كما في (الشكل-1) يجتاز وشيعة ذاتيتها $L = 0{,}10\ H$ ومقاومتها مهملة.



(شكل-1)

1- ما هو دور التيار المار T ؟
2- احسب الطاقة الكهرومغناطيسية المخزنة في الوشيعة في اللحظتين $\frac{T}{4}$ ، T.
3- أوجد التوتر المطبق بين طرفي الوشيعة خلال نصفي الدور الأول و الثاني.

4- نريد ان نشاهد في المجال $[0\,,40\ ms]$ التوتر $u(t)$ المطبق بين طرفي الوشيعة على شاشة جهاز راسم الاهتزاز المهبطي.
- ارسم التركيب المناسب، ثم ارسم المنحنيات التي تظهر على شاشة هذا الجهاز عندما نعدل المدخل Y على ما يلي:
- المسح الأفقي (الوحدة ← $2{,}5\ ms$) ، حساسية المدخل (الوحدة ← $1{,}5\ V$).

الحل:

1) دور التيار هو $T = 10\ ms$.

2) الطاقة الكهرومغناطيسية المخزنة بالوشيعة $E_m = \frac{1}{2}\, .\, L\, .\, i^2$

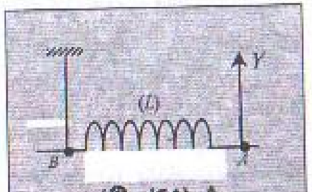
$$E\left(\frac{T}{4}\right) = \frac{1}{2}\times 0{,}10\times(75\times10^{-3})^2 = 281{,}25\times10^{-6}\ J$$

$$E(T) = 0$$

3) توتر الوشيعة $u(t) = L\, .\, \frac{d\,i}{d\,t}$

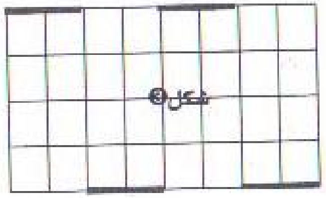
التيار المار خطي فيكون التغير منتظما $u(t) = L\, .\, \frac{\Delta i}{\Delta t}$

- ففي النصف الأول من الدور $\frac{T}{2}$ يكون $\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{150-0}{5-0} = 30$
ومنه نجد $u_1 = 0{,}10\times 30 = 3\,V$
- و في النصف الثاني من الدور يكون: $\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{0-150}{10-5} = -30$
ومنه نجد $u_2 = 0{,}10\,(-30) = -3\,V$



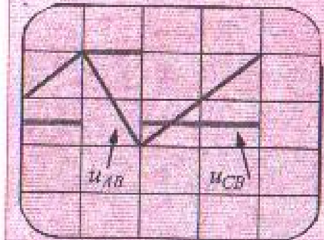
(شكل-2)

4) مشاهدة التوتر $u(t)$:
نصل احد مدخلي الجهاز (Y) بين طرفي الوشيعة (A)، و نصل الطرف الآخر (B) بارضي الجهاز كما في الشكل الجانبي (شكل-2).
و حينئذ تظهر منحنيات التوتر $u(t)$ على شاشة الجهاز كدوال ثابتة حسب النتائج التي تحصلنا عليها سابقا. (شكل-3) و باستعمال المقياس المعطى
- أفقيا: $2{,}5\ ms/Div$
- شاقوليا: $1{,}5\ V/Div$


شكل-3

تطبيق 5 تطبيق توتر بشكل سن المنشار على وشيعة

توصل وشيعة ذاتيتها $L = 0{,}10\ H$ ومقاومتها مهملة مع ناقل أومي مقاومته R ، ثم نطبق بين طرفي المجموعة توترا بشكل سن المنشار.



و بمساعدة راسم اهتزاز مهبطي موصل بالدارة نشاهد على شاشته التوترين u_{AB} ، u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي (المدخل Y_1) و الوشيعة (المدخل Y_2) على الترتيب.

مقياس الرسم هو:

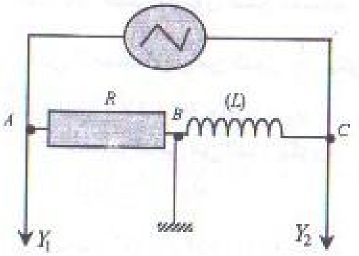
- أفقيا: $1\,ms/Div$ ، - شاقوليا: $(Y_1)\,1V/Div$ ، $(Y_2)\,20V/Div$

1- ارسم مخطط الدارة، ثم بين كيف يمكنك تفسير المنحنيات التي تظهر على شاشة الجهاز ؟

2- استنتج قيمة المقاومة R .

✓ الحل :

1) مخطط الدارة حسب الشكل المرفق.



إذا كان $u_R = u_{AB}$ التوتر المطبق بين طرفي الناقل الأومي فإن:

$u_L = u_{BC} = -u_{CB}$ يمثل التوتر المطبق بين طرفي الوشيعة و يكون $u_{AB} = R\,.\,i$

ومنه $i = \dfrac{u_{AB}}{R}$ ....(1)

فالتيار (i) يتناسب مع التوتر u_{AB} و يكون له نفس الشكل.

- فتطبيق توتر بشكل سن المنشار يعطي توترا له نفس الشكل. كذلك يكون

$$u_{CB} = -u_L = -L\,\frac{d\,i}{d\,t} \text{........(2)}$$

من العلاقة (1) يكون $\dfrac{d\,i}{d\,t} = \dfrac{1}{R}\cdot\dfrac{d\,u_{AB}}{d\,t}$

بالتعويض في العلاقة (2) نجد ما يلي:

$$u_{CB} = -L\cdot\frac{1}{R}\cdot\frac{d\,u_{AB}}{d\,t} = \frac{-L}{R}\cdot\frac{d\,u_{AB}}{d\,t} \text{.......(3)}$$

و حيث أن u_{AB} يكون بشكل سن المنشار (دالة خطية) فإنه يكون:

- في المجال الأول $u_{AB} = a_1 t \longrightarrow \dfrac{d\,u_{AB}}{d\,t} = a_1$

- في المجال الثاني $u_{AB} = -a_2\,t + b \longrightarrow \dfrac{d\,u_{AB}}{d\,t} = -a_2$

- في المجال الثالث $u_{AB} = a_3\,t + b' \longrightarrow d\,u_{AB} = a_3$

بالتعويض في العلاقة (3) نحصل على العبارة اللحظية لـ u_{CB} :

$$u_{CB}\,(1) = -\frac{L}{R}\cdot a_1 = \lambda_1 = Cte \qquad (\lambda_1 < 0)$$

$$u_{CB}\,(2) = -\frac{L}{R}\cdot(-a_2) = +\frac{L}{R}\cdot a_2 = \lambda_2 = Cte \qquad (\lambda_2 > 0)$$

$$u_{CB}\,(3) = -\frac{L}{R}\cdot(a_3) = -\frac{L}{R}\cdot a_3 = \lambda_3 = Cte \qquad (\lambda_3 < 0)$$

فالمنحنيات u_{CB} تظهر على الشاشة بشكل قطع مستقيمة.

2) استنتاج قيمة المقاومة R :

- في المجال الأول $[0\,,1\,ms]$ يكون $u_{CB} = -\dfrac{L}{R}\cdot a_1 \longrightarrow R = -\dfrac{L\,.\,a_1}{u_{CB}}$

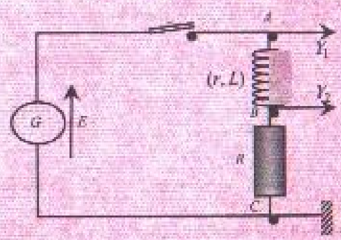
حيث a_1 هو ميل المستقيم u_{CB} فيكون $a_1 = \dfrac{\Delta\,u_{CB}}{\Delta\,t} = \dfrac{1-0}{(1-0)\times 10^{-3}} = 10^3$

و يكون حسب المقياس $u_{CB}\,(1) = -\dfrac{1}{2}\times 20 = -10\,V$

نحصل على ما يلي $R = -0{,}10\times\dfrac{10^3}{-10} = 10\,\Omega$

تطبيق 6 دراسة تطور التيار الكهربائي المار بثنائي قطب $(R\,,L)$

باستعمال وشيعة $(L\,,r)$ و ناقل أومي R و مولد (E) للتيار المستمر نحقق التركيب الجانبي بالاستعانة بجهاز راسم اهتزاز مهبطي.



من أجل القيمتين :

$R = 20\,\Omega$ ، $E = 9\,V$ نحصل على المنحنيين ❶ ، ❷ اللذين يظهران على شاشة جهاز راسم الاهتزاز المهبطي.

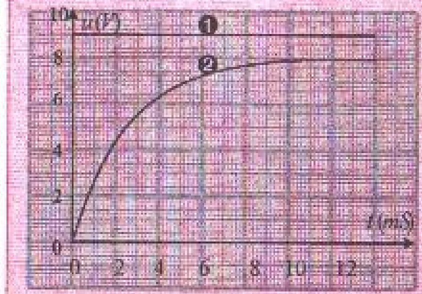
1- ما طبيعة المنحنيين ❶ ، ❷ ؟

2- كيف يمكننا إيجاد التيار الكهربائي الذي يمر بالدارة ؟

- ما هي شدة هذا التيار عند الوصول إلى حالة الإشباع ؟

3- احسب في اللحظة $t = 0$ المقدار $\dfrac{d\,i}{d\,t}$.

4- أ) أعط المعادلة التفاضلية للدارة، ثم استنتج قيمة ذاتية الوشيعة (L) و كذلك قيمة مقاومة المولد r .



ب) يعطي حل المعادلة التفاضلية للدارة القدار

$i(t)=I_0(1-e^{-t/\tau})$

- اوجد $i(\tau)$. ما هي قيمة ثابت الزمن τ من البيان؟

ج) احسب القيمة النظرية لـ τ .

- هل توافق هذه القيمة ما وجدته من البيان؟

✓ الحل :

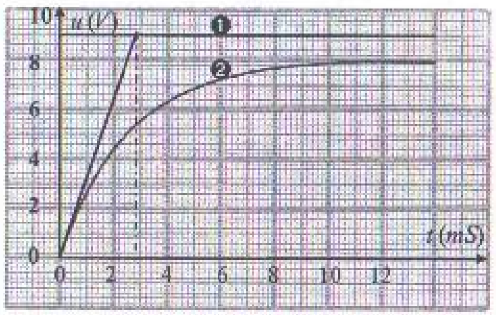
1) طبيعة المنحنيين (1) و (2):

- على المدخل Y_1 نشاهد منحنى التوتر الكلي المطبق بين طرفي المولد u_{AC} وهو ثابت قيمته $E=9V$ المنحنى (1).
- و على المدخل Y_2 نشاهد منحنى التوتر المطبق بين طرفي الناقل الأومي u_{BC} .

2) التيار الكهربائي المار بالدارة:

بالاعتماد على التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي يكون $i=\frac{u_{BC}}{R}$

- عند الوصول إلى حالة الإشباع تكون الشدة العظمى لتيار الدارة هي حسب المنحنى (2)



$$I_0=\frac{u_{BC(max)}}{R}=\frac{8}{20}=0,4\,A$$

3) حساب المقدار $\frac{di}{dt}$ في اللحظة $t=0$:

لدينا $u_{BC}=R.i$ ، $\frac{du_{BC}}{dt}=R.\frac{di}{dt}$

ومنه يكون:

$$\frac{di}{dt}=\frac{1}{R}.\frac{du_{BC}}{dt}\ ....(1)$$

فالمقدار $\frac{du_{BC}}{dt}$ يمثل ميل المماس للمنحنى u_{BC} ففي اللحظة $t=0$ يمس المماس المنحنى u_{BC} و يمر من النقطة $(3\,ms\,,9\,V)$

فيكون ميله $\left.\frac{du_{BC}}{dt}\right|_{t=0}=\frac{\Delta u_{BC}}{\Delta t}=\frac{9-0}{3\times10^{-3}}=3\times10^3\,V.S^{-1}$

بالتعويض في (3) نجد $\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0}=\frac{1}{20}\times3\times10^3=150\,A.S^{-1}$

4) أ) المعادلة التفاضلية للدارة:

$$E=r.i+L\frac{di}{dt}+Ri=L\frac{di}{dt}+(r+R)i$$

في اللحظة $t=0$ يكون:

$i=0$ فنحصل على $E=L\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=0}$ ومنه نجد:

$$L=\frac{E}{\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=0}}=\frac{9}{150}=0,06\,H$$

- و عندما $t\to\infty$ فإننا نجد $\frac{di}{dt}\to0$ و تنتهي الشدة i إلى القيمة العظمى I_0

فتصبح معادلة الدارة بالشكل:

$E=(r+R)I_0$ ومنه نجد $r=\frac{E}{I_0}-R=\frac{9}{0,4}-20=2,5\,\Omega$

ب) استعمال الحل $i(t)=I_0(1-e^{-t/\tau})$:

$$i(\tau)=I_0(1-e^{-1})=I_0(1-\frac{1}{e})=0,63\,I_0=0,63\times0,4=5,67\,A$$

من البيان نلاحظ أن القيمة الموافقة لـ τ هي $\tau\approx3\,ms$

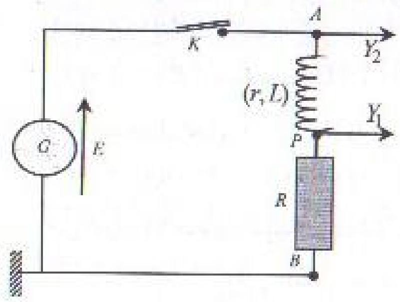
ج) حساب τ نظريا:

$$\tau=\frac{L}{R+r}=\frac{0,06}{20+2,5}=2,7\times10^{-3}\,S$$

و هي تقارب القيمة المحصل عليها بيانيا.

تمارين و مسائل

1 - بواسطة مولد كهربائي G للتيار المستمر يعطي توترا ثابتا E و وشيعة (L,r) و ناقل أومي مقاومته R، نحقق التركيب الجانبي.



1- بين على الشكل جهة كل من التيار المار (i)، و مثل بسهام تدرج التوتر الكهربائي بين كل عنصر كهربائي يظهر في الدارة.

2- اعط عبارة التوتر u_{AB} في الحالتين:

أ) الدارة مفتوحة.

ب) الدارة مغلقة.

3- عندما تكون الدارة مغلقة، أوجد العبارات الحرفية لكل من u_{DA} ، u_{DB}.

4- بين ما هي المنحنيات المشاهدة على المدخلين Y_1 ، Y_2 لجهاز راسم الاهتزاز المهبطي الموصل بالدارة.

2 - نعود لتركيب الدارة المبينة في بالشكل الموافق للتمرين السابق:

1- عندما تكون الدارة مغلقة بين العبارات الصحيحة من بين العبارات التالية، حيث i يمثل التيار المار:

أ) $u_{AB} = R.i + L\dfrac{di}{dt}$

ب) $u_{AB} = r.i + L\dfrac{di}{dt}$

جـ) $u_{AB} = (r+R)\,i$

د) $u_{AB} = (r+R)\,i + L\dfrac{di}{dt}$

2- ما هي عبارة ثابت الزمن τ للدارة من بين الثوابت التالية:

$\tau_1 = \dfrac{L}{R}$ ، $\tau_2 = \dfrac{L}{r}$ ، $\tau_3 = \dfrac{r}{R}$ ، $\tau_4 = \dfrac{L}{r+R}$.

3- بين كيف يجب وصل جهاز راسم الاهتزاز المهبطي بهذه الدارة إذا أردنا مشاهدة:

- التوتر u_R على المدخل Y_1.

- التوتر u_{AD} على المدخل Y_2.

3 * - في دارة كهربائية (R,L) يكون ثابت الزمن من أجل المقاومة R_1 و الذاتية L هو $\tau_1 = 10\,ms$ و يصبح هذا الثابت من اجل القيمة R_2 و نفس الذاتية مساويا القيمة $\tau_2 = 20\,ms$.

1- أوجد النسبة $\dfrac{R_1}{R_2}$

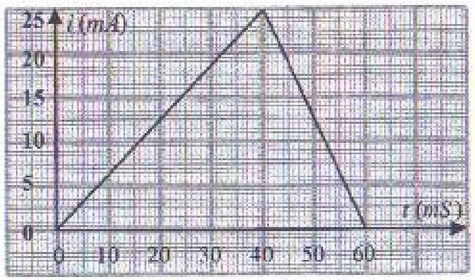
2- علما أن $R_1 = 10\,\Omega$، استنتج قيمتي L ، R_2.

الجواب:

1. $\dfrac{R_1}{R_2} = 2$

2. $L = 0{,}10\,H$ ، $R_2 = 5\,\Omega$

4 * - وشيعة تحريضية مقاومتها $r = 10\,\Omega$ و ذاتيتها $L = 0{,}4\,H$. نجعل تيارا متغير الشدة يجتازها كما في الشكل.



1- اكتب العبارتين اللحظيتين $i_1(t)$ ، $i_2(t)$ لشدة التيار المار في المجالين الزمنيين المبينين بالشكل على الترتيب.

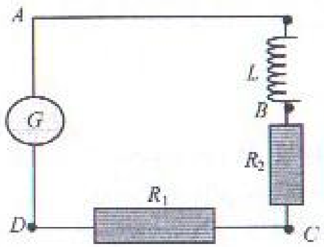
2- اعط عبارة التوتر $u_1(t)$ للوشيعة في المجال الأول.

الجواب:

1. $i_1(t) = 0{,}625\,t\ (mA)$ ، $i_2(t) = (-1{,}25\,t + 75)\ (mA)$

2. $u_1(t) = (0{,}25 + 6{,}25\,t)\ mV$

5 - بواسطة مولد G و وشيعة ذاتيتها (L) و مقاومتها مهملة وناقلين أوميين مقاومتاهما R_1 ، R_2 نحقق التركيب الجانبي.



1- ماذا تمثل النقطة D ؟

2- بين أين يجب ربط مدخلي جهاز راسم اهتزاز مهبطي Y_1 ، Y_2 لمشاهدة:

أ) التوتر u_{CD} على المدخل Y_1 و u_{AD} على المدخل Y_2.

ب) التوتر u_{AC} على المدخل Y_1 و u_{CD} على المدخل Y_2.

3- نعتبر توصيل جهاز راسم الاهتزاز المهبطي بحيث يكون u_{CD} على المدخل Y_1، u_{AB} على المدخل Y_2.

ا) ماذا تشاهد على الشاشة ؟

ب) إذا كان المولد يعطي إشارة جيبية ( )، فما طبيعة الإشارة التي تظهر على المدخل Y_1

6 * - وشيعة ذاتيتها $L=0,2\,H$ و مقاومتها $r=10\,\Omega$ نجعل التيارات ذات الشدات التالية تجتازها: $i_1=0,1\,A$ ، $i_2=0,1\,Sin\,50\,\pi\,t$ ، $i_3=0,1-0,1\,t$

1- ما هو التيار الذي يجعل الوشيعة تتحرض ؟ علل.

2- في أية حالة ينشأ بين طرفي الوشيعة:

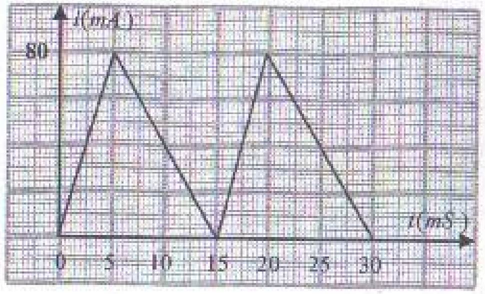
ا) توتر ثابت.

ب) توتر متناوب.

3- احسب قيمة التوتر الأعظمي بين طرفي الوشيعة في حالة التيار i_1 .

4- ارسم بيانات التيارات الثلاثة $i=f(t)$.

7 ** - وشيعة ذاتيتها $L=0,2\,H$ و مقاومتها مهملة يجتازها التيار الكهربائي المبين بالشكل



1- احسب الطاقة المخزنة بالوشيعة في اللحظات: $\frac{T}{3}$ ، $\frac{2T}{3}$ ، T حيث. T هو دور التيار.

2- احسب التوتر الكهربائي (u) المطبق بين طرفي الوشيعة في المجالين الزمنيين: $[0\,,5\,ms]$ ، $[5\,ms\,,15\,ms]$

3- ارسم البيانات $u\,(t)$ في المجال الزمني $[0\,,30\,ms]$.

الجواب:

1. $6,4\times10^{-4}\,J$ ؛ $1,6\times10^{-4}\,J$ ؛ 0
2. $u_1=3,2\,V$ ، $u_2=-1,6\,V$

8 ** - تحتوي دارة على الأجهزة الكهربائية التالية مربوطة على التسلسل:

- مولد كهربائي يعطب بين طرفيه توترا ثابتا $E=5\,V$ و وشيعة $(r\,,L)$ و ناقل اومي مقاومته r' و قاطعة K .

في اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة K .

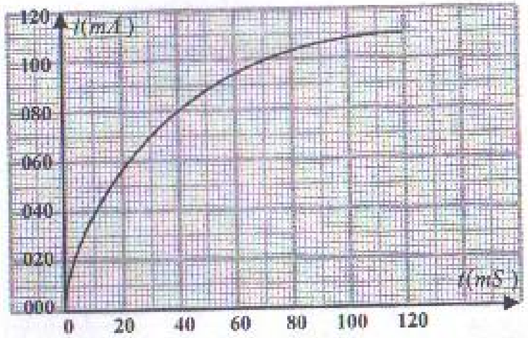
1- ارسم مخطط الدارة مبينا كيفية وصل جهاز راسم الاهتزاز المهبطي كي يسمح بمشاهدة منحنى التيار الكهربائي المار بالدارة.

2- اعط عبارة المعادلة

التفاضلية للدارة، ثم أوجد حل هذه المعادلة بالشكل $i=A+B\,e^{-\lambda t}$

ماذا يمثل كل من A ، B ، λ ؟

3- يبين الشكل المرفق منحنى التيار المار:



- استنتج بالاعتماد على هذا البيان قيم الثوابت:

R : مقاومة الدارة.

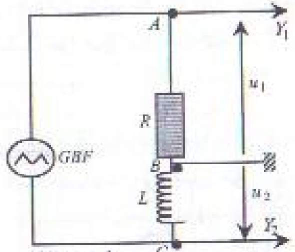
τ : ثابت الزمن لثنائي القطب $(R\,,L)$.

L : ذاتية الوشيعة.

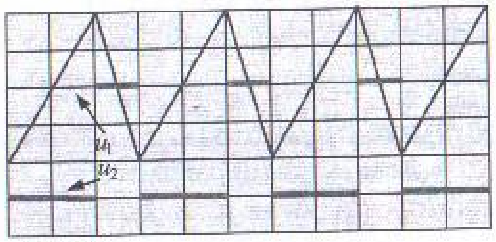
الجواب:

1. $R=54,5\,\Omega$ ، $\tau=7\,ms$ ، $L=0,38\,H$

9 ** - نحقق التركيب الجانبي (شكل-1) باستعمال مولد للتواترات المنخفضة GBF يعطي إشارة مثلثية بشكل سن المنشار، ومقاومة $R=2\,K\Omega$ و وشيعة ذاتيتها (L) ومقاومتها مهملة. يعطي جهاز راسم الاهتزاز المهبطي الموصل بالدارة منحنيي التوترين (u_1) ، $(-u_2)$ بين طرفي الناقل الأومي و الوشيعة على الترتيب كما يظهر على (شكل-2).



(شكل-1)



(شكل-2)

1- لماذا يظهر التوتر (u_2) مقلوبا ؟

2- كيف تفسر ما يلي:

ا) الدالة u_1 تكون بشكل سن المنشار ، ب) الدالة u_2 تكون مربعة.

3- برهن أن $u_2=-\lambda$ ماذا يمثل الثابت λ ؟

4- علما أن ضبط الجهاز قد تم كما يلي:

- المسح الأفقي: $1\,ms \longrightarrow 1\,Div$

حساسية المدخل u_1: $1\,V \longrightarrow 1\,Div$ ، حساسية المدخل u_2: $0,5\,V \longrightarrow 1\,Div$

استنتج ما يلي:

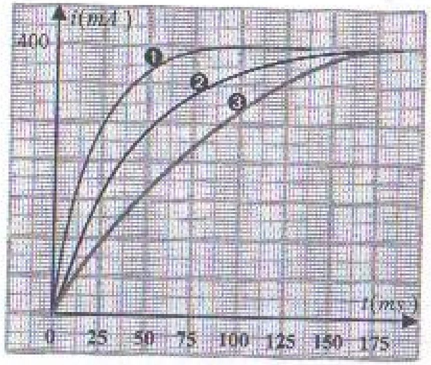
أ) الشدة العظمى للتيار المار (I_0).

ب) ذاتية الوشيعة.

الجواب:

4. أ) $I_0 = 2\ mA$ ب) $L = 0{,}75\ H$

10 ** - نحقق دارة كهربائية تحتوي على التسلسل مولد يعطي توترا ثابتا $E = 12\ V$ و معدلة مقاومتها R و وشيعة مهملة المقاومة يمكن تغيير ذاتيتها (L).



1- نثبت مقاومة المعدلة على القيمة R_1 و نغلق الدارة فنحصل على منحنى التيار المار ❶.

استنتج قيمة R_1 و مقدار ثابت الزمن τ_1 و قيمة ذاتية الوشيعة L_1

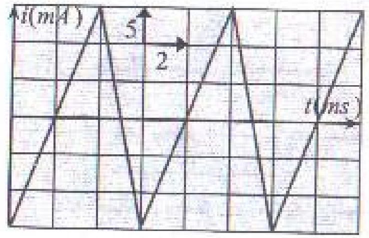
2- نثبت ذاتية الوشيعة عند القيمة L_1 و نغير مقاومة المعدلة لتصبح R_2 فنحصل على المنحنى ❷.

استنتج:

- قيمة الثابت τ_2 للدارة و قيمة المقاومة R_2.

3- نثبت الذاتية عند القيمة $L_3 = L_1$ و نجعل مقاومة الوشيعة $R = R_3$ فنحصل على المنحنى ❸، استنتج τ_2 و R_3. ماذا يمكنك استنتاجه من التجارب الثلاثة ؟

11 ** - وشيعة مقاومتها مهملة و ذاتيتها $L = 0{,}2\ H$، نطبق بين طرفيها توترا بشكل سن المنشار فيمر بها التيار المبين بالشكل.



- اكتب عبارتي الشدتين $i_1(t)$، $i_2(t)$ للتيار المار خلال نصفي الدور الأول والثاني. استنتج قيمة التوتر المطبق بين طرفي الوشيعة خلال هذين المجالين الزمنيين.

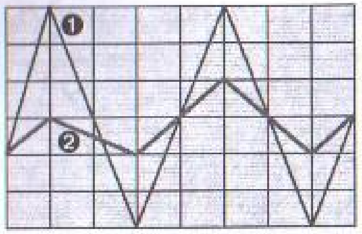
3- مثل على نفس المعلم السابق التوتر اللحظي $u(t)$ في المجال الزمني $[0, 16\ ms]$.

12 ** - نربط بين طرفي مولد للتواترات المنخفضة GBF على التسلسل الأجهزة الكهربائية التالية، ناقل أومي مقاومته $R = 45\ \Omega$ و وشيعة ذاتيتها $L = 0{,}02\ H$

و مقاومتها (r). ثم نصل المجموعة براسم اهتزاز مهبطي بحيث نصل مدخله الأول Y_1 بين طرفي الناقل الأومي، و مدخله الآخر Y_2 بين طرفي الوشيعة، فنشاهد على شاشته المنحنيين ❶، ❷ الموافقين للتوترين المطبقين بين الناقل الأومي و الوشيعة على الترتيب، و قد تم تعديل المولد على التواتر $f = 5\ HZ$.

1- ما طبيعة الإشارة التي يعطيها المولد GBF ؟ علل.

2- ارسم مخطط الدارة.



3- كيف تفسر ظهور التيار بين طرفي كل من الناقل الأومي و الوشيعة بشكل سن المنشار ؟

4- علما أنه قد تم ضبط الجهاز بالشكل التالي:

- حساسية المدخل Y_1: $1{,}5\ V \longrightarrow 1\ Div$
- حساسية المدخل Y_2: $0{,}5\ V \longrightarrow 1\ Div$
- استنتج من ذلك:

أ) مقدار المسح الأفقي $\Delta t / Div$.

ب) القيمتين u_1، u_2 للتوترين الأعظميين بين طرفي الناقل الأومي و الوشيعة.

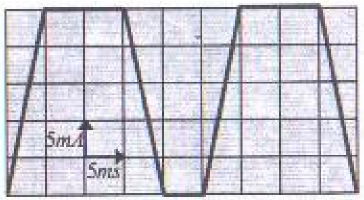
ج) الشدة الأعظمية للتيار المار (I_0) و مقدار التوتر الأعظمي u_0 الذي يعطيه المولد.

5- ماذا يمكنك استنتاجه فيما يخص الوشيعة ؟

الجواب:

4. أ) $0{,}05\ S / Div$ ب) $u_1 = 4{,}5\ V$، $u_2 = 0{,}5\ V$، $u_0 = 5\ V$

13 ** - نجعل التيار الكهربائي الممثل بالشكل الجانبي يجتاز وشيعة ذاتيتها $L = 0{,}05\ H$ و مقاومتها مهملة.



1- برهن بالاعتماد على مظهر التيار أن التوتر المطبق بين طرفي الوشيعة يكون ثابتا، استنتج مقدار هذا الثابت.

2- ارسم على نفس المعلم السابق المنحنى البياني $u(t)$.

3- احسب الطاقة الكهرومغناطيسية العظمى التي تخزنها الوشيعة نتيجة مرور هذا التيار.

الجواب:

1. $u = 62{,}5\ mv$

3. $E_m = 15{,}6 \times 10^{-6}\ J$

14 * - وشيعة ذاتيتها $L = 0{,}2\ H$ يجتازها تيار متناوب جيبي بالشكل $i(t) = I_0 \cos \omega t$

تواتره $f = 50\ HZ$ و شدته العظمى $u_0 = 0,1\ A$ حيث ω نبض هذا التيار.

1- اكتب المعادلة الزمنية للتوتر $u(t)$ الناشئ بين طرفي الوشيعة.

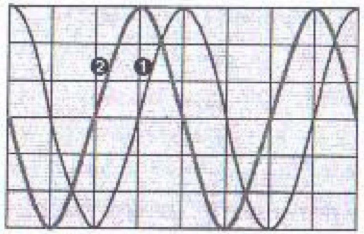
2- أوجد القيمة العظمى لهذا التوتر، ثم أنشئ البيانين $i(t)$ ، $u(t)$ على نفس المعلم.

الجواب :

1. $u(t) = 3,14\ Cos\ 100\pi t$

---

15 * - تربط وشيعة مهملة المقاومة ذاتيتها (L) بين طرفي مولد للتيار المتناوب فيمر بالدارة تيار شدته المنتجة $0,2\ mA$. يبين الشكل المرفق منحنيي التيار ❶ و التوتر ❷ المطبق بين طرفي هذه الوشيعة بحيث يكون:



الوحدة أفقيا: $2,5\times10^{-3}\ S$

الوحدة شاقوليا: $0,1A/\ Div$ (للتيار)

و $3,14V/\ Div$ (للتوتر).

1- استنتج I_0 ، u_0 القيمتين الأعظميتين لكل من الشدة والتوتر.

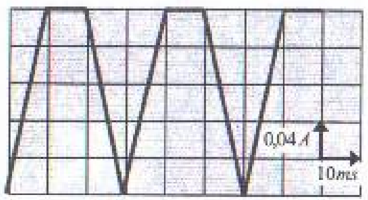
2- علما أن شدة التيار المتناوب الذي يجتاز الدارة تكون بالشكل $i(t) = I_0\ Cos\ \frac{2\pi t}{T}$ حيث T الدور. أوجد ذاتية الوشيعة (L) .

الجواب :

2. $L = 0,10\ H$

---

16 ** - وشيعة ذاتيتها $L = 0,10\ H$ و مقاومتها $r = 5\Omega$ يجتازها تيار متغير الشدة كما في الشكل المرفق.



1- بين كيف يمكن الحصول على هذا التيار عمليا ؟

2- اكتب معادلات التيار $i(t)$ في المجالات الزمنية الثلاثة الأولى المتتالية.

3- استنتج العبارات اللحظية للتوتر المطبق في المجالات الزمنية المذكورة. ثم ارسم بيان الدالة $u(t)$ في المجال الزمني $[0\ ,40\ ms]$.

4- نفترض أن مقاومة الوشيعة $r \approx 0$.

أ) أوجد العبارات اللحظية $u(t)$ للتوتر المطبق في المجالات الثلاثة الأولى، ثم استنتج رسما بيانيا لهذه الدالة في المجال الزمني $[0\ ,80\ ms]$.

الجواب :

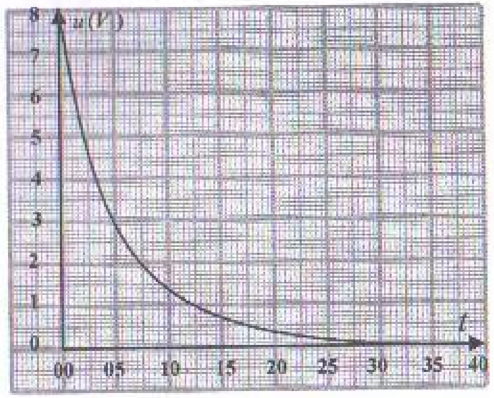
2. $i_1(t) = 20\,t$ ، $i_2(t) = 0,2$ ، $i_3(t) = -20\,t + 0,6$

3. $u_1 = 100t + 2$ ، $u_2 = 100$ ، $u_3 = -100t + 1$

4. 1) $u_1 = 2$ ، $u_2 = 0$ ، $u_3 = -2$

---

17 ** - يمثل البيان المرفق التوتر اللحظي $u_R(t)$ المطبق بين طرفي ناقل أومي مقاومته R مربوط على التسلسل مع وشيعة ذاتيتها (L) ومقاومتها مهملة، أثناء قطع التيار عنهما.



1- لماذا يتناقص التيار ببطء ؟

2- ارسم عند اللحظة $t = 0$ المماس للمنحنى $u_R(t)$.

- استنتج ثابت الزمن لثنائي القطب $(R\ ,L)$.

3- أوجد بيانيا زمن نصف العمر $t_{\frac{1}{2}}$ للتوتر المطبق، ثم تأكد من النتيجة نظريا.

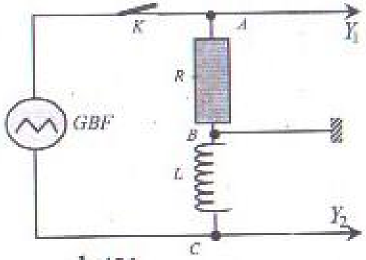
4- لتكن عبارة التوتر النظرية $u(t) = -u_0\, e^{-t/\tau}$. أوجد القيم التالية:

$u(0)$ ، $u(\tau)$ ، $u(t_{\frac{1}{2}})$ ، $u(0,4)$ ، $u(\infty)$.

---

18 *** - نحقق التركيب الجانبي (شكل-1) باستعمال مقاومة كهربائية قيمتها $R = 2\times10^3\ \Omega$ و وشيعة مهملة المقاومة ذاتيتها (L) . نربط بين طرفي المجموعة مولد للتواترات المنخفضة GBF يعطي توترا بشكل سن المنشار.

نوصل جهاز راسم اهتزاز مهبطي بالدارة كما في الشكل، نغلق القاطعة.



شكل-1

1- ما هي الإشارة التي ندخلها على الجهاز على كل مدخل ؟

2- على شاشة الجهاز نلاحظ المنحنيين ❶ على المدخل الأول Y_1 والثاني على المدخل Y_2 يكون مقلوبا.

و باستعمال الزر العاكس نصحح وضعيته فيظهر حسب المنحنى ❷ (شكل-2) .

شكل-2

أ) لماذا يظهر المنحنى ❷ مقلوبا في البداية ؟

ب) كيف تفسر طبيعة المنحنيات التي تظهر على الشاشة ؟

3- علما أنه تم ضبط الجهاز بالشكل التالي:

- المسح الأفقي: $1\,ms/Div$ حساسية المدخلين:

$(Y_1)\,4\,V/Div$ ، $(Y_2)\,0{,}2\,V/Div$

أ) احسب التوترين الأعظميين u_{01} ، u_{02} على المدخلين Y_1 ، Y_2 على الترتيب،

ثم استنتج المقدار $\frac{di}{dt}$. اعط الشدة العظمى I_0 للتيار المار.

ب) استنتج ذاتية الوشيعة (L) .

الجواب :

3- أ) $u_{01} = 8V$ ، $u_{02} = 0{,}2V$ ، $I_0 = 4\,mA$

ب) $L = 0{,}10\,H$

الفصل الثالث

التّطوّرات الزّمنيّة للجمل الميكانيكيّة

الدرس 5

مِيكَانِيكُ نيُوتُن

تمهيد

يقال أن سقوط تفاحة قد ألهم "نيوتن" اكتشاف قوانين الجاذبية.

ففي أحد الأيام شاهد تفاحة تسقط من شجرتها نحو سطح الأرض، و عندها بدأ يتساءل عن السبب الذي يجعل جميع الأجسام تسقط نحو سطح الأرض و أنه لا بد من وجود قوة ما تجذب هذه الأجسام. و من المحتمل أن تكون تلك القوة هي نفسها التي تحفظ القمر في مداره حول الأرض و التي تجعل الكواكب تدور حول الشمس.

و قد توصل "نيوتن" إلى نتيجة هي أن كل الأجسام لا بد أنها تجذب بعضها البعض. و من هنا أخذ يبحث في شأن القوانين التي تحكم تلك القوة الجاذبة.

فما هي قوانين "نيوتن" ؟ و ما هي العلاقات الأساسية في تحريك الجمل المادية ؟ و هل هذه القوانين تكون صالحة في جميع الجمل المادية وفي جميع الشروط الابتدائية للحركة؟

للإجابة عن هذه التساؤلات تجدها في الشرح الكامل والشامل حين تتبعك للدرس

❶ - القوة والحركة – (تذكرة)

رأينا في دروس السنة الأولى ثانوي أن حركة جملة مادية معينة ترتبط و تتعلق بطبيعة القوى التي تؤثر عليها.

- فبإمكان القوة أن تجعل الجسم الساكن متحركا والجسم المتحرك ساكنا. كما تستطيع أن تغير من مسار الجسم ومن سرعته.

إن مختلف الأفعال السكونية و الحركية للقوة تظهر في قوانين "نيوتن" الثلاثة، كما سنرى.

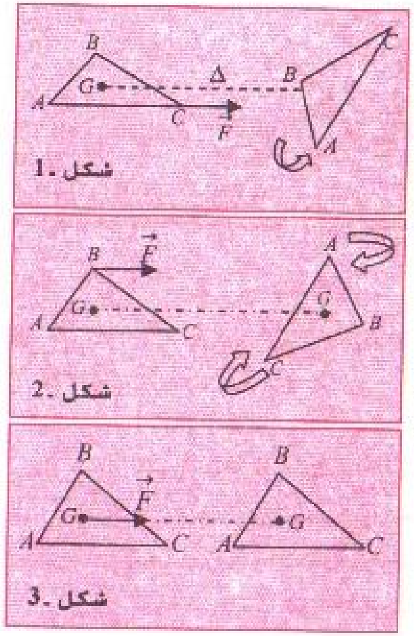
1 - 1 مركز عطالة جملة

- لتحديد هذا المفهوم لاحظ الأمثلة التالية:

• إن الجسم الساكن في مكانه يكون عاطلا عن تغيير حالته السكونية هذه،و كذلك الجسم المتزن الذي يتحرك بسرعة ثابتة.

فالعطالة صفة تتميز بها الجمل المادية المعزولة أو شبه المعزولة فقط.

• لنؤثر الآن بقوة خارجية $\vec{F}$ أفقية على جسم ساكن كصفيحة مثلثة الشكل بالكيفية التالية:



شكل 1. شكل 2. شكل 3.

إذا أثرت القوة $\vec{F}$ في الضلع (AB) أو بقربه فإن الصفيحة تتحرك و هي تدور حول محور (Δ) مار من نقطة بها (G) (شكل-1)

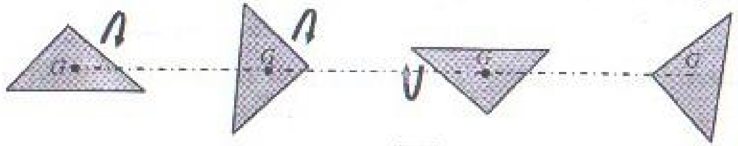
إذا أثرت القوة $\vec{F}$ في الرأس (B) أو بالقرب منه فإن الصفيحة تتحرك أيضا و هي تدور حول المحور (Δ) المار من (G) و لكن بالجهة المعاكسة للدوران السابق(شكل-2)

إذا أثرت القوة $\vec{F}$ في النقطة (G) تماما فإن الصفيحة تتحرك حركة مستقيمة.

فالنقطة (G) هي النقطة الوحيدة من الصفيحة التي أثرت فيها قوة خارجية و اكسبتها حركة مستقيمة. تدعى هذه النقطة بمركز عطالة الجسم.

و يلاحظ في جميع الحالات السابقة أن مركز العطالة (G) يحافظ على مساره المستقيم.

ويحدث هذا عموما سواء كانت الحركة مستقيمة أو دورانية.

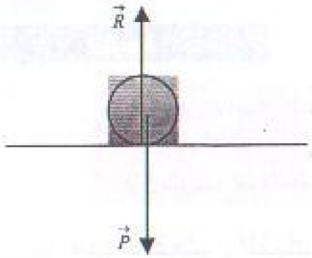


- إن مسار المركز العطالي لباخرة لا يتغير بفعل حركة ركابها داخلها. وكذلك إذا رمينا بحفنة تراب في الفضاء نلاحظ أنها ترسم مسار المركز العطالي لهذه الجملة حتى و لو كانت غير متماسكة. فيتضح لنا من خلال هذه الأمثلة و الملاحظات ما يلي:

نتيجة

مركز عطالة جملة مادية (O) متماسكة أو غير متماسكة هو النقطة المادية الوحيدة من الجملة التي تتمتع بالخواص التالية:
- كتلتها تساوي كتلة الجملة وانها تتأثر بجميع القوى الخارجية.
- تتحرك على مسار مستقيم مهما كانت حركة الجملة.

1 - 2 الجملة المادية شبه المعزولة



لنعتبر كرة موجودة على سطح أفقي أملس تماما.
أي أنه لا توجد أي قوة احتكاك بين هذا المستوي و بين الكرة أثناء تحركها فوقه.
في حالة السكون تكون الكرة متزنة تحت تأثير قوتين متعاكستين ومتساويتين في الشدة هما:
ثقل الكرة $\vec{P}$ (قوة جذب الأرض لها) و قوة رد فعل المستوي عليها $\vec{R}$ ؛ $\vec{P}=\vec{R}=\vec{0}$

عند دفعنا للكرة فوق المستوي المذكور فإنها تبقى خاضعة لنفس القوتين أثناء حركتها بحيث $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$ و تحافظ خلالها على سرعة ثابتة.

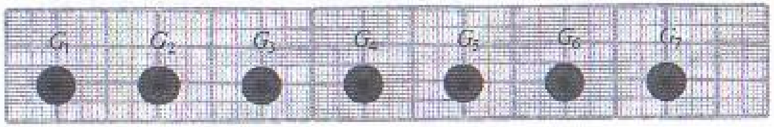
نسمي حينئذ الجملة المتكونة من المستوي و الكرة بجملة شبه معزولة. وهي تخضع لقوى خارجية تفني بعضها البعض ومحصلتها معدومة.

نتيجة

تكون الجملة المادية شبه معزولة إذا كان المجموع الشعاعي لكل القوى الخارجية المؤثرة عليها معدوما $\sum \vec{F}_{ext}=\vec{0}$

1 - 3 مبدأ العطالة - القانون الأول لنيوتن

على طاولة هوائية نعطي لجسم سرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ و نرصد حركة مركز عطالته G بالتصوير المتعاقب خلال فواصل زمنية متساوية ومتعاقبة فنحصل على الوثيقة التالية:



إن الجسم المتحرك يخضع أثناء حركته لتأثير قوتين متعاكستين هما قوة ثقله $\vec{P}$ و قوة رد فعل الطاولة عليه $\vec{R}$ بحيث $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$

و تبين الوثيقة أن المسافات المقطوعة من طرف مركز عطالة الجسم G خلال أزمنة متساوية و متعاقبة تكون متساوية.

إن هذه النتيجة تعبر عن مبدأ العطالة الذي تنبأ به "غاليلي" (1642 - 1564) و استطاع "نيوتن" (1727- 1642) صياغته بوضعه لقوانين الحركة، و سمي بالقانون الأول و الذي ينص على ما يلي:

كل جسم يحافظ على سكونه أو حركته المستقيمة المنتظمة إذا لم تتدخل أية قوة لتغيير حالته الحركية $\vec{v}_G = Cte$.

نلاحظ إذن أن مبدأ العطالة لا يتحقق إلا في الجملة المادية شبه المعزولة.

نتيجة

إذا كان المجموع الشعاعي $\sum \vec{F_i}$ للقوى المؤثرة على جملة مادية غير معدوم فإن سرعة هذه الجملة تكون غير ثابتة و يكون $\Delta \vec{v}_G \neq \vec{0}$

1 - 4 مبدأ الفعلين المتبادلين - القانون الثالث لنيوتن

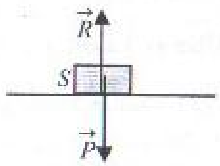
رأينا في السابق أيضا أنه لا يمكن عزل قوة وحيدة في الطبيعة فالقوى تظهر بشكل مثنى مثنى. و هذا ما يعبر عنه بمبدأ الفعلين المتبادلين التالي:

إذا أثرت جملة ميكانيكية (A) على أخرى (B) بقوة $\vec{F}_{A/B}$ فإن الجملة (B) تؤثر بدورها و في نفس اللحظة على الجملة (A) بقوة $\vec{F}_{B/A}$ بحيث يكون:

- **القوتان من طبيعة واحدة.**
- **القوتان تؤثران في مركزي عطالتي الجملتين.**
- **القوتان متعاكستان في الاتجاه ولهما نفس الشدة $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$.**

يدعى القانون الثاني لنيوتن أيضا بقانون الفعل و رد الفعل.

مثال - 1



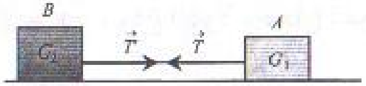
يؤثر الجسم (S) الموضوع فوق سطح أفقي بقوة ثقله $\vec{P}$ على هذا السطح حاملها الشاقول وجهتها نحو الأسفل، فيؤثر السطح المذكور بدوره على الجسم (S) بقوة $\vec{R}$ حاملها الشاقول و جهتها نحو الأعلى تدعى رد الفعل بحيث يكون $\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$. يعبر هذا المثال عن قانون الفعل و رد الفعل.

مثال - 2

الجسم A يجر الجسم B بواسطة حبل كما هو مبين في الشكل الجانبي، فيؤثر A على B بواسطة الحبل بقوة جر $\vec{F}_{A/B}$ جهتها $\overrightarrow{G_2G_1}$ فيؤثر الجسم B بدوره على الجسم A بقوة معيقة لحركته هي $\vec{F}_{B/A}$ جهتها $\overrightarrow{G_1G_2}$.

و حسب مبدأ الفعلين المتبادلين فإنه يكون:

$\vec{F}_{A/B}+\vec{F}_{B/A}=\vec{0}$

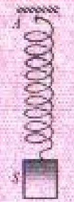


تمثل هاتان القوتان توتر الحبل $\vec{T}$

فيكون $\vec{T}+\vec{T'}=\vec{0}$

ففي كل نقطة من نقاط الحبل المشدود يمكن تمثيل التوتر بشعاعين متعاكسين لهما نفس الطول.

تمرين تدريبي

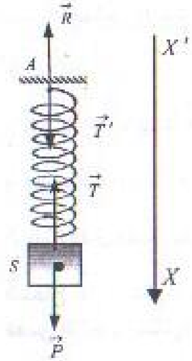


في نقطة ثابتة A نثبت نابضا مرنا طوله الطبيعي $l_0 = 10\,Cm$ و ثابت مرونته $K = 50\,N/m$ ، ثم نعلق بطرفه الحر جسما صلبا (S) .

- أدرس توازن الجملة، و استنتج قيمة رد فعل نقطة التثبيت A و كذلك الطول الجديد للنابض.

(تؤخذ $g = 10\,N/Kg$).

✓ الحل :



- يتزن مركز عطالة الجسم (S) تحت تأثير قوتين متعاكستين هما:

الثقل $\vec{P}$ و التوتر $\vec{T}$ بحيث يكون $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$.

بالإسقاط على المحور $(X'X)$ يكون (1)......... $P - T = 0$

و تتزن نقطة التثبيت A تحت تأثير قوتين متعاكستين أيضا هما:

التوتر $\vec{T'}$ و رد الفعل $\vec{R}$ فيكون $\vec{T'}+\vec{R}=\vec{0}$.

بالإسقاط على المحور $(X'X)$ يكون (2)......... $T' - R = 0$

حسب مبدأ الفعلين المتبادلين يكون $\vec{T}+\vec{T'}=\vec{0}$ أي أن $T = T'$

بجمع العلاقتين (1)، (2) نجد $R = P = m\,g = 0{,}200\times10 = 2\,N$

و من العلاقة (1) يكون $T = P = 2\,N$

و حيث أن توتر النابض يتناسب مع استطالته $(T = K.\Delta l)$ فيكون :

$\Delta l = \frac{T}{K} = \frac{2}{50} = 0{,}04\,m$ فيصبح طول النابض هو:

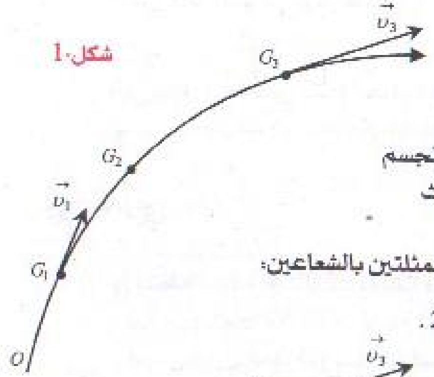
$l = l_0 + \Delta l = 10 + 4 = 14\,Cm$

❷ - القوة و تغير السرعة

2 - 1 شعاع القوة وشعاع تغير السرعة

نشاط - ❶

نعتبر المسار المبين بالشكل الجانبي شكل-1 و الذي يتبعه جسم بحركة متسارعة بانتظام انطلاقا من النقطة (O).

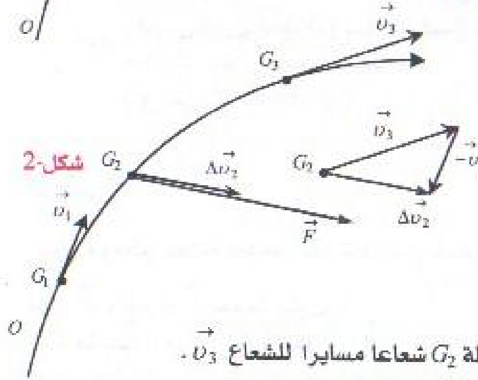


شكل-1

و لتكن G_1، G_2، G_3 مواقع مركز عطالة هذا الجسم في اللحظات t، $t+\tau$، $t+2\tau$ على الترتيب حيث يمثل τ الفاصل الزمني بين كل موقع و آخر.

و تكون سرعتا المتحرك عند الموقعين G_1، G_3 ممثلتين بالشعاعين: $\vec{v_1}$، $\vec{v_2}$ طولاهما على الترتيب $1{,}0\,Cm$، $2\,Cm$.

و لنتذكر كيف يرتبط شعاع القوة $\vec{F}$ المؤثرة على المتحرك بشعاع تغير السرعة $\Delta\vec{v}$ في لحظة معينة و لتكن هذه اللحظة هي $t+\tau$ (أي عند الموقع G_2).



شكل-2

عند النقطة G_2 يكون:

$$\Delta\vec{v_2} = \vec{v_3} - \vec{v_1} = \vec{v_3} + (-\vec{v_1})$$

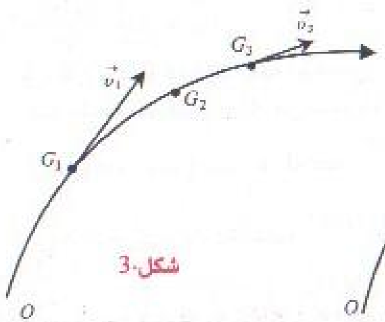
و لتمثيل هذا الشعاع، فإننا نرسم عند النقطة G_2 شعاعا مسايرا للشعاع $\vec{v_3}$.

و من نهاية هذا الشعاع نرسم الشعاع $(-\vec{v_1})$ المعاكس للشعاع $\vec{v_1}$. فيكون الشعاع $\Delta\vec{v_2}$ هو الشعاع الذي يصل بداية $\vec{v_3}$ بنهاية $(-\vec{v_1})$.

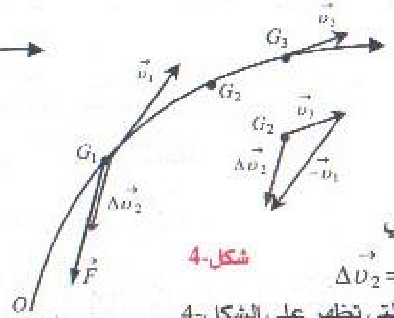
الشعاع $\Delta\vec{v_2}$ يكون ناتجا عن تأثير شعاع القوة $\vec{F}$ فهما إذن متناسبان وعلى حامل واحد و في نفس الاتجاه (شكل-2) . و يكون هذا الاتجاه نحو داخل الانحناء وإلى الأمام.

نشاط - ❷

لنعتبر الآن المسار المبين بالشكل-3 و الذي يتبعه جسم في نفس الشروط السابقة إلا أن حركته تكون متباطئة بانتظام. و لنبحث عن الشعاع $\Delta\vec{v_2}$ عند النقطة G_2 حيث يكون طولا الشعاعين $\vec{v_1}$، $\vec{v_3}$ هما على الترتيب $2\,Cm$، $1{,}0\,Cm$ كما يلي :



شكل-3



شكل-4

- التمثيل الهندسي للفرق $\Delta\vec{v_2} = \vec{v_3} - \vec{v_1}$ يعطينا النتيجة التي تظهر على الشكل-4 .

فالشعاع $\vec{F}$ و الشعاع $\Delta\vec{v_2}$ يكونان أيضا على حامل واحد و بجهة واحدة. و يكون الاتجاه نحو داخل الانحناء أيضا و لكن إلى الوراء.

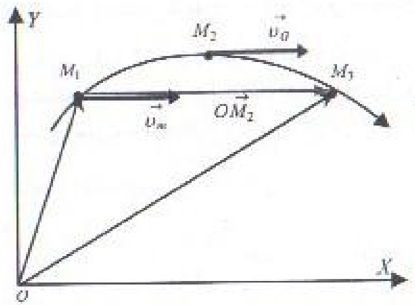
نتيجة

تكون محصلة كل القوى الخارجية $\vec{F}$ المؤثرة على جسم صلب على نفس الحامل مع شعاع تغير السرعة $\Delta\vec{v}$ وبجهة واحدة ومتناسبان في الشدة.

2 - 2 شعاع السرعة وشعاع التسارع

◆ **شعاع السرعة :**

نعتبر المواقع المتتالية لمتحرك M_1، M_2، M_3 على مسار منحني كما يبينه الشكل، في اللحظات المتتالية t، $t+\tau$، $t+2\tau$ على الترتيب،



في اللحظة t يتحدد موقع المتحرك بشعاع الموضع $\overrightarrow{OM_1}$.

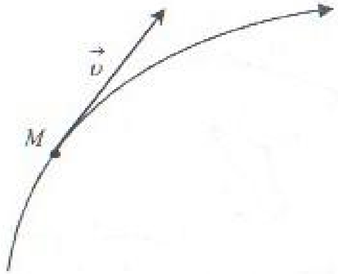
و في اللحظة $t+2\tau$ يصبح $\overrightarrow{OM_3}$.

يكون شعاع السرعة الوسطى للمتحرك بين اللحظتين t، $t+2\tau$ معرفا بالعلاقة:

$$\vec{v}_m = \frac{\overrightarrow{OM_3} - \overrightarrow{OM_1}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{M_1M_3}}{\Delta t} = \frac{\Delta(\overrightarrow{OM_2})}{\Delta t}$$

و هذا الشعاع يكون مساويا تماما لشعاع السرعة اللحظية لمركز عطالة المتحرك $\vec{v}_G$ في منتصف المجال الزمني $[t\ ,\ t+2\tau]$. أي عند الموقع الوسطي M_2 .

و يمكننا الحصول على هذه النتيجة انطلاقا من الشعاع $\vec{v}_m$ عندما Δt تؤول إلى الصفر:



$$\vec{v}_G = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{OM_2}}{\Delta t}$$

و يمكن تعميم هذه النتيجة كالتالي:

عند نقطة كيفية $M\ (t)$ من مسار معين منسوب لمرجع يعطى شعاع السرعة اللحظية $\vec{v}_G$ لمركز عطالة جسم متحرك بالعلاقة التالية $\vec{v}_G = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{OM}}{\Delta t}$

و هذه النهاية تعطينا مشتق شعاع الموضع $\overrightarrow{OM}$ بالنسبة للزمن $\vec{v}_G = \frac{d\,\overrightarrow{OM}}{d\,t}$

نتيجة

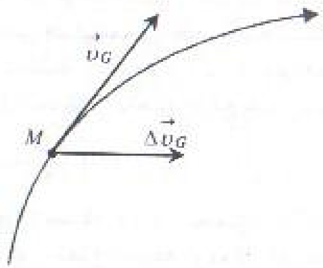
مشتق شعاع الموضع بالنسبة للزمن هو شعاع السرعة اللحظية الذي يكون مماسا للمسار، وموجها في نفس جهته. و طويلته هي:

$$v_G = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2}} = \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

◆ شعاع التسارع

راينا أن شعاع تغير سرعة مركز عطالة جسم صلب متحرك $\Delta\vec{v}_G$ يكون موجها نحو داخل الانحناء، و يمثل الشعاع $\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}$ بين لحظتين متوسط التغير في شعاع السرعة اللحظية .

و يدعى هذا الشعاع بشعاع التسارع الوسطي.



و عندما Δt تؤول إلى الصفر فإننا نحصل على مشتق شعاع السرعة اللحظية بالنسبة للزمن الذي يمثل شعاع التسارع اللحظي $\vec{a}_G$:

حيث يكون: $\vec{a}_G = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t}\right) = \frac{d\,\vec{v}_G}{d\,t}$

- التسارع هو مقدار فيزيائي يميز تغير شعاع السرعة.
- شعاع التسارع هو مشتق شعاع السرعة اللحظية بالنسبة للزمن و يكون محمولا على شعاع تغير السرعة $\Delta\vec{v}_G$ و موجها في نفس جهته (داخل الانحناء)

و تكون طويلته $a_G = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{x''^2 + y''^2}$

- وحدة التسارع هي المتر/ثا^2 $(m.S^{-2})$ لأن $(\frac{1}{S})\times(\frac{m}{S})$ $\vec{a} = \frac{d\,\vec{v}}{d\,t} = \frac{d}{d\,t}(\frac{d\,\overrightarrow{OM}}{d\,t})$

اعتمادا على معرفة شعاع التسارع يمكن إيجاد معادلة السرعة:

$$a = \frac{d\,v\,(t)}{d\,t} \longrightarrow d\,v = a\,.\,d\,t$$

ففي الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام يكون التسارع ثابتا:

$\int_0^t d\,v\,(t) = a\int_0^t d\,t$ و منه يكون $v\,(t) = a\,t + C$

من الشروط الابتدائية:

لما $t=0$ يكون $v\,(0) = C$

فالثابت $v\,(0)$ يمثل السرعة الابتدائية v_0 للمتحرك فيكون $v\,(t) = a\,t + v_0$

تمرين تدريبي

تعطى حركة جسيم في معلم مستو $(O\,,\vec{i}\,,\vec{j})$ في لحظة معينة (t) بشعاع الموضع:

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 2t \\ y = 4t+2 \end{cases}$$

1- اوجد معادلة مساره $y = f\,(x)$.

2- اوجد شعاعي السرعة $\vec{v}$ و التسارع $\vec{a}$ و طويلة كل منهما. ماذا تستنتج ؟

✓ الحل :

1- مسار الجسيم $y = f\,(x)$:

من علاقة الفاصلة x يكون $t = \frac{x}{2}$

بالتعويض في (2) نجد $y = 4\,(\frac{x}{2}) + 2 = 2\,x + 2$. فالمسار عبارة عن خط مستقيم.

2- شعاعي السرعة و التسارع:

شعاع السرعة هو مشتق شعاع الموضع بالنسبة للزمن:

$\begin{cases} x' = 2 \\ y' = 4 \end{cases}$ $\vec{v} = \frac{d\,\overrightarrow{OM}}{d\,t}$. و طويلته هي $\left\|\vec{v}\right\| = v_G = \sqrt{(2)^2 + (4)^2} = 2\sqrt{5}\ \ m.S^{-1}$

شعاع التسارع هو مشتق شعاع السرعة بالنسبة للزمن $\begin{cases} x'' = 0 \\ y'' = 0 \end{cases}$ $\vec{a} = \frac{d\,\vec{v}}{d\,t}$

فشعاع التسارع يكون معدوما و الحركة مستقيمة منتظمة. و تكون محصلة القوى المؤثرة على الجسيم معدومة، فهو في حالة عطالة.

3 - علاقة القوة بالتسارع - القانون الثاني لنيوتن

3 - 1 تأثير الكتلة

تجربة

بواسطة تجهيز مناسب نخضع جسمين (S_1) ، (S_2) كتلتاهما $m_1 = 100\,g$ ، $m_2 = 200\,g$ لتأثير نفس القوة الثابتة $\vec{F}$ ابتداء من السكون، فيأخذان حركتين متسارعتين بانتظام. نسجل فواصلهما على المسار خلال مجالات زمنية متساوية و متعاقبة قدرها $\tau = 0{,}2\,S$ فنحصل على جدولي القياسات التاليين:

- المتحرك (S_1):

الواقع	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
اللحظة $t\,(S)$	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20
الفواصل $X\,(m)$	0	0,04	0,16	0,36	0,64	1,00	1,44

- المتحرك (S_2):

الواقع	M'_0	M'_1	M'_2	M'_3	M'_4	M'_5	M'_6
اللحظة $t\,(S)$	0	0,20	0,40	0,50	0,80	1,00	1,20
الفواصل $X\,(m)$	0	0,02	0,08	0,18	0,32	1,50	1,72

النتائج التجريبية

اعتمادا على النتائج التجريبية نبحث عن مدى تأثير الكتلة على تغير شعاع السرعة:

1) المتحرك (S_1):

$$v_{M_1} = \frac{M_0M_2}{\Delta t} = \frac{0{,}16}{0{,}40} = 0{,}4\,m/S$$

$$v_{M_2} = \frac{M_1M_3}{\Delta t} = \frac{0{,}32}{0{,}40} = 0{,}8\,m/S$$

$$v_{M_3} = \frac{M_2M_4}{\Delta t} = \frac{0{,}48}{0{,}40} = 1{,}2\,m/S$$

$$v_{M_4} = \frac{M_3M_5}{\Delta t} = \frac{0{,}64}{0{,}40} = 1{,}6\,m/S$$

$$v_{M_5} = \frac{M_4M_6}{\Delta t} = \frac{0{,}80}{0{,}40} = 2{,}0\,m/S$$

و ينتج ما يلي:

$$\frac{\Delta v_2}{\Delta t} = \frac{v_3 - v_1}{\Delta t} = \frac{1{,}2 - 0{,}4}{0{,}40} = 2\,m/S^2$$

$$\frac{\Delta v_3}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_2}{\Delta t} = \frac{1{,}6 - 0{,}8}{0{,}40} = 2\,m/S^2$$

$$\frac{\Delta v_4}{\Delta t} = \frac{v_5 - v_3}{\Delta t} = \frac{2{,}0 - 1{,}2}{0{,}40} = 2\,m/S^2$$

ب) المتحرك (S_2):

$$v_{M'_1} = \frac{M'_0M'_2}{\Delta t} = \frac{0{,}08}{0{,}40} = 0{,}20\,m/S$$

و هكذا نجد بنفس الكيفية:

$$v_{M'_5} = 1{,}0\,m/S$$

$$v_{M'_4} = 0{,}80\,m/S$$

$$v_{M'_3} = 0{,}60\,m/S$$

$$v_{M'_2} = 0{,}40\,m/S$$

و ينتج ايضا $\Delta v_2 = \dfrac{v_3 - v_1}{\Delta t} = \dfrac{0{,}60 - 0{,}20}{0{,}40} = 1{,}0\,m/S^2$.

و يكون $\Delta v_3 = \Delta v_4 = 1{,}0\,m/S^2$ نلاحظ ما يلي:

- في حالة المتحرك (S_1) يكون $m_1 . \dfrac{\Delta v_{G_1}}{\Delta t} = 0{,}100 \times 2 = 0{,}200\,Kg \times m\,.\,S^{-2}$

- في حالة المتحرك (S_2) يكون $m_2 . \dfrac{\Delta v_{G_2}}{\Delta t} = 0{,}200 \times 1{,}0 = 0{,}200\,Kg \times m\,.\,S^{-2}$

اي ان $m_1 . \dfrac{\Delta v_{G_1}}{\Delta t} = m_2 . \dfrac{\Delta v_{G_2}}{\Delta t} = Cte = K$

من علاقة التناسب نلاحظ ما يلي:

إذا كان $\Delta v_G = 0$ (حالة السكون أو الحركة المنتظمة) فانه يكون $K = 0$.

فالثابت K يمثل شدة القوة المؤثرة على الجسمين أثناء حركتيهما و يكون:

$$m_1 . \frac{\Delta \vec{v}_{G_1}}{\Delta t} = m_2 . \frac{\Delta \vec{v}_{G_2}}{\Delta t} = \vec{F}$$

3 - 2 القانون الثاني لنيوتن

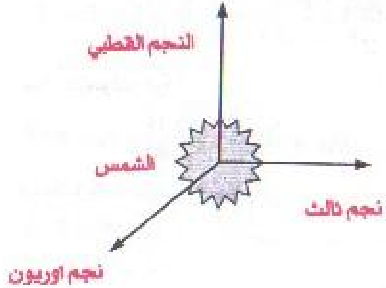
في مجال زمني قصير جدا Δt يكون $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{v}_G}{\Delta t} = a_G$ نحصل على العلاقة الأساسية في التحريك:

$$m\,.\,\vec{a_G} = \sum \vec{F_{ext}}$$

هذه العلاقة تعبرعن القانون الثاني لنيوتن، الذي ينص على ما يلي:

في معلم عطالي يكون المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة جسم صلب مساويا في كل لحظة لجداء كتلته في التسارع المكتسب من طرف مركز عطالته G أي: $\vec{F} = \sum \vec{F_{ext}} = m \cdot \vec{a_G}$

3 - 3 تأثير طبيعة المرجع



إن المعلم العطالي (أو الغاليلي) هو المعلم الذي يتحقق فيه مبدأ العطالة. و الجمل العطالية هي الجمل الإحداثية التي تتحرك بالنسبة لبعضها بسرعات ثابتة.

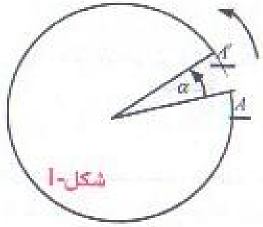
و حتى تكون العلاقة الفيزيائية صحيحة في معلم معين فإنه يجب على هذا المعلم ألا يتأثر بأي معلم خارجي آخر، و هذا يتطلب كون المعلم المختار غاليليا.

إن المعالم العطالية لا حصر لها. و يمكن أن نذكر بعضها الأكثر شهرة :

- **المعلم العالمي (معلم كوبرنيك) :**

يتكون من ثلاثة محاور متعامدة مركزها هو مركز المجموعة الشمسية، بحيث تمر هذه المحاور بثلاث نجوم ثابتة أحدها نجم القطب الشمالي. و عليه فإن هذا المعلم يكون ساكنا تماما و فيه يتحقق مبدأ العطالة.

- **المعلم الأرضي :**



شكل-1

إن تطبيق قوانين الميكانيك في معلم أرضي لا يكون إلا تقريبيا، لأن هذا المعلم لا يكون غاليليا تماما لأن الأرض تتحرك حركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمعلم كوبرنيك بالإضافة إلى أنها تدور حول الشمس. ورغم هذا فأكثر المعالم استعمالا هو المعلم الأرضي نظرا للأسباب التالية:

- إن معظم التجارب الفيزيائية تجري على الأرض ولذلك فينبغي استعمال معلم أرضي مركزه الأرض. (شكل-2)

شكل-2

- إن دوران الأرض حول نفسها يجعل جسما موجودا على سطح الأرض ينتقل من الوضع (A) إلى الوضع (A') خلال عشرات ومئات الكيلومترات، في حين أن الأرض تدور فقط حول نفسها زاوية (α) من مرتبة الدقائق أو بضع درجات (شكل-1).

و هذا الدوران الصغير لا يكون له تأثير معتبر على التجارب التي تجري في فترات قصيرة إذا ما قورنت بهذا الانتقال الذي يتطلب وقتا كبيرا.

إن مسار الأرض حول الشمس يكون كبيرا جدا و يستغرق زمنا طويلا للدوران حولها مما يظهر أن

هذا الدوران لا تأثير له إطلاقا على التجارب ذات المدى القصير التي تجري على الأرض. يكون المعلم الأرضي على نوعين، سطحيا مرتبطا بسطح الأرض أو مركزيا.

نتيجة

- يعتبر المعلم الأرضي معلما غاليليا في التجارب التي لا تتطلب دقة كبيرة و لا زمنا طويلا.
- إن قوانين الميكانيك الكلاسيكية تبقى صحيحة في المعلم الأرضي إلا أنها تكون تقريبية.
- لا يكون المعلم الأرضي غاليليا إذا كانت سرعات الأجسام فائقة تقارب سرعة الضوء لأنها تحتاج دقة كبيرة ومراجع أكثر شمولا.

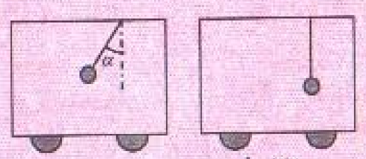
تمرين تدريبي

1- عربة ساكنة معلق بسقفها خيط يحمل كرية كتلتها $m = 100\ g$. (شكل-1). هل المعلم المرافق للجملة يكون عطاليا ؟

2- تقلع العربة فجأة على طريق أفقي بتسارع ثابت فينحرف الخيط نحو الخلف بزاوية $\alpha = 6°$. (شكل-2).

ا) هل المعلم المرافق يكون عطاليا ؟

ب) استنتج تسارع العربة.



شكل-1

✓ الحل :

1- حالة السكون (شكل-3) :

يعطي قانون نيوتن الثالث $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

فالمعلم المرافق للجملة يكون عطاليا.

2- حالة الحركة: (شكل-4)

يعطي قانون نيوتن الثاني ما يلي:

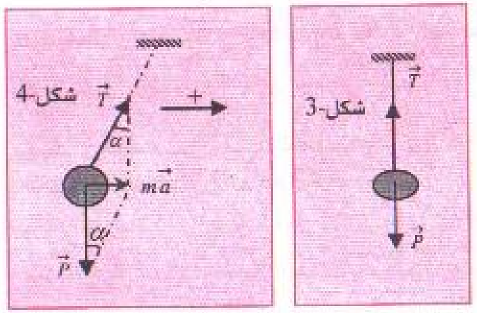
$$\vec{T} + \vec{P} = m\,\vec{a}$$

فالمعلم المرافق للجملة يكون لا عطاليا

لأن $\vec{T} + \vec{P} \neq 0$

و يكون حسب الشكل $t_{an}\,\alpha = \dfrac{m\,a}{m\,g} = \dfrac{a}{g}$

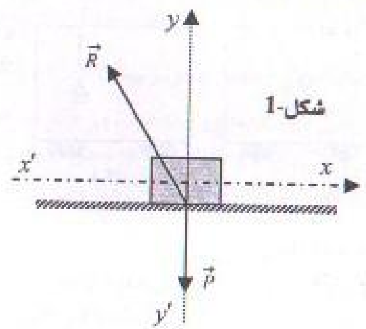
و منه نجد $a = g \cdot t_{an}\,\alpha = 10 \times 0{,}10 = 1\,m \cdot S^{-2}$

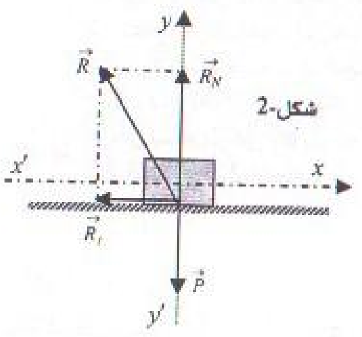


4 - قوى الاحتكاك و التلامس

عند وجود جسم متحرك على مستو خشن فإنه يؤثر على الأرض بقوة ثقله $\vec{P}$ و ينشأ عن ذلك حسب مبدأ الفعلين المتبادلين قوة تلامس $\vec{R}$ بسبب رد فعل المستوي الأفقي على الجسم ويكون حاملها مائلا نحو الخلف مما يفسر حركة اندفاع الجسم نحو الأمام بوجود قوة دافعة $\vec{F_1}$ اكبر من قوة الاحتكاك $\vec{f_0}$ التي تنشأ عن قوة التلامس هذه (شكل-1). و حيث أن الحركة تتم على المحور $(x'x)$ و هذا يفسر بأن قوة التلامس $\vec{R}$ تتحلل إلى مركبتين:

- الأولى مماسية للطريق $\vec{R_t}$ تتمثل في قوة الاحتكاك $\vec{f_0}$.
- و الثانية $\vec{R_N}$ ناظمية على الطريق تتمثل في رد الفعل الناظمي على الجسم و الذي يحدث الاتزان على المحور $(y'y)$ (شكل-2).





يعرف معامل الاحتكاك μ بنسبة المركبتين المماسية $\vec{R_t}$ و الناظمية $\vec{R_N}$:

$$\mu = \frac{R_t}{R_N} \longrightarrow R_t = \mu . R_N$$

وحيث أن الجسم يكون متزنا ناظميا فيكون $R_N = P = m g$.
بالتعويض نحصل على علاقة قوة الاحتكاك:

$$f_0 = R_t = \mu . m g$$

حالة خاصة :

عندما يكون المستوي الحامل للحركة أملسا $(R_t = 0)$ فإن قوة التلامس $\vec{R}$ تنطبق على مركبتها الناظمية $\vec{R_N}$. و أثناء تحرك الجسم فإنه يحافظ على سرعته لأنه يصبح في حالة عطالة $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$.

خلاصة

1- في الجملة المادية شبه المعزولة يتحقق مبدأ العطالة $\sum_i \vec{F_i} = \vec{0}$

2- ينص مبدأ العطالة (القانون الأول لنيوتن) على أن كل جسم يكون عاطلا عن تغيير حالته السكونية أو حركته المنتظمة تلقائيا.

3- القانون الثالث لنيوتن يصف مبدأ الفعلين المتبادلين من طرف جملتين تتأثر إحداهما بالأخرى.

4- عندما تتأثر جملة مادية بقوى خارجية تكون محصلتها $\vec{F}$ غير معدومة فإن سرعة هذه الجملة تتغير بحيث يكون:

- الشعاع $\vec{F}$ و الشعاع $\Delta \vec{v}$ متناسبين و على حامل واحد و بنفس الجهة.
- الشعاع $\vec{F}$ و الشعاع $\vec{a_G}$ متناسبين و على حامل واحد و بنفس الجهة. (القانون الثاني لنيوتن).

5- إن شعاع السرعة اللحظية $\vec{v}$ لحركة هو مشتق شعاع موضع المتحرك بالنسبة للزمن في مرجع الحركة ويكون مماسا للمسار و بنفس جهته.

6- إن شعاع التسارع اللحظي $\vec{a_G}$ لحركة مركز عطالة جملة (G) هو مشتق شعاع السرعة بالنسبة للزمن و يكون موجها نحو داخل الانحناء إن كانت الحركة منحنية و محمولا على المسار ان كانت الحركة مستقيمة.

7- قوانين "نيوتن" لا تكون صحيحة إلا إذا نسبت لمراجع غاليلية يتحقق فيها مبدأ العطالة.

8- لا يكون قانونا "نيوتن" الأول و الثالث كافيين لتحديد القوى المعيقة لحركة جسم لذا ينبغي استعمال القانون الثاني.

9- قوة الاحتكاك تنتج عن تلامس الجسم المتحرك مع مستوى الحركة و هي عبارة عن المركبة المماسية لقوة التلامس $\vec{R}$ المائلة نحو الخلف
و ترتبط هذه القوة بثقل الأجسام وبمعامل الاحتكاك حسب العلاقة:

$$f_0 = R_t = \mu . m g$$

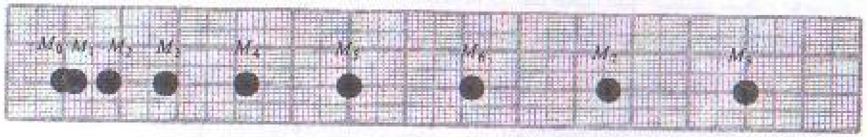
أعمال تطبيقية

الدراسة التجريبية لحركة مركز عطالة مُتحرك على مسار مستقيم

تجربة :

ترصد حركة مركز عطالة جملة ميكانيكية كتلتها $m = 100\,Kg$ تتكون من دراج ودراجته على طريق مستقيم أفقي خلال فواصل زمنية متساوية و متعاقبة قدرها $\tau = 2\,S$ و ذلك انطلاقا من السكون من نقطة M_0 تعتبر مبدأ الفواصل و الأزمنة و ذلك بطريقة التصوير المتعاقب فنحصل على الشكل المرفق حيث يعطى بالمقياس:

الوحدة: ---- ← $10\,m$



تخضع الجملة أثناء حركتها إلى قوة احتكاك ثابتة $\vec{f}$ شدتها $50\,N$.

1- ما عدد و طبيعة مراحل الحركة التي تظهر على البيان ؟

2- ضع جدولا يعطي فواصل المتحرك X على مساره بدلالة الزمن t .

3- احسب السرعات اللحظية للحركة في اللحظات t_1 ، t_2 ، ... ، t_5 الموافقة للمواقع M_1 ، M_2 ، ... M_5 على الترتيب، ثم أرسم بيان السرعة $v(t)$.

4- استنتج من البيان $v(t)$ تسارع حركة مركز عطالة الجملة a_G في المرحلة المتسارعة، ثم أعط معادلة بيان السرعة في هذه المرحلة.

5- أوجد شدة القوة المحركة $\vec{F_m}$ للجملة خلال كل مرحلة تظهر على البيان.

تحليل التجربة

1- عدد وطبيعة المراحل التي تظهر على البيان:

تظهر على البيان مرحلتان:

- المرحلة الأولى (M_0M_6) : حركة متسارعة بانتظام لأن المسافات المقطوعة تزداد بمعدل ثابت.
- المرحلة الثانية (M_6M_8) : حركة منتظمة لأن المسافتين M_6M_7 ، M_7M_8 المتساويتين مقطوعتان في نفس الفاصلين الزمنيين τ .

2- فواصل المتحرك على مساره :

باستعمال المقياس المرفق نحصل على الجدول التالي:

المواقع	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8
$t(S)$	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$X(m)$	0	2	8	18	32	50	72	96	120

3- حساب السرعات اللحظية :

- في الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام تكون السرعة اللحظية بين طرفي مجال زمني مساوية للسرعة الوسطى بين طرفي هذا المجال:

$$v\left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) = v_m(t_1, t_2) = \frac{M_iM_{i+1}}{\Delta t} = \frac{\Delta X}{2\tau}$$

فيكون:

$$v(t_1) = \frac{\overline{M_0M_2}}{\Delta t} = \frac{8}{4} = 2\,m.S^{-1}$$

$$v(t_2) = \frac{\overline{M_1M_3}}{\Delta t} = \frac{18-2}{4} = 4\,m.S^{-1}$$

و هكذا حتى اللحظة t_6 حيث يتابع المتحرك مساره بعد ذلك بسرعة ثابتة هي:

$$v(t_6) = \frac{\overline{M_4M_5}}{2\tau}$$

$$= \frac{14-10}{4} = \frac{72-32}{4} = 10\,m.S^{-1}$$

- خلال المرحلة المنتظمة (M_6M_8) تكون سرعة الحركة هي:

$$v = \frac{\overline{M_6M_8}}{t} = \frac{\overline{M_6M_8}}{2\tau} = \frac{120-72}{4} = 12\,m.S^{-1}$$

فتكون السرعة عند النقطة M_6 الموافقة للحظة t_6 هي $12\,m/S$ نهاية المرحلة المتسارعة.

نلخص النتائج في الجدول التالي:

المواقع	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8
$t(S)$	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$v(m.S^{-1})$	0	2	4	6	8	10	12	12	12

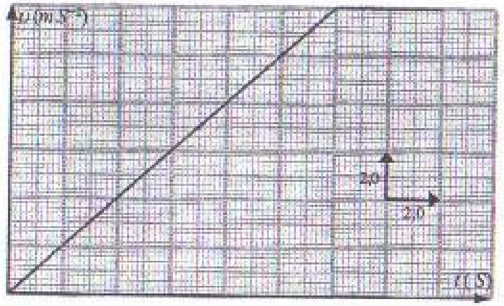
باستعمال المقياس: الوحدة أفقيا: ← $2\,S$

الوحدة شاقوليا: ← $2\,m\,S^{-1}$

تحصل على البيان المرفق.

إيجاد تسارع الحركة في المرحلة الأولى:

$$a_G = \frac{\Delta v}{d\,t}$$



$$= \frac{12-0}{12-0} = 1\,m.S^{-2}$$

- معادلة السرعة خلال هذه المرحلة:

$$\upsilon = a\,t + \upsilon_0$$

لما $t = 0$ يكون $\upsilon = 0 = \upsilon_0$:

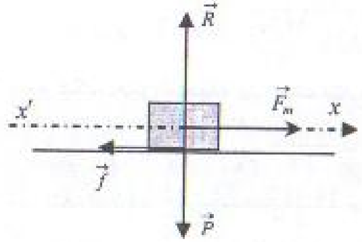
نحصل على المعادلة $\upsilon = t$

5- إيجاد شدة القوة المحركة $\vec{F_m}$:

تخضع الجملة أثناء الحركة إلى القوى التالية:

- القوة المحركة $\vec{F_m}$ المطبقة من طرف الدراج.
- القوة المعيقة $\vec{f}$ التي تتمثل في الاحتكاكات والتي تعتبر ثابتة من أجل السرعات الصغيرة.
- قوة الثقل $\vec{P}$ و رد الفعل $\vec{R}$ الشاقوليين و المتعاكسين.

بتطبيق قانون "نيوتن" الثاني على الجملة يكون:



$$\sum_i \vec{F_i} = m\,\vec{a_G}$$

$$\vec{F_m} + \vec{f} + \vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a_G}$$

بالإسقاط على المحور $(x'x)$ حامل الحركة يكون:

$$F_m - f = m\,a_G \;\ldots\ldots\ldots (1)$$

- في حالة الحركة المنتظمة يكون $a_G = 0$ فنجد:

$$F_m = f = 50\,N$$

- في حالة الحركة المتسارعة نجد من العلاقة (1) ما يلي:

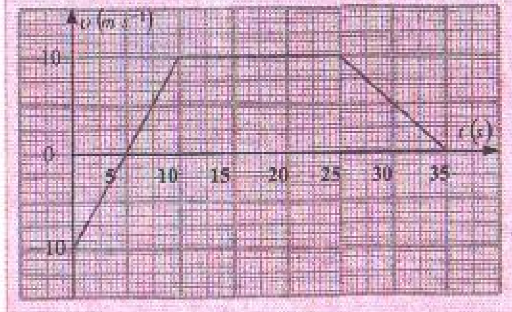
$$F_m = f + m\,a_G$$

$$= 50 + 100 \times 1 = 150\,N$$

تطبيقات نموذجية

تطبيق 1 دراسة المراحل المتعددة لحركة مستقيمة وحساب شدة القوى المحركة

سيارة كتلتها $m = 1200\,Kg$ تسير على طريق مستقيم أفقي تحت تأثير قوة محركة $\vec{F_m}$ و قوة معيقة للحركة ثابتة $\vec{f_0}$ تتمثل في الاحتكاكات شدتها $f_0 = 400\,N$.



يبين الشكل المرفق مخطط سرعة هذه السيارة خلال مراحل متعددة.

1- ما عدد و طبيعة مراحل الحركة التي تظهر على البيان ؟ احسب الثابت المميز لكل مرحلة.

2- اكتب معادلة السرعة خلال المرحلة الأولى والثانية.

3- أوجد شدة محصلة القوى $\vec{F}$ المؤثرة على السيارة خلال كل مرحلة.

واستنتج شدة القوة الدافعة لها $\vec{F_m}$ حينئذ.

4- احسب الاستطاعة الميكانيكية التي يبذلها محرك السيارة في المرحلة الثالثة من الحركة.

✓ الحل :

1) دراسة مراحل الحركة:

يظهر على البيان أربع مراحل للحركة:

- المرحلة الأولى $[0\,,5\,S]$: حركة متباطئة بانتظام تسارعها:

$$a_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{0-(-10)}{5-0} = 2\,m.S^{-2}$$

- المرحلة الثانية $[5\,S\,,10\,S]$: حركة متسارعة بانتظام تسارعها:

$$a_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{10-0}{10-5} = 2\,m.S^{-2}$$

- المرحلة الثالثة $[10\,S\,,25\,S]$: حركة منتظمة سرعتها $\upsilon_3 = 10\,m.S^{-1}$

- المرحلة الرابعة $[25\,S\,,35\,S]$: حركة متباطئة بانتظام تسارعها:

$$a_4 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-10}{35-25} = -1\, m\,.S^{-2}$$

2) معادلة السرعة $v(t)$:

$$a = \frac{dv}{dt} \to v = a\int_0^t dt = at + b$$

لما $t=0$ يكون $v = v_0$ نجد $v = at + v_0$

- في المرحلة الأولى $a_1 = 2\, m\,.S^{-2}$

لما $t=0$ يكون $v = v_0 = -10$ ومنه $v_1(t) = 2t - 10$

- في المرحلة الثانية $a_2 = 2\, m\,.S^{-2}$

لما $t = 5\,S$ يكون $v=0$ بالتعويض في المعادلة $v = 2t + v_0$ يكون:

$0 = 2(5) + v_0$ ومنه $v_0 = -10$

نحصل على المعادلة $v_2(t) = 2t - 10$

3) القوى المؤثرة على السيارة:

- محصلة القوى $\vec{F} = m\vec{a}$

بالإسقاط على حامل الحركة يكون $F = m\,a$

- في المرحلة الأولى يكون $F_1 = m\,a_1 = 1200\times 2 = 2400\,N$
- في المرحلة الثانية $F_2 = m\,a_2 = 1200\times 2 = 2400\,N$
- في المرحلة الثالثة $F_3 = m\times 0 = 0$
- في المرحلة الرابعة $F_4 = m\,|a_4| = 1200\times(-1) = 1200\,N$

- استنتاج شدة القوة المحركة $\vec{F_m}$:

$\vec{F} = \vec{F_m} + \vec{f} + \vec{P} + \vec{R}$ بالإسقاط على حامل الحركة يكون $F = F_m - f_0$

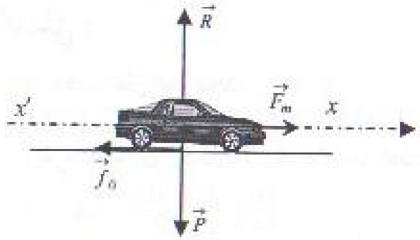
ومنه نجد $F_m = F + f_0$

في المراحل الأربعة نجد على الترتيب:

$F_{m_1} = 2400 + 400 = 2800\,N = F_{m_2}$

$F_{m_3} = 400\,N$

$F_{m_4} = 1200 + 400 = 1600\,N$



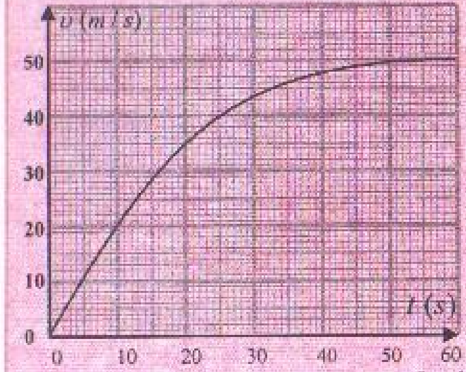
4) الاستطاعة الميكانيكية المبذولة:

$$P = \frac{W(\vec{F_m})}{t} = \frac{F_m\,.d}{t}$$

- خلال المرحلة الثالثة من الحركة تكون السرعة ثابتة $\frac{d}{t} = v$ فيكون:

$$P = F_m\,.v = 400\times 20 = 8000\,W$$

تطبيق 2 تطور سرعة حركة سيارة



يبين الشكل الجانبي تطور منحنى السرعة لحركة سيارة كتلتها $m = 1200\,Kg$ تسير على مسار مستقيم أفقي تحت تأثير قوة محركة ثابتة $\vec{F_m}$ شدتها $3000\,N$.

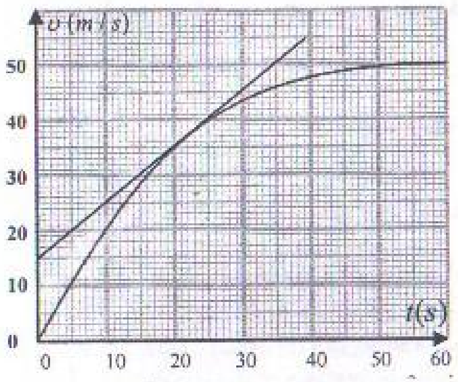
1- بين كيف تتطور سرعة الحركة مع مرور الزمن.

2- احسب تسارع الحركة في اللحظة $t_1 = 10\,S$ ، ثم $t_2 = 20\,S$.

3- في أي مجال زمني تكون شدة قوة الاحتكاك $\vec{f_0}$ المؤثرة على السيارة ثابتة ؟ علل.

- استنتج شدة هذه القوة في اللحظتين السابقتين t_1 ، t_2 .

الحل :



شكل-2

1) تطور سرعة الحركة:

- في المجال الزمني $[0, 10\,S]$ تزداد سرعة السيارة بانتظام (دالة خطية) و ذلك من اجل سرعات صغيرة لا تتعدى $20\,m\,.S^{-1}$ و يكون التسارع ثابتا.
- في المجال الزمني $[10\,S, 60\,S]$ تزداد السرعة ببطء مما يدل على ان تسارع الحركة غير ثابت.

2) حساب تسارع الحركة:

- بين اللحظتين $t_1 = 10\,S$ ، $t_2 = 20\,S$ يكون التسارع ثابتا:

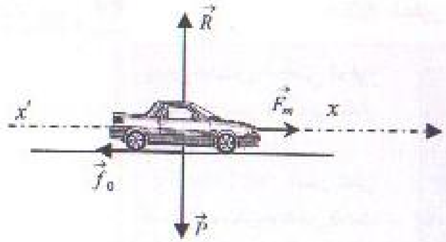
$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20-0}{10-0} = 2\,m\,.S^{-2}$$

- في المجال الزمني $[t_1, t_2]$ يكون التسارع غير ثابت ونحصل على قيمته في اللحظة $t_2 = 20\,S$ برسم المماس في تلك اللحظة (شكل-2) و يكون ميله:

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{35-15}{20-0} = 0.5\,m\,.S^{-2}$$

3) دراسة قوة الاحتكاك $\vec{f_0}$:

تتأثر السيارة بالقوى المبينة بالشكل.



و يكون $\sum_i \vec{F_i} = m.\vec{a}$

$$\vec{F_m}+\vec{f_0}+\vec{P}+\vec{R}=m.\vec{a}$$

بالإسقاط على $(x'x)$ يكون:

ومنه نجد: $F_m - f_0 = m.a$

$$f_0 = F_m - m\,a \text{ ......(1)}$$

القوة المحركة للسيارة $\vec{F_m}$ ثابتة في الشدة:

- فإذا كان التسارع ثابتا فإن المقدار $F_m - m\,a$ يكون ثابتا مما يجعل القوة $\vec{f_0}$ ثابتة.

و ينطبق هذا على المرحلة الأولى.

- أما في المرحلة الثانية فتكون $\vec{f_0}$ غير ثابتة لأن a غير ثابت.

استنتاج شدة القوة $\vec{f_0}$:

- في اللحظة $t_1=10\,S$ يكون حسب العلاقة (1) :

$$f_{01} = 3000-1200\times2 = 600\,N$$

- و في اللحظة $t_2=20\,S$ يكون حسب نفس العلاقة:

$$f_{02}=3000-1200\,(0,5)=2400\,N$$

تطبيق 3 دراسة القوى المطبقة على حركة كرة داخل ملعب

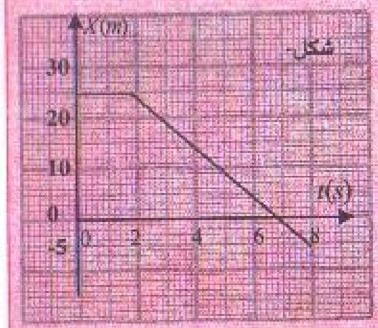
يتبادل لاعبان كرة على ملعب لكرة القدم. يعلم الملعب بمحورين (OX)، (OY) موازيان على التوالي لطول وعرض الملعب (شكل-1). سجل حاكم التماس الموجود عند النقطة (O) تغيرات الإحداثيتين $x(t)$، $y(t)$ للكرة فحصلنا على الشكلين (2)، (3) المرفقين.

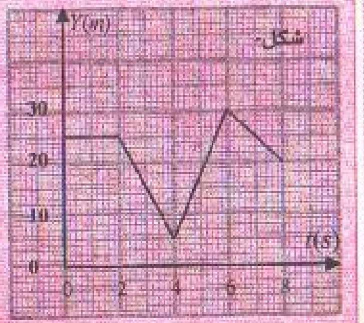
شكل-1

1- ارسم مسار الكرة في الملعب.

2- ما طبيعة حركة الكرة خلال مراحل الحركة التي تظهر على البيان ؟ علل.

3- حدد و ارسم أشعة السرعة اللحظية للحركة في كل من المجالات الزمنية: $[0\,,2\,S]$، $[2\,S\,,4\,S]$، $[4\,S\,,6\,S]$، $[6\,S\,,8\,S]$.





4- احسب شدة القوى المطبقة بين اللاعبين في اللحظات المختلفة التي تظهر على البيان إذا اعتبرنا أن التلامس بين قدم اللاعب و الكرة يدوم $(10^{-2}\,S)$. علما أن كتلة الكرة هي $m=100\,g$.

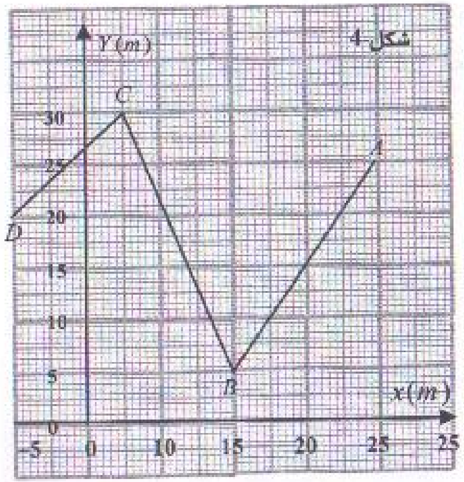
الحل :

1) مسار الكرة $y=f\,(x)$:

اعتمادا على بياني الشكلين (2)، (3) نحصل على الإحداثيين x، y بالشكل التالي:

$x\,(m)$	25	15	5	−5
$y\,(m)$	25	5	30	20

نحصل عندئذ على البيان (شكل-4)



2) طبيعة الحركة:

البيانان $x\,(t)$، $y\,(t)$ دالتان خطيتان في الزمن فالحركة مستقيمة منتظمة.

3) أشعة السرعة:

الحركة منتظمة والسرعات الحظية تكون مساوية للسرعات الوسطى بين طرفي كل مجال زمني، فنجد بالاعتماد على بياني الشكلين (3)، (4) ما يلي:

$$\vec{v_0}\,(0,2)=\begin{cases} v_{x1}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{0}{2}=0 \\ v_{y1}=\dfrac{\Delta y}{\Delta t}=\dfrac{0}{2}=0\end{cases}$$

ومنه نجد $v_0\,(0,2)=0$

$$\vec{\upsilon}_1(2,4)=\begin{cases}\upsilon_{1x}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{15-25}{4-2}=-\dfrac{10}{2}=-5\,m.S^{-1}\\ \upsilon_{1y}=\dfrac{\Delta y}{\Delta t}=\dfrac{5-15}{4-2}=-\dfrac{10}{2}=-5\,m.S^{-1}\end{cases}$$

ويكون:

$$\upsilon_1=\sqrt{\upsilon_{1x}^2+\upsilon_{1y}^2}=\sqrt{(-5)^2+(-5)^2}=7{,}07\,m.S^{-1}$$

كذلك:

$$\vec{\upsilon}_2(4,6)=\begin{cases}\upsilon_{2x}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{5-15}{6-4}=-\dfrac{10}{2}=-5\,m.S^{-1}\\ \upsilon_{2y}=\dfrac{\Delta y}{\Delta t}=\dfrac{30-5}{6-4}=\dfrac{25}{2}=12{,}5\,m.S^{-1}\end{cases}$$

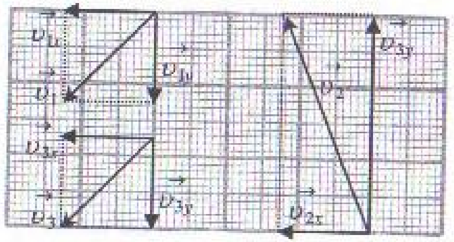
ويكون:

$$\upsilon_2=\sqrt{(-5)^2+(12{,}5)^2}=13{,}46\,m.S^{-1}$$

كذلك:

$$\vec{\upsilon}_3(6,8)=\begin{cases}\upsilon_{3x}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{-5-5}{8-6}=-\dfrac{10}{2}=-5\,m.S^{-1}\\ \upsilon_{3y}=\dfrac{\Delta y}{\Delta t}=\dfrac{20-30}{8-6}=\dfrac{25}{2}=-5\,m.S^{-1}\end{cases}$$

ويكون $\upsilon_3=\sqrt{(-5)^2+(-5)^2}$
$=7{,}07\,m.S^{-1}$



- رسم أشعة السرعة $\vec{\upsilon}$،

باستعمال المقياس $1\,Cm \longrightarrow 4\,m.S^{-1}$

نحصل على التمثيل الهندسي المرفق.

4) حساب شدة القوى المطبقة على الكرة

تتغير السرعة على المسار بتأثير قوة اللاعبين على الكرة .حسب قانون نيوتن يكون:

$$\vec{F}=m.\vec{a}=m.\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$$

$$=m.\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=\frac{m}{dt}.(\vec{\upsilon}_{i+1}-\vec{\upsilon}_i)$$

- عند النقطة A من المسار (شكل-4) يكون $\vec{F}_A=\dfrac{m}{\Delta t}(\vec{\upsilon}_1-\vec{\upsilon}_0)=\dfrac{0{,}1}{0{,}01}=10\,\vec{\upsilon}_1$

بالإسقاط نجد $F_A=10\,\upsilon_1=10\times 7{,}07=70{,}7\,N$

- عند النقطة B يكون $\vec{F}_B=10(\vec{\upsilon}_2-\vec{\upsilon}_1)$.

بالإسقاط نجد $\vec{F}_B\begin{cases}F_{Bx}=10(\upsilon_{2x}-\upsilon_{1x})=10(-5+5)=0\\ F_{By}=10(\upsilon_{2y}-\upsilon_{1y})=10(12{,}5+5)=175\,N\end{cases}$

إذن $F_B=175\,N$

- عند النقطة C يكون $\vec{F}_C=10(\vec{\upsilon}_3-\vec{\upsilon}_2)$.

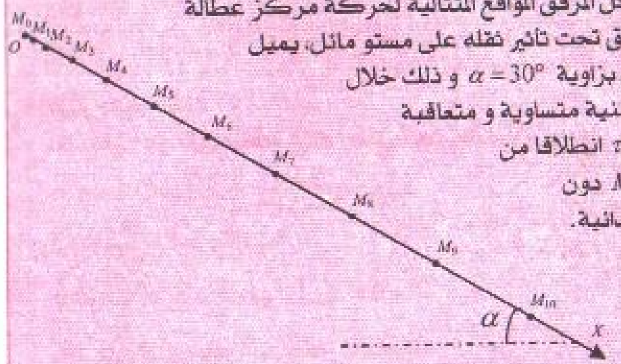
بالإسقاط نجد $\vec{F}_C\begin{cases}F_{Cx}=10(\upsilon_{3x}-\upsilon_{2x})=10(-5+5)=0\\ F_{Cy}=10(\upsilon_{3y}-\upsilon_{2y})=10(-5-12{,}5)=|-175|=175\end{cases}$

إذن $F_c=175\,N$

تطبيق 4

إيجاد قوة الاحتكاك بطريقة التصوير المتعاقب

يعطي الشكل المرفق المواقع المتتالية لحركة مركز عطالة جسم ينزلق تحت تأثير ثقله على مستو مائل، يميل على الأفق بزاوية $\alpha=30^o$ و ذلك خلال فواصل زمنية متساوية و متعاقبة $\tau=0{,}20\,S$ انطلاقا من النقطة M_0 دون سرعة ابتدائية.



مقياس الرسم $1\,m \longleftarrow 1\,Cm$. تؤخذ $g\approx 10\,m.S^{-2}$

1- أوجد فواصل موضع المتحرك التي تظهر على البيان بالنسبة للنقطة M_0 التي تعتبر مبدأ الفواصل و الأزمنة، ثم استنتج السرعات اللحظية الموافقة للمواقع المذكورة حسب الجدول التالي:

المواقع	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8	M_9	M_{10}
اللحظات $t(S)$	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
السرعات $\upsilon(m.S^{-1})$	0										

2- استنتج التسارع الوسطي للحركة خلال المجالات الزمنية المذكورة.

3- بتطبيق قانون نيوتن الثاني على حركة مركز عطالة الجسم (G) ، أوجد عبارة التسارع المكتسب a_G بإهمال الاحتكاك.

- قارن النتيجة النظرية المحصل عليها مع القيمة المحصل عليها تجريبيا. كيف تفسر عدم تطابق النتيجتين ؟

4- استنتج عندئذ شدة قوة الاحتكاك f_0 المؤثرة على الجسم علما أن كتلته $200\,g$.

✓ الحل :

1) بقياس الأبعاد التي تظهر على البيان و استعمال مقياس الرسم الموافق نحصل على فواصل المتحرك المطلوبة (X) .

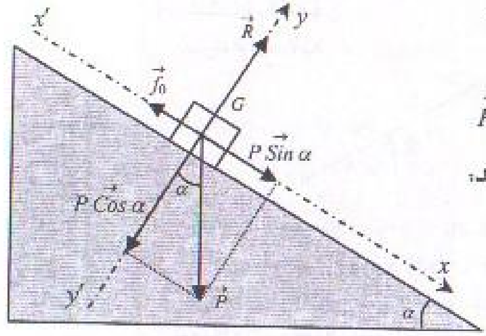
و باستعمال خاصية السرعة $\upsilon_m = (t_1 , t_2) = \upsilon\left(\frac{t_1+t_2}{2}\right)$ نحصل على النتائج التالية:

الواقع	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8	M_9	M_{10}
$t(S)$	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
X	0	0,08	0,32	0,72	1,28	2,00	2,88	3,92	5,12	6,48	8,00
$\upsilon(m.S^{-1})$	0	0,8	1,6	2,4	3, 2	4,0	4,8	5,6	6,4	7,2	8,0

2) تسارع الحركة:

نلاحظ أن سرعة الحركة تزداد بشكل خطي فالتسارع الوسطي يكون مساويا للتسارع اللحظي:

$$a_{moy} = a = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{8{,}0-0}{2{,}0-0} = 4{,}0\ m\ .\ S^{-2}$$



3) إيجاد تسارع الحركة نظريا

$$\vec{P}+\vec{R} = \vec{a_G}\ .\ m \quad \text{اي أن} \quad \sum_i \vec{F_i} = \vec{a_G}\ .\ m$$

بالإسقاط على حامل الحركة $(x'x)$ نجد:

$$P\ Sin\ \alpha = a_G\ .\ m$$

بوضع $P = m\ .\ g$ يكون:

$$a_G = g\ .\ Sin\ \alpha = 10\times\frac{1}{2} = 5\ m\ .\ S^{-2}$$

نلاحظ أن $a_G \rangle a$

فالتسارع النظري يكون أكبر من التسارع التجريبي و هذا بسبب إهمال قوى الاحتكاك.

4) استنتاج شدة قوى الاحتكاك $\vec{f_0}$:

$$\vec{f_0}+\vec{P}+\vec{R} = \vec{a}\ .\ m$$

بالإسقاط على حامل الحركة يكون:

ومنه نجد: $P\ Sin\ \alpha - f_0 = a\ .\ m$

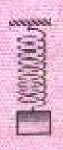
$$f_0 = m\,(\,g\ Sin\ \alpha - a) = 0{,}2\ (10\times0{,}5-4) = 0{,}2\ N$$

تطبيق 5 — الثقل الظاهري لكتلة معلقة داخل مصعد

1- نابض مرن ثابت مرونته $K = 100\ N.m^{-1}$ و طوله الطبيعي $l_0 = 10\ Cm$.
يثبت شاقوليا في سقف مصعد ساكن وهو يحمل بطرفه الحر كتلة نقطية

$m = 100\ g$. احسب استطالة النابض.

- يقلع المصعد شاقوليا نحو الأعلى بتسارع ثابت لمدة $10\ S$. يلاحظ خلال مرحلة الإقلاع هذه ان طول النابض يصبح $l = 11{,}1\ Cm$.



ا) استنتج تسارع المصعد (a) خلال هذه المرحلة.

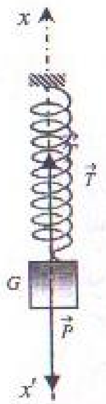
ب) هل يكون المعلم المرافق للجملة عطاليا ؟

جـ) ما هو الثقل الظاهري للكتلة المعلقة بالمصعد ؟ ماذا تستنتج ؟

2- يحافظ المصعد على سرعة ثابتة.

- ما هو وضع التوازن الجديد الذي يأخذه مركز عطالة الكتلة المعلقة ؟ هل يكون المعلم المرفق عطاليا ؟ $(g = 10\ m\ .\ S^{-2})$.

✓ الحل :



1) استطالة النابض في حالة السكون:

- تتزن الكتلة m تحت تأثير قوتي الثقل $\vec{P}$ و توتر النابض $\vec{T}$ فيكون حسب قانون نيوتن الثالث:

$$\vec{P}+\vec{T} = \vec{0}$$

بالإسقاط على المحور $(x'x)$ يكون:

ومنه نجد $T - P = 0$ $T = P$

تصبح العلاقة $K\ .\ \Delta l = m\ g$ ومنه نجد:

$$\Delta l = \frac{m\ g}{K} = \frac{0{,}100\times10}{100} = 10^{-2}\ m = 1\ Cm$$

ا) الحركة المتسارعة:

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على حركة الكتلة المعلقة بالنابض يكون:

$T - P = m\ .\ a$ ومنه $a = \frac{T-P}{m}$

حيث يكون $P = m\ g$ ؛ $T = K\ .\ \Delta l = K\ .\ (l - l_0)$

بالتعويض نجد

$$a = \frac{K\ .\ (l-l_0) - m\ g}{m}$$

$$= \frac{100\times(11{,}1-10)\times10^{-2} - 0{,}100\times10}{0{,}100} = 1{,}0\ m\ .\ S^{-2}$$

ب) $\sum_i \vec{F_i} \neq \vec{0}$ لأن $\vec{P}+\vec{T} \neq \vec{0}$ فالمعلم المرافق للجملة غير عطالي.

جـ) الثقل الظاهري للكتلة

- في حالة السكون يكون:

$$T = m\ g = 0{,}1\times10 = 1\ N$$

فتوتر النابض يكون مساويا للثقل الحقيقي للكتلة m .

- و في حالة الحركة المتسارعة يكون:

$$T - P = m\,.\,a \rightarrow T = m\,(g + a) = 0{,}100\,(10+1) = 1{,}1\ N$$

فالتوتر يكون أكبر من ثقل الكتلة.

فالتوتر يمثل الثقل الظاهري للكتلة المعلقة. و هذا ما يشعر به الإنسان الموجود داخل المصعد أثناء الحركة المتسارعة و هو ازدياد ثقله ظاهريا بسبب التسارع.

2) الحركة المنتظمة

أ) وضع توازن مركز عطالة الكتلة:

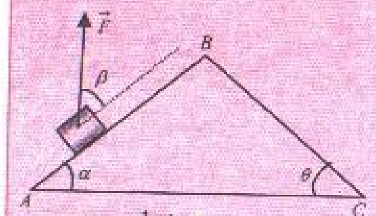
$$\vec{P} + \vec{T} = m\,\vec{a} = \vec{0}$$

فالكتلة تعود لوضع توازنها الأصلي قبل الإقلاع حيث يتحقق مبدأ العطالة و يصبح المعلم المرافق عطاليا.

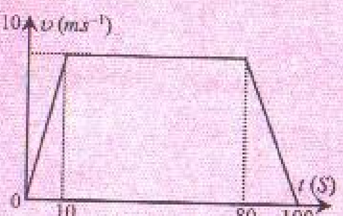
تطبيق 6 تأثير القوة على حركات مستقيمة مختلفة الأطوار

1- يجر متزحلق كتلته $m = 80\ Kg$ على سطح مستو مائل AB زاوية ميله بالنسبة للأفق $\alpha = 30°$ بقوة $\vec{F}$ يصنع حاملها مع خط الميل الأعظم للمستوى (AB) زاوية $\beta = 60°$ (شكل-1).

يخضع المتزحلق لقوة احتكاك $\vec{f_1}$ معاكسة لاتجاه الحركة شدتها $f_1 = 100\ N$ أثناء الحركة من A نحو B . يمثل (الشكل-2) مخطط السرعة من A إلى B .



شكل-1



شكل-2

أ) اعتمادا على (الشكل-2) حدد أطوار الحركة، و بين طبيعتها في كل طور.

ب) بتطبيق قانون نيوتن الثاني على مركز عطالة الجملة، أوجد شدة القوة $\vec{F}$ في كل طور من أطوار الحركة.

2- تنعدم سرعة المتزحلق عند وصوله إلى النقطة B ، ثم ينطلق منها نحو النقطة (C) دون سرعة ابتدائية وفق خط الميل الأعظم للمستوي BC الذي يميل على الأفق بزاوية $\theta = 30°$ ، حيث يصل إلى النقطة (C) بطاقة حركية $E_{C_C} = 5 \times 10^4\ J$.

أ) احسب التغير في طاقة الجملة (متزحلق - أرض).

ب) برر وجود قوة الاحتكاك $\vec{f_2}$ الثابتة الشدة و المعاكسة للحركة، و احسب شدتها، ثم استنتج قيمة معامل الاحتكاك μ و كذلك الزاوية γ التي تصنعها قوة التلامس مع خط الميل. $(g = 10\,m\,.\,S^{-2})$.

✓ الحل :

1) أ) أطوار وطبيعة الحركة على الجزء AB :

يبين (الشكل-2) وجود ثلاثة أطوار للحركة هي:

- الطور الأول $[\,0 , 10\,S\,]$: حركة مستقيمة متسارعة بانتظام.
- الطور الثاني $[\,10\,S , 80\,S\,]$: حركة مستقيمة منتظمة $(\upsilon = Cte)$.
- الطور الثالث $[\,80\,S , 100\,S\,]$: حركة مستقيمة متباطئة بانتظام.

ب) حساب تسارع الحركة:

يعطى التسارع بمشتق السرعة الذي يمثل ميل المنحنى $\upsilon\,(t)$ في كل لحظة والذي يكون ثابتا. نحصل على التسارعات التالية الموافقة للأطوار الثلاثة على الترتيب:

$$a = \frac{d\,\upsilon}{d\,t} = \frac{\Delta\,\upsilon}{\Delta\,t}$$

$$a_1 = \frac{10-0}{10-0} = 1\,m\,.\,S^{-2}$$

$a_2 = 0$ لأن السرعة ثابتة.

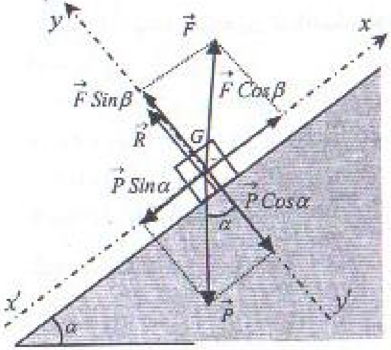
$$a_3 = \frac{0-10}{100-80} = -0{,}5\,m\,.\,S^{-2}$$

- حساب المسافة AB :

تعطى المسافة المقطوعة بقيمة المساحة المحصورة بين مخطط السرعة و محور الفواصل.

المساحة هي سطح شبه منحرف:

$$S = \frac{(100+70) \times 10}{2} = 850 \longrightarrow AB = 850\,m$$



ج) حساب شدة القوة $\vec{F}$:

القوى المؤثرة على الجملة هي المبينة بالشكل الجانبي.

و بتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد ما يلي:

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{R} + \vec{f_1} = \vec{a}\,.\,m$$

بالإسقاط على حامل الحركة $(x'x)$ يكون:

$$F\,Cos\,\beta - m\,g\,Sin\,\alpha - f_1 = a\,.\,m$$

ومنه نجد $F = \dfrac{m\,(\,g\,Sin\,\alpha + a\,) + f_1}{Cos\,\beta}$

- في المرحلة الأولى يكون $F_1=\frac{80\,(10\times0,5+1)+100}{0,5}=1160\,N$
- في المرحلة الثانية $F_2=\frac{80\,(10\times0,5+0)+100}{0,5}=1000\,N$
- في المرحلة الثالثة $F_3=\frac{80\,(10\times0,5-0,5)+100}{0,5}=920\,N$

2) أ) التغير في طاقة الجملة:

طاقة الجملة هي $E=E_C+E_{PP}=Cte$

ففي الحالة الابتدائية (B) يكون:

$$E_B=E_{CB}+E_{PPB}$$
$$=0+m\,g\,h=m\,g\,Sin\,\theta=80\times10\times0,5\times850=34\times10^4\,J$$

لأن $B\,C=A\,B=850\,m$ ، $h=A\,C\,.\,Sin\,\theta$

و في الحالة النهائية (C) يكون:

$$E_C=E_{C_C}+E_{PP_C}+5\times10^4+0=5\times10^4\,J$$

- التغير في طاقة الجملة:

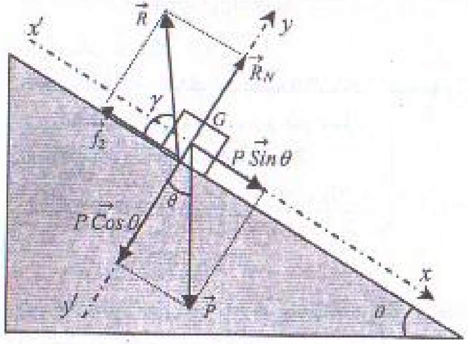
$$\Delta\,E=E_C-E_B=\;5\times10^4-34\times10^4=-29\times10^4\,J$$

ب) تبرير وجود قوة الاحتكاك $\vec{f_2}$ على الجزء $B\,C$:

وجدنا في دروس السنة الثانية ثانوي أن معادلة انحفاظ الطاقة لمثل الجملة تعطى بالعلاقة:

$$E_{C_1}+E_{PP_1}+W_m=E_{C_2}+E_{PP_2}$$

حيث W_m يمثل التحويل الميكانيكي الموافق للانتقال من الحالة الابتدائية إلى الحالة النهائية فيكون



$$E_{C_B}+E_{PP_B}+W_m=E_{C_C}+E_{PP_C}$$
$$W_m=(E_{C_C}+E_{PP_C})-(E_{C_B}+E_{PP_B})$$
$$=\Delta\,E=-29\times10^4\,J$$

فالتحول الميكانيكي يمثل عمل قوة الاحتكاك $\vec{f_2}$ و يكون:

$$W_m=\underset{B\to C}{W}(\vec{f_2})=-f_2\times B\,C$$

ومنه نجد:

$$f_2=-\frac{\underset{B\to C}{W}(\vec{f_2})}{B\,C}=-\frac{(-29\times10^4)}{850}=341,2\,N$$

استنتاج معامل الاحتكاك μ :

تتحلل قوة التلامس $\vec R$ إلى مركبتين:

مماسية معيقة للحركة تمثل قوة الاحتكاك $\vec{f_2}$ و ناظمية $\vec{R_N}$ تمثل رد الفعل الناظمي.

معامل الاحتكاك μ هو نسبة المركبتين المماسية و الناظمية فيكون:

$$\mu=\frac{f_2}{R_N}=\frac{f_2}{P\,Cos\,\theta}=\frac{341,2}{80\times10\times0,86}=0,496$$

إذا كانت γ هي الزاوية التي تصنعها قوة التلامس $\vec{f_2}$ مع خط الميل الأعظم يكون:

$$\tan\gamma=\frac{R_N}{f_2}=\frac{1}{\mu}=\frac{1}{0,496}\approx2\longrightarrow\gamma\approx63,4°$$

تمارين و مسائل

1 - يقذف جسم أفقي بسرعة ابتدائية $\vec{v_0}$ على مستوى أفقي أملس لا نهائي في الطول.

1- ما هي القوى التي يخضع لها الجسم أثناء انتقاله ؟

2- هل يتوقف الجسم عن الحركة ؟

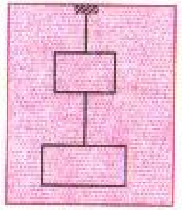
2 - فسر الحوادث الفيزيائية التالية:

ا) عندما تسقط كرة على منضدة فإنها ترتد نحو الأعلى.

ب) عندما تكون واقفا بحافلة تتحرك بسرعة ثابتة فإنك تبقى ساكنا متزنا حتى ولو انك لا تستعين بالقابض. و لكنك ستنزاح إلى الأمام بشدة بمجرد أن حركة الحافلة تصبح متباطئة.

ج) إن ضرب الماء بالمجداف إلى الوراء يجعل القارب يتقدم إلى الأمام.

3 * - علقت كتلة قدرها $100\ g$ في خيط، ثم علقت أخرى قدرها $200\ g$ في أسفل الكتلة، باستخدام خيط آخر. أوجد الشد في الخيطين إذا كانت الكتلتان:



ا) ساكنتين.

ب) متسارعتين نحو الأعلى بتسارع $0,2\ m.S^{-2}$.

تؤخذ $g=9,8\ m.s^{-2}$

الجواب: ا) $1,96\ N$ ، $2,94\ N$ ب) $2\ N$ ، $3\ N$

4 - يجذب زورق بخاري سريع لاعب تزحلق على الماء بسرعة ثابتة قدرها $12\ m.S^{-2}$ فإذا كان الشد في الحبل الذي يجذب اللاعب هو $140\ N$ ، فاحسب شدة قوة الاحتكاك التي تعاكس حركة اللاعب.

الجواب: $140\ N$

5 * - 1- تسير سيارة كتلتها $3500\ Kg$ بسرعة ثابتة قدرها $15\ m.S^{-1}$ على طريق أفقي.

ا) ما هي محصلة القوى المؤثرة على السيارة أثناء هذه الحركة ؟

ب) إذا كانت شدة قوة المحرك هي $400\ N$. فما هي شدة قوى الاحتكاكات المعاكسة لحركة هذه السيارة ؟

2- في لحظة معينة تزداد سرعة السيارة من القيمة $15\ m.S^{-1}$ إلى القيمة $20\ m.S^{-1}$ خلال $10\ S$.

ا) ما هي شدة محصلة القوى المؤثرة في مركز عطالة السيارة خلال هذه الفترة الزمنية؟

ب) ما هي المسافة اللازمة لبلوغ السرعة المذكورة ؟

ج) ما هي الاستطاعة التي يبذلها محرك السيارة خلال هذه الفترة، إذا ظلت قوة الاحتكاك هي المشار إليها في (1-ا) ؟

الجواب:

1. ا) $F=0$ ب) $f_0=400\ N$

2. ا) $F=1750\ N$ ، $d=87,5\ m$ ج) $P=188\ Kw$

6 - يسقط جسم من ارتفاع $100\ m$ شاقوليا نحو الأسفل تحت تأثير ثقله البالغ $20\ N$ و ذلك دون أي سرعة ابتدائية، فيصل إلى سطح الأرض بعد $5\ S$.

- استنتج من ذلك شدة مقاومة الهواء المعاكسة لحركة الجسم ($g=9,80\ m.S^{-2}$).

الجواب: $f=4\ N$

7 * - عربة كتلتها $2400\ Kg$ تسير على طريق أفقي بسرعة ثابتة قدرها $72\ K.h^{-1}$ تحت تأثير استطاعة المحرك الثابتة و قيمتها $16\ Kw$.

ا) احسب شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ المعاكسة لحركة العربة.

ب) احسب قيمة معامل الاحتكاك (μ) ، ثم استنتج مقدار الزاوية (α) التي يصنعها رد الفعل $\vec{R}$ مع الطريق. ($g=10\ m.S^{-2}$).

الجواب: ا) $f=8000\ N$ ب) $\mu=0,033$ ، $\alpha=88°$

8 * - تجر مجموعة كلاب قطبية عربة فوق الجليد، كتلتها الكلية $400\ Kg$ بسرعة ثابتة قدرها $10\ m.S^{-1}$. إذا كانت القوة المقاومة للحركة هي $250\ N.T^{-1}$.

1- احسب قوة الدفع التي تبذلها مجموعة الكلاب هذه.

2- بفرض أنه في لحظة معينة تنفصل كتلة إضافية من العربة قيمتها $m'=100\ Kg$ و أن قوة الدفع تبقى على شدتها السابقة:

ا) ماذا تصبح حركة المجموعة ؟ علل.

ب) استنتج شدة التوتر في الحبال.

الجواب :

1. $F_m = 100\ N$
2. $T = 100\ N$
3. أ) $a = 0{,}083\ m.S^{-2}$ ب) $T = 99{,}5\ N$

9 ** - تقلع طائرة مروحية من على سطح الأرض شاقوليا نحو الأعلى تحت تأثير قوة دافعة شدتها $\frac{51}{50}$ من ثقلها. يوجد بداخلها ربيعة مثبتة شاقوليا، ثابت مرونة نابضها هو $20\ N.m^{-1}$ و تحمل الكتلة النقطية $m = 100\ g$.

1- احسب تسارع الطائرة المروحية.

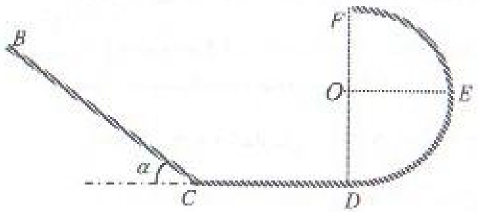
2- احسب الثقل الظاهري للكتلة المعلقة، واستنتج مقدار استطالة النابض المذكور.

3- احسب رد فعل أرضية الطائرة على رجل كتلته $80\ Kg$ يقف بداخلها، هل يشعر هذا الرجل بزيادة وزنه أم بخفته ؟ علل.

الجواب :

1. $a = 0{,}2\ m.S^{-2}$
2. $1{,}02\ N$ ، $\Delta l = 5{,}1\ Cm$
3. $816\ N$

10 ** - يتكون المسار المبين بالشكل من طريق مائل BC طوله $6\ m$ يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ ، ثم جزء أفقي CD و أخيرا جزء كروي DEF مركزه (O) و نصف قطره $2\ m$. عند النقطة B أعلى المستوى المائل تترك كرية صغيرة نقطية كتلتها $m = 200\ g$ لتنزلق تحت تأثير ثقلها نحو الأسفل دون احتكاك.



1- احسب بطريقتين مختلفتين مقدار سرعتها المكتسبة عند النقطة C .

- ماذا تكون هذه السرعة لو كانت شدة قوة الاحتكاك المؤثرة عليها هي $\frac{1}{10}$ من ثقلها ؟

2- احسب عند النقطة (E) :

أ) سرعة الكرية.

ب) رد فعل المسار على الكرية.

3- في أية نقطة (M) من المسار تتوقف الكرية تماما ؟

4- بأية سرعة صغرى v_0 يجب أن تمر الكرية من النقطة (D) حتى تستطيع الوصول إلى النقطة (F) ؟

الجواب :

1. $v_C = 7{,}74\ m.S^{-1}$ ، $v_C = 6{,}93\ m.S^{-1}$
2. أ) $v_E = 4{,}47\ m.S^{-1}$ ، $\|\vec{R}\| = 2\ N$
3. $h = 3\ m$
4. $v_0 = 8{,}94\ m.S^{-1}$

11 ** - متزحلق على الثلج يبدأ حركته الهابطة من أعلى تل (O) في خط مستقيم، فيمر من نقطة (A) فاصلتها $8\ m$ في اللحظة t ، ثم من النقطة (B) التي فاصلتها $32\ m$. بعد $2\ S$ من مروره من (A) ، و أخيرا يمر من النقطة (C) ذات الفاصلة $72\ m$ بعد $2\ S$ أخرى من مروره بـ (B) . المطلوب:

أ) حساب السرعة الوسطى للحركة بين فترتي $2\ S$ التي تمر بين النقطة و الأخرى.

ب) حساب التسارع اللحظي للحركة. ما هي اللحظة t التي توافق مرور المتحرك من النقطة (A) ؟

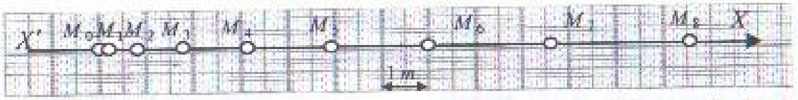
جـ) احسب التسارع الوسطي للحركة بين لحظتي المرور لكل زوج من النقاط المذكورة. ماذا تستنتج ؟

الجواب :

أ) $v_{m1} = 12\ m.S^{-1}$ ، $v_{m2} = 20\ m.S^{-1}$ ، $v_{m3} = 16\ m.S^{-1}$

ب) $a = 4\ m.S^{-2}$ ، $t = 2\ S$ ، $a_m = a = 4\ m.S^{-2}$

12 ** - تبين الوثيقة المرفقة الواقع للتالية التي يشغلها جسم صلب يتحرك على مسار مستقيم خلال فواصل زمنية متساوية و متعاقبة قدرها $\theta = 0{,}20\ S$.



1- هل يكون مبدأ العطالة محققا أثناء هذه الحركة ؟

2- رتب في جدول الثنائيات (t , X) لحركة الكرية باعتبار النقطة M_0 هي مبدأ الفواصل و الأزمنة.

3- ما هي المسافات المقطوعة خلال نفس الفواصل الزمنية θ المتتابعة ؟

4- استنتج طبيعة هذه الحركة. هل تؤثر على الجسم قوة معينة اثناء حركته ؟

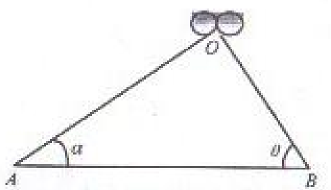
5- احسب السرعات اللحظية في اللحظات $t_1 = 0{,}20\ S$ ، $t_2 = 0{,}40\ S$ ، $t_3 = 0{,}60\ S$ ، $t_4 = 0{,}80\ S$. ثم استنتج شدة شعاع التغير في السرعة اللحظية في اللحظات t_1 ، t_2 ، t_3 . ماذا تستنتج ؟ احسب تسارع الحركة.

6- ارسم بيان السرعة $v = f(t)$ ، ثم اكتب معادلتها الزمنية.

الجواب :

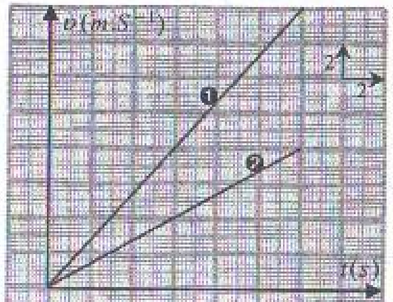
6. $v = 9{,}8t$

13 ** - يميل المستويان (OA) و (OB) على الأفق بالزاويتين $\alpha = 30°$ و $\theta = 60°$ على الترتيب.



من النقطة O أعلى المستويين نترك جسمين متماثلين لينزلا تحت تأثير ثقليهما ابتداء من السكون وفق خطي الميل لهذين المستويين.

الشكل المرافق يبين مخطط سرعتيهما بدلالة الزمن أثناء نزولهما.



1- هل يصل الجسمان في نفس الوقت إلى الأسفل ؟ ما زمن حركتهما ؟

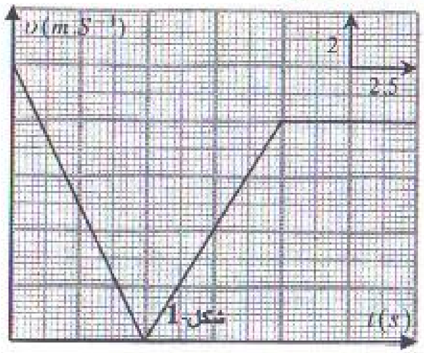
2- بأي سرعة يصل الجسمان إلى الأسفل؟

3- احسب معدل التغير في شعاع سرعة الانتقال.

- ما طبيعة الحركة التي يخضع لها الجسمان ؟

4- ما هو المنحنى الموافق لكل حركة (المستويان (OA)، (OB)) ؟ علل.

14 *** - نعتبر مخططي الحركة المبينين بالشكلين المرفقين.



1- اعتمادا على مخطط (الشكل-1)

أوجد ما يلي:

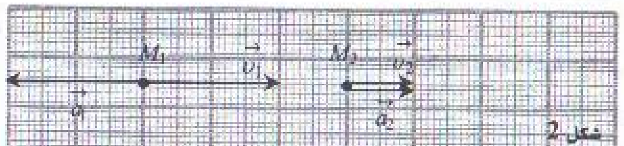
ا) طبيعة الحركة في كل مرحلة تظهر على البيان.

ب) الفاصلة النهائية للمتحرك في اللحظة $t = 15\,S$ باعتبار مبدأ الفواصل هو مبدأ الأزمنة.

2- يبين المخطط (الشكل-2) موضع متحرك (M) على خط مستقيم حيث يمر في اللحظة $t_1 = 0$ من مبدأ الفواصل M_1 و في اللحظة $t_2 = 20\,S$ من النقطة M_2 .مقياس الرسم المعتمد هو:

الوحدة أفقيا ⟵ $1\,m.S^{-2}$ ،

الوحدة شاقوليا ⟵ $10\,m.S^{-1}$



ا) بين طبيعة الحركة بين اللحظتين t_1 ، t_2 و احسب السرعتين الموافقتين.

ب) ما عدد مراحل الحركة التي يمر بها المتحرك بين اللحظتين (t_2 ، t_1) ؟

ج) اكتب معادلة السرعة للحركة في كل مرحلة.

د) أوجد فاصلة المتحرك في اللحظة t_2 .

الجواب :

2- ا) $a_1 = -2\,m.S^{-2}$ ، $v_1 = 20\,m.S^{-1}$

$a_2 = 1\,m.S^{-2}$ ، $v_2 = 10\,m.S^{-1}$

ج) $v_1 = -2t + 20$ ، $v_2 = t - 10$

د) $x = 150\,m$

15 *** - قطار كتلته الإجمالية $1000\,T$ ، تعتبر قوى الاحتكاك المؤثرة عليه ثابتة و مساوية $20\,N.T^{-1}$. ناخذ $g = 10\,m.S^{-2}$.

1- يسير القطار بسرعة ثابتة على طريق أفقي. في لحظة معينة يلاحظ اقتراب سيارة منه تسير بموازاته و بعكس جهته تتقدم نحوه بسرعة ثابتة قدرها $40\,m.S^{-1}$ ، أثناء التقاطع يدوم مرور القطار أمام سائق السيارة مدة $5\,S$ ، إذا كان طول القطار $300\,m$ ، استنتج من ذلك: ا) سرعة القطار ، ب) استطاعة القاطرة.

2- يبدأ القطار صعود مستوى مائل، ميله $5\,\%$ ابتداء من السكون تحت تأثير قوة دفع $\vec{F_m}$. وبعد $20\,S$ من تلك اللحظة تستعمل المكابح ليتوقف القطار خلال $10\,m$ ، $5\,S$ من تلك اللحظة:

ا) احسب شدة القوة $\vec{F}$ و الاستطاعة المبذولة أثناء الصعود.

ب) احسب شدة قوة المكابح $\vec{F'}$ المستعملة للتوقف.

3- يتكون القطار من 48 عربة متماثلة، كتلة كل منها $20\,T$ متصلة ببعضها بواسطة عوارض للربط. عندما يتحرك القطار على طريق أفقي ابتداء من السكون بتسارع ثابت قدره $1\,m.S^{-1}$ يطلب:

ا) حساب شدة التوتر الناشئ بين العربة الأخيرة و التي قبلها.

ب) البرهان على أن التوترات المتنقلة عبر عوارض الربط، تشكل متتالية حسابية، و ذلك ابتداء من العربة الأخيرة حتى القاطرة. اعط أساس هذه المتتالية (r) .

الجواب :

1- ا) $P = 400\,Kw$ ، $v = 20\,m.S^{-1}$

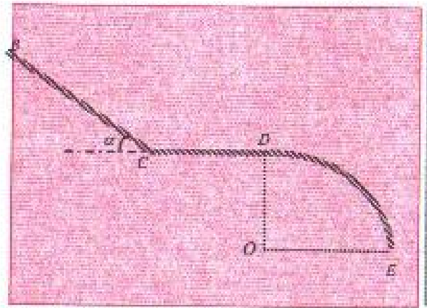
2- ا) $P = 1440 \times 10^3\,W$ ، $F_1 = 720 \times 10^3\,N$

ب) $F' = 730 \times 10^3\,N$

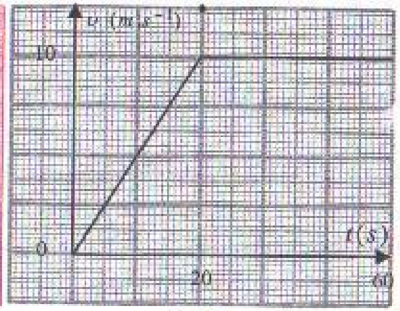
3- ا) $T = 20400\,N$

ب) $r = 20400$

16 ** - متزحلق على الثلج كتلته الكلية $80\ Kg$ يبدأ انزلاقه ابتداء من السكون تحت تأثير ثقله من النقطة (B) أعلى مستوى مائل (BC) حتى اللحظة $20\ S$ ، ثم يتابع حركته الأفقية على الجزء (CD) حتى اللحظة $60\ S$ ، يجتاز بعد ذلك مسارا دائريا عبارة عن ربع دائرة مركزها (O) و نصف قطرها $R = 20\ m$ موجودة في مستوى شاقولي. (شكل-1) الاحتكاكات مهملة .
يمثل (الشكل-2) مخطط السرعة لهذا المتحرك خلال المراحل المذكورة من الحركة.



شكل-1



شكل-2

1- احسب المسافة المقطوعة على المسار المستقيم، و كذلك التسارع المكتسب .
2- احسب زاوية الميل (α) للمستوى المائل.
3- احسب بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة سرعة المتحرك عند النقطة E لحظة الاصطدام بالأرض إذا فرضنا ان الجسم يبقى ملامسا لمساره على الجزء الدائري.
4- احسب شدة محصلة القوى المؤثرة على المتزحلق خلال كل طور من طوري حركته.

الجواب :

1. $d = 500\ m$

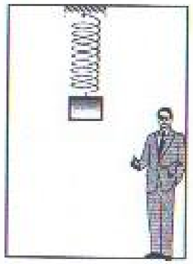
$a_2 = 0$ ، $a_1 = 0{,}5\ m.S^{-2}$

2. $\alpha = 2{,}86°$

3. $v_B = 20\ m.S^{-1}$

4. 0 ، $40\ N$

17 *** - مصعد يرتفع نحو الأعلى بتسارع ثابت قدره $0{,}5\ m.S^{-2}$ ابتداء من السكون و يكتسب سرعة $6\ m.S^{-1}$ لتصبح حركته منتظمة لمدة $15\ S$ وأخيرا يتوقف بعد قطعه مسافة كلية قدرها $136\ m$.



1- احسب تسارعه في المرحلة الأخيرة من حركته و الزمن الكلي للحركة.

2- يوجد بهذا المصعد شخص كتلته $80\ Kg$ يرقب حركة كتلة نقطية درها $50\ g$ معلقة بربيعة تتدلى من سقف المصعد. ثابت مرونة نابض هذه الربيعة هو و طوله الطبيعي $l_0 = 20\ Cm$.

ا) احسب الثقل الظاهري لهذا الشخص في كل مرحلة من المراحل السابقة. لماذا لا يكون هذا الثقل حقيقيا أثناء حركة المصعد ؟ استنتج الطول الذي يأخذه هذا النابض خلال المراحل الثلاث لسابقة.

3- يبدأ الآن المصعد هبوطه الشاقولي نحو الأسفل بحركة متسارعة بانتظام ويقرأ الشخص الموجود بالمصعد الشدة $0{,}35\ N$ على الربيعة التي تعطي قيمة توتر النابض؛
ا) بين أنه يمكن حساب تسارع حركة المصعد.
ب) احسب طول النابض أثناء هذه الحركة.
جـ) ماذا يكون عليه ثقل هذا الشخص أثناء الهبوط ؟
4- في لحظة معينة يسقط المصعد سقوطا حرا.
- برهن أن هذا الشخص سيشعر بانعدام ثقله في لحظة معينة نظرا لشعوره بانعدام رد فعل أرضية المصعد عليه. إلى ماذا تشير الربيعة في هذه اللحظة ؟ و ما هو طول نابضها ؟

الجواب :

1. $t = 30{,}33\ S$ ، $a = 1{,}8\ m.S^{-2}$
2. ا) $640\ N$ ، $784\ N$ ، $824\ N$

ب) $20{,}8\ Cm$ ، $20{,}98\ Cm$ ، $21{,}03\ Cm$

3. ا) $a = 2{,}8\ m.S^{-2}$

ب) $l = 20{,}7\ Cm$

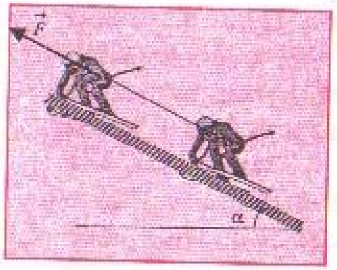
جـ) $560\ N$

4. $l = l_0$ ، $T = 0$ ، $a = g$

18 *** - متزحلقان على الثلج (M) ، (M') كتلة كل منهما مع آلته $80\ Kg$ ، $60\ Kg$ على الترتيب. تؤخذ ($g = 10\ m.S^{-2}$).
1- يبدأ المتزحلقان الحركة بدءا من السكون من أعلى مستوى مائل يميل على الأفق بزاوية $30°$ و طوله $AB = 100\ m$.
ا) احسب سرعة وصول كل منهما إلى النقطة (B) أسفل المستوى.
ب) في الحقيقة ان قوتي الاحتكاك المؤثرتين على المتزحلقين، (و التي نحافظ عليها في بقية المسألة) هما على الترتيب $48\ N$ ، $45\ N$.
- احسب في هذه الحالة السرعة الحقيقية لوصول كل منهما إلى (B) .
2- لإصعاد المتزحلقين الى قمة تل وفق خط، ميله الأعظم الذي يصنع زاوية $30°$ مع الأفق، نستعمل محركا موجود في أعلى التل، يمكنه أن يسحب المجموعة السابقة بواسطة حبل يربط طرفه الآخر بالمتزحلق الأول (M) ، في حين يوصل الثاني (M')

بالأول عن طريق حبل آخر.

تبدأ المجموعة حركتها من السكون تحت تأثير قوة سحب $\vec{F}$ يطبقها المحرك على الحبل العلوي و ذلك لمدة $12,5\,S$ و بعد ذلك تصبح الحركة منتظمة بالسرعة $10\,m.S^{-1}$.



أ) احسب شدة محصلة القوى المقاومة $\vec{f}$ للحركة أثناء الصعود.

ب) احسب شدة القوة الجارة $\vec{F}$ المطبقة خلال المرحلتين المذكورتين.

3- فجأة ينقطع الحبل الذي يصل المتزحلقين:

أ) ماذا تصبح حركة كل منهما؟ احسب تسارعهما ؟

ب) احسب المسافة التي تفصل المتزحلقين بعد $5\,S$ من انقطاع الحبل.

الجواب :

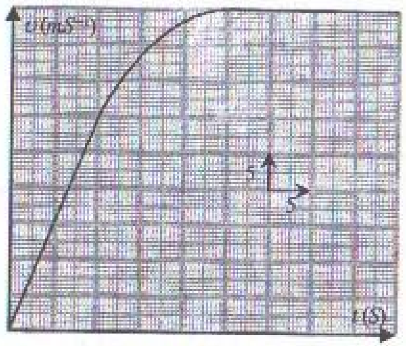
1- أ) $10\sqrt{10}\,m.S^{-1}$ ب) $\upsilon_1 = 29,66\,m.S^{-1}$ ، $\upsilon_2 = 29\,m.S^{-1}$

2- أ) $f = 793\,N$ ب) $F_1 = 905\,N$ ، $F_2 = 793\,N$

3- أ) $a_1 = 43\,m.S^{-2}$ ، $a_2 = -5,75\,m.S^{-2}$

---

19 ** - يمثل البيان المرفق مخطط السرعة لحركة عربة كتلتها $m = 1000\,Kg$ على مسار مستقيم.



1- كم مرحلة تظهر على البيان، وما طبيعة الحركة في كل مرحلة ؟

2- في أي مجال زمني تكون:

أ) السرعة ثابتة.

ب) التسارع ثابت.

جـ) قوة الاحتكاك ثابتة.

3- احسب تسارع الحركة في اللحظات التالية $t_1 = 10\,S$ ، $t_2 = 15\,S$ ، $t_3 = 25\,S$

4- علما أن شدة القوة المحركة $\vec{F_m}$ تكون ثابتة في المرحلة الأولى والثانية من الحركة و قيمتها $2500\,N$.

- احسب شدة قوة الاحتكاك $\vec{F_0}$ المؤثرة على العربة خلال هاتين المرحلتين.

5- علما أن قوة الاحتكاك المؤثرة على العربة خلال المرحلة الأخيرة من الحركة تبقى ثابتة و مساوية $1000\,N$ ، استنتج شدة القوة المحركة للعربة $\vec{F_{m3}}$ في هذه المرحلة وكذلك مقدار الاستطاعة الميكانيكية التي يبذلها المحرك للمحافظة على سرعته المكتسبة .

الجواب :

تحقيق ؟

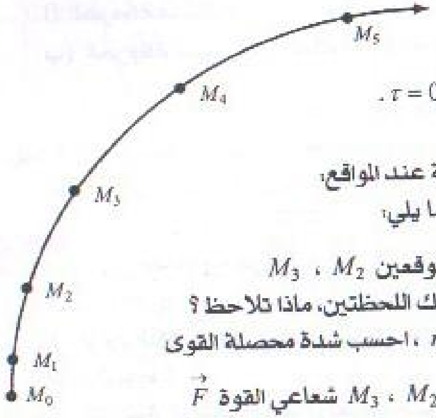
1. $a_1 = 2\,m.S^{-2}$ ، $a_2 = 1\,m.S^{-2}$ ، $a_3 = 0$

4. $f_1 = 500\,N$ ، $f_2 = 1000\,N$

5. $F_{m3} = 1000\,N$ ، $P = 40\,Kw$

---

20 ** - يعطي الشكل مواقع متحرك على مسار منحن بطريقة التصوير المتعاقب، حيث يكون الفاصل الزمني بين كل موقعين متتاليين هو $\tau = 0,50\,S$.



مقياس الرسم $1\,Cm \longrightarrow 0,4\,m$

1- احسب السرعات اللحظية للحركة عند المواقع، M_1 ، M_2 ، M_3 ، M_4 ثم استنتج ما يلي:

- شدة شعاع تغير السرعة $\Delta\vec{\upsilon}$ عند الموقعين M_2 ، M_3 وكذلك شدة شعاعي التسارعين في تلك اللحظتين. ماذا تلاحظ ؟

2- علما أن كتلة المتحرك $m = 200\,g$ ، احسب شدة محصلة القوى المطبقة عليه ثم مثل عند النقطتين M_2 ، M_3 شعاعي القوة $\vec{F}$ باستعمال سلم رسم مناسب.

---

21 ** - تبلغ كتلة سيارة $1000\,Kg$ ، تترك هذه السيارة في أعلى مستوى مائل يميل على الأفق بمقدار $6\,\%$ لتنزل تحت تأثير ثقلها ابتداء من السكون. نعتبر أن القوى المقاومة لحركتها تتناسب مع مربع سرعتها وتعطى بالعلاقة $f_0 = 1,5\,\upsilon^2$.

- برهن أن حركة السيارة تصبح بعد مدة منتظمة. احسب سرعتها الحدية υ_0 .

(تؤخذ $g \approx 10\,m.S^{-2}$).

الجواب : $\upsilon_0 = 72\,Km.h^{-1}$

---

22 ** - يوجد بسقف عربة نواس كتلته m يستقر شاقوليا.

1- هل يمكن للعربة أن تكون متحركة ؟ علل.

و هل يكون المعلم المرتبط بالعربة عطاليا ؟

2- تسير العربة أفقيا بسرعة ثابتة $\vec{\upsilon_0}$. فجأة ينقطع خيط النواس.

- صف حركة كريته m لدى سقوطها بالنسبة لـ:

أ) معلم داخلي مرتبط بالجملة.

ب) معلم خارجي مرتبط بالأرض.

- هل يمكن لهذين المعلمين أن يكونا عطاليين ؟

23 ** - جسم كتلته $m=2\,Kg$ يمكنه الانزلاق نحو الأعلى على مستوى مائل، يميل على الأفق بزاوية $\alpha=30°$ تحت تأثير قوة دافعة $\vec{F}$ ، حيث يكون معامل الاحتكاك هو $\mu=0{,}50$. أوجد (باخذ $g=9{,}81\,m.S^{-2}$) شدة القوة $\vec{F}$ في الحالتين.

ا) الحركة منتظمة.

ب) الحركة متسارعة بانتظام ($a=1\,m.S^{-2}$).

الجواب :

ا) $F_1=183\,N$

ب) $F_2=203\,N$

24 ** - تبلغ كتلة شخص مقدار $75\,Kg$ يقف في مصعد، ينزل نحو الأسفل بتسارع ثابت قدره $a=1\,m.S^{-2}$. باخذ $g=10\,m.S^{-2}$:

1- أوجد الثقل الظاهري لهذا الشخص. هل يشعر هذا الشخص بزيادة ثقله أم بخفته أثناء الهبوط ؟

2- بأي تسارع ينبغي ان ينزل المصعد حتى يشعر هذا الشخص بانعدام ثقله ؟

الجواب :

1. $P_A=825\,N$

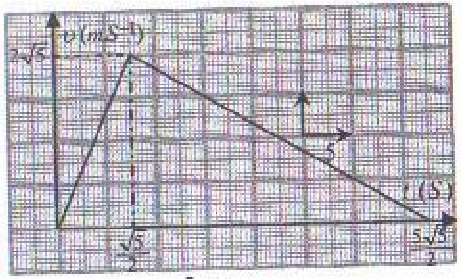
2. $a=g$

25 ** - تبلغ استطاعة محرك سيارة $30\,Kw$ ، فإذا كانت السرعة الحدية لهذه السيارة في الهواء $72\,Km.h$ و شدة مقاومة الهواء عليها $R=2{,}6\,v^2$. فأوجد شدة قوة الاحتكاك f_0 المؤثرة عليها.

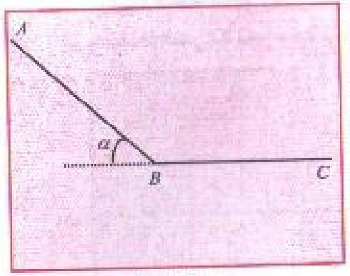
الجواب : $f_0=460\,N$

26 ** - يترك جسم كتلته $400\,g$ في أعلى مستوى مائل AB يميل على الأفق بزاوية $\alpha=30°$ لينزلق تحت تأثير ثقله نحو الأسفل ابتداء من السكون.

في اللحظة $t_1=\frac{\sqrt{5}}{2}(S)$ يلاقي مستويا أفقيا حيث يتوقف تماما فوقه في اللحظة $t_2=\frac{5\sqrt{5}}{2}(S)$ عند النقطة C منه (شكل-1). يبين الشكل-2 تغيرات السرعة بدلالة الزمن.



شكل-2



شكل-1

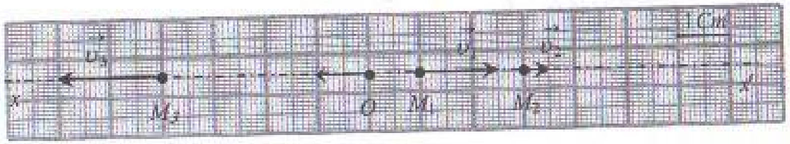
1- ما طبيعة الحركة على كل مستوى ؟

2- احسب تسارع كل حركة اعتمادا على بيان الشكل-2.

3- هل توجد قوة احتكاك بين الجسم و الأرض خلال المرحلتين المذكورتين ؟ علل.

4- استنتج بتطبيق قانون نيوتن الثاني شدة قوة الاحتكاك المؤثرة على الجسم.

27 *** - تتحرك نقطة مادية M على مسار مستقيم وتتم حركتها في طورين خلال المجال الزمني $[0\,,5\,S]$ ، تمر النقطة M على التوالي بالأوضاع M_1 ، M_2 ، M_3 في اللحظات الزمنية $t_1=1\,S$ ، $t_2=2\,S$ ، $t_3=5\,S$ على الترتيب. و تكون أشعة سرعاتها اللحظية الموافقة لهذه الأوضاع كما في الشكل المرفق.



1- اكتب العبارات الشعاعية للمقادير $\vec{OM_1}$ ، $\vec{OM_2}$ ، $\vec{OM_3}$ الممثلة لأشعة المواضع. و $\vec{v}_1$ ، $\vec{v}_2$ ، $\vec{v}_3$ الممثلة لأشعة السرعات اللحظية في اللحظات t_1 ، t_2 ، t_3 على الترتيب. علما أن الوحدة (Cm) تمثل $1m$ للمسافات و $2\,m.S^{-1}$ بالنسبة للسرعات.

2- احسب النسبة $\frac{\Delta\vec{OM}}{\Delta t}$ بين اللحظتين (t_2 , t_1) ، (t_2 , t_3) ، (t_1 , t_3).

- ماذا تمثل هذه النسب، و ماذا تستنتج ؟

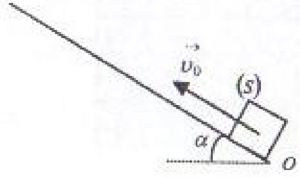
3- أوجد شعاع التسارع الوسطي $\vec{a}_m$ في كل من المجالات الزمنية المذكورة. ماذا تستنتج ؟

4- حدد طبيعة الحركة، ثم احسب المدة الزمنية لكل طور.

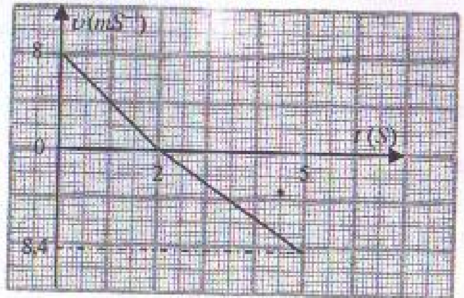
5- علما ان كتلة النقطة المادية هي $m=50\,g$ ، احسب في كل مرحلة شدة محصلة القوى المؤثرة عليها.

28 ** - يقذف جسم صلب (S) كتلته $m=900\,g$ من نقطة O بسرعة $\vec{v}_0$ وفق خط

الميل الأعظم لمستو يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 20°$ (شكل-1). يمثل البيان (شكل-2) مخطط السرعة لحركة الجسم (S).



شكل-1



شكل-2

1-1) حدد عدد وطبيعة أطوار الحركة التي تظهر على البيان.

ب) استنتج تسارع الحركة في كل طور.

2- بتطبيق قانون نيوتن الثاني على مركز عطالة الجسم (S). بين أنه توجد قوة احتكاك ثابتة $\vec{F_0}$، احسب شدتها.

الجواب:

1- ب) $a_1 = -4\,m.S^{-2}$ ، $a_2 = 2{,}8\,m.S^{-2}$

2- $F_0 = 0{,}522\,N$

الدرس 6

حَرَكةُ الكَوَاكِبِ وَالأَقمَارِ الصِّنَاعيةِ

تمهيد

إن الأعمال والاكتشافات العظيمة التي قام بها كل من: "غاليلي" و "كبلر" و"نيوتن" تشكل الحجر الأساسي لبناء الميكانيك الكلاسيكي، وتفسر لنا الظواهر الميكانيكية من حركة وتحريك وكيفية توازن الكواكب و الأقمار الاصطناعية على مداراتها تحت تأثير قوى تجاذبية معينة و خضوع الأجسام المتحركة إلى حقول ميكانيكية تؤثر فيها هذه القوى ...

فما هي القوانين الأساسية التي تتحكم في حركة هذه الكتل الضخمة وتبقيها على مداراتها المحددة دون أن تحيد عنها و دون أن تتصادم فيما بينها ؟

- كيف ينشأ توازن جسم على مداره الدائري بتجاذبه مع جسم آخر ؟

قال تعالى بعد " بسم الله الرحمن الرحيم "

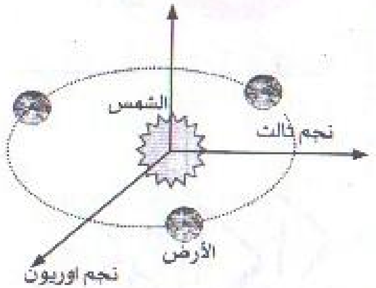
﴿ و آية لهم الليل نسلخ منه النهار فإذا هم مظلمون، والشمس تجري لمستقر لها ذلك تقدير العزيز العليم، والقمر قدرناه منازل حتى عاد كالعرجون القديم، لا الشمس ينبغي لها أن تدرك القمر و لا الليل سابق النهار و كل في فلك يسبحون ﴾ (يس 38–40)

صدق الله العظيم

❶ - قوانين " كبلر " (1571-1630)

1 - 1 مقاربة تاريخية

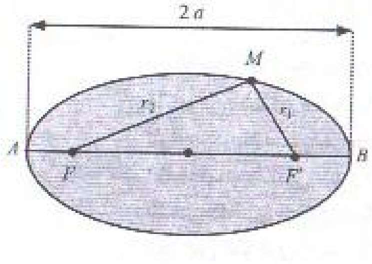
عام 1543 قام "نيكولاس كوبرنيق" بنشر نظريته الشهيرة عن النظام الشمسي، أكد فيها أن الشمس وليست الأرض هي مركز النظام الشمسي و أن الأرض كوكب مثل باقي الكواكب التي تدور كلها حول الشمس و هذا بعكس نظرية "كلوديوس" (154ب م) التي كانت سائدة آنذاك و ادرك "كبلر" صحة هذه النظرية. و عن طريق عمليات حسابية معقدة ومتعددة وضع القوانين الثلاثة العامة التي تترجم و تتحكم في حركة الكواكب.



▲ المعلم العالي " معلم كوبرنيك "

1 - 2 مفهوم القطع الناقص

القطع الناقص هو شكل هندسي ليس دائريا تماما (بيضوي) و يتميز بالخاصية الهندسية التالية:



إذا كانت القطعة المستقيمة AB التي طولها $(2a)$ محورا للقطع فإن كل نقطة M من محيط هذا القطع تبعد بالمسافتين r_2 ، r_1 عن نقطتين ثابتتين من المحور (F, F') تحقق الشرط التالي:

$$r_1 + r_2 = 2a$$

تسمى النقطتان F ، F' بالمحرقين.

● **كيف ننشئ القطع الناقص ؟**

نأخذ خيطا يكون طوله بقدر طول محور القطع الناقص (AB) ونثبت بنهايته مسمارين، ثم نثبتهما بعد ذلك في النقطتين F ، F' (محرقي القطع).

و بعد ذلك نقوم بشد كل نقطة من الخيط بقلم حتى يصبح متوترا ونقوم بإزلاق القلم دائرين حول مركز القطع.

نتيجة

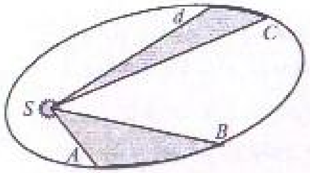
القطع الناقص هو مجموعة النقاط التي يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين دوما ثابتا. تدعى النقطتان الثابتتان بمحرقي القطع.

1 - 3 القوانين الثلاثة

● القانون الأول (قانون المسارات)

في معلم عالي (مركزه الشمس) تدور الكواكب في مسارات بشكل قطوع ناقصة تكون الشمس أحد محرقيها.

● القانون الثاني (قانون المساحات)



بين "كابلر" أن الكواكب لا تدور حول الشمس بسرعة ثابتة، و أن سرعتها تزداد كلما اقتربت من الشمس و تتناقص في الحالة المعاكسة. وينتج عن هذه الحقيقة القانون التالي:

إن القطعة المستقيمة التي تصل مركز الشمس بمركز الكواكب تمسح مساحات متساوية في أزمنة متساوية.

ففي (الشكل المرفق) تكون مساحة الجزء ASB مساوية تماما لمساحة الجزء CSd إذا كان الفاصل الزمني بين الانتقالين AB ، CD بنفس القيمة.

● القانون الثالث (قانون الأدوار)

إذا كان T هو دور حركة الكوكب حول الشمس (زمن دورة واحدة).

و كان a هو نصف طول المحور الأساسي للمسار فإن القانون الثالث ينص على ما يلي:

يتناسب دور الحركة حول الشمس مع مكعب نصف طول المحور الرئيسي لمساره بالنسبة لجميع كواكب المجموعة الشمسية $\frac{T^3}{a} = Const$

❷ - قانون التجاذب الكوني لنيوتن (تذكرة)

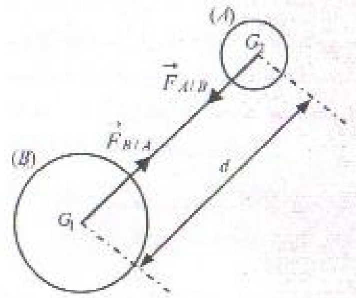
2 - 1 قوة الجذب العام

هي القوة التي تنشأ بين أي جسمين ماديين في الطبيعة، و قد اكتشفها "نيوتن" وطبقها على الكواكب. و هي القوة التي تحافظ على مسار الأرض أثناء دورانها حول الشمس. ففي عام 1687 استطاع "نيوتن" ان يصوغ قانون الجذب العام بالشكل التالي:

" أي جسمين في الطبيعة تنشأ بينهما قوة تجاذب تتناسب طردا مع جداء كتلتيهما وعكسا مع مربع المسافة الفاصلة بينهما ".

و قد استطاع "نيوتن" ان يطبق هذا القانون على النجوم و الكواكب، فباعتبار هذه الأجسام الكروية تكون متجانسة و ذات توزيع كروي منتظم فإن القوة المذكورة تنشأ بين النقطتين الماديتين المثلتين لمركزي عطالة اي كوكبين متباعدين بمسافة معينة.

إن هذا القانون ينطبق على اي جسمين في الطبيعة يكونان متباعدين بمسافة (d) و هذا بإهمال جميع التأثيرات الأخرى ، و لذلك فإنه يصاغ بالكيفية التالية:



إذا وجد جسمان A، B معزولان عن بقية الأجسام الأخرى فإنه تنشأ بينهما قوتا تجاذب بحيث:

- نقطتا التأثير هما مركزي عطالتي الجسمين.
- شدتاهما واحدة و تكون متناسبة طردا مع جداء كتلتيهما و عكسا مع مربع المسافة الفاصلة بينهما $F_{A/B}=F_{B/A}=G\frac{m_A.m_B}{d^2}$
- جهتاهما متعاكستان $\vec{F}_{A/B}=-\vec{F}_{B/A}$

يمكن صياغة هذه العلاقة بالكتابة التالية:

$$\vec{F}_{A/B}=-\vec{F}_{B/A}=-G\frac{m_1.m_2}{d^2}\vec{u}$$

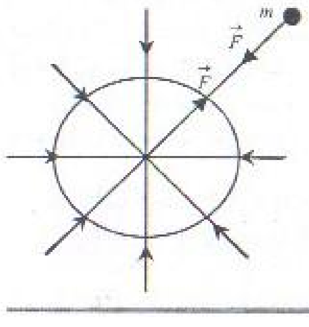
حيث $\vec{u}$ شعاع الوحدة على المحور (G_1G_2).

يدعى الثابت G بثابت التجاذب الكوني و قيمته $G=6,67\times10^{-11}\ N.Kg^{-2}.m^2$

و قد استطاع "كافنديش" عام 1788 تحديد هذا الثابت بتجربته الشهيرة.

2 - 2 حقل التجاذب و حقل الثقالة الأرضية

إذا وجد جسم كتلته m في الفضاء المحيط بالأرض على بعد d من مركز الأرض ذات الكتلة m_T فإنه يخضع لقوة جلب الأرض له $\vec{F}=-G\frac{m.m_T}{d^2}\vec{u}$



يسمى الشعاع $\vec{E}=-G\frac{m_T}{d^2}$ شعاع حقل التجاذب الأرضي. و هذا الشعاع يميز الفضاء المحيط بالأرض الذي يكون مقرا لقوى تجاذب ميكانيكية بين الأرض و مختلف الأجسام المحيطة بها.

و حسب قانون نيوتن الثاني $\vec{F}=\vec{a}.m$ يكون:

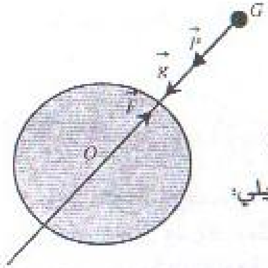
$\vec{a}.m=m\vec{E}$ فينتج أن $\vec{a}=\vec{E}$

فشعاع التسارع $\vec{a}$ لحركة مركز عطالة اي جسم موجود في حقل التجاذب الأرضي يعرف بشعاع حقل التجاذب الأرضي $\vec{E}$ و هو مستقل عن الكتلة.

و من جهة أخرى فإن ثقل الجسم $\vec{P}$ ما هو إلا قوة جذب الأرض للجسم. و كل جسم موجود في الفضاء المحيط بالأرض يكون موجودا ضمن حقل أرضي ندعوه حقل الجاذبية الأرضية،

ونميزه بالشعاع $\vec{g}$ و هكذا، فإذا اعتبرنا ان $\vec{P_1}$، $\vec{P_2}$، $\vec{P_3}$، .... هي قوى التجاذب التي تبديها الأرض على نقاط مادية مختلفة كتلتها m_1، m_2، m_3، ... محيطة بها فإنه يكون:

$$\frac{\vec{P_1}}{m_1}=\frac{\vec{P_2}}{m_2}=........\vec{g}$$



و يكون في الحالة العامة $\vec{P}=m.\vec{g}$

فإذا اعتبرنا نقطة مادية كتلتها m تبعد عن مركز الأرض مسافة (d) فإنه يكون حسب العلاقتين $\vec{F}=m\vec{E}$ ، $\vec{P}=m\vec{g}$ ما يلي:

$$\vec{E}=\vec{g}$$

فحقل الثقالة $\vec{g}$ يكون هو نفسه حقل التجاذب $\vec{E}$ المتمثل في شعاع تسارع الجاذبية الأرضية.
و هكذا ينتج مما سبق ما يلي:

- شدة شعاع تسارع الجاذبية الأرضية في نقطة من الفضاء المحيط بالأرض تبعد مسافة d عن مركزها هو:

$$g=G.\frac{m_T}{d^2}$$

تمرين تدريبي

1- احسب قوة التجاذب بين الأرض و القمر، حيث يكون:
كتلتا الأرض و القمر $m_T=5,98\times10^{24}\ Kg$ ، $m_L=7,34\times10^{22}\ Kg$
البعد بين الأرض و القمر $d=384\times10^6\ m$
ثابت التجاذب الكوني $G=6,67\times10^{-11}$
(نصف قطر القمر $R_L=1,74\times10^6\ m$ ونصف قطر الأرض $R_T=6,38\times10^6\ m$)

2- احسب شدة الجاذبية على كل من سطحي الأرض و القمر. ماذا تستنتج ؟

✔ الحل :

1) قوتا التجاذب $F=F'=G.\frac{m_T.m_L}{d^2}$

$$= 6{,}67\times10^{-11}\frac{5{,}98\times10^{24}\times7{,}34\times10^{22}}{(384\times10^{6})^2} = 2\times10^{20}N$$

2) شدة الجاذبيتين على سطحي الأرض و القمر:

$$g = G.\frac{m}{R^2} = g_T = \frac{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}98\times10^{24}}{(6{,}38\times10^{6})^2} \approx 9{,}8N/Kg$$

$$g_L = \frac{6{,}67\times10^{-11}\times7{,}34\times10^{22}}{(1{,}74\times10^{6})^2} = 1{,}62N/Kg$$

بإيجاد نسبة الجاذبيتين نحصل على $\frac{g_T}{g_L} = \frac{9{,}8}{1{,}62}$ و منه نجد $g_T \approx 6g_L$

نلاحظ أن حقل الجاذبية الأرضية يكون أكبر من حقل جاذبية القمر بحوالي ست مرات.

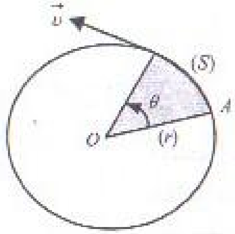
3 - الحركة الدائرية المنتظمة

لقد بين "كبلر" أن مسارات كواكب المجموعة الشمسية تكون بشكل قطوع ناقصة ما عدا كوكبين منها. وسوف نعتبر فيما يلي أن المسارات تكون دائرية تقريبا، فما هي مميزات الحركة الدائرية المنتظمة؟

3 - 1 سرعة الحركة و معادلتها الزمنية

تكون الحركة دائرية منتظمة إذا كان مسارها دائريا وكانت سرعتها ثابتة. عند الدوران على مسار دائري فإن المتحرك يقطع في كل لحظة مسافة خطية معينة (S) توافق مسحه لزاوية موافقة θ بحيث يكون $S(m) = r.\theta(rad)$. بالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد:

$$\frac{ds}{dt} = r.\frac{d\theta}{dt}$$



يمثل المقدار $\frac{ds}{dt}$ السرعة اللحظية (v) للمتحرك التي توافق سرعته الزاوية $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ فيكون $v(m.S^{-1}) = r.\omega(rad.S^{-1})$

و تكون معادلة الدوران من الشكل $\theta = \omega t + \theta_0$

3 - 2 دور الحركة و تواترها

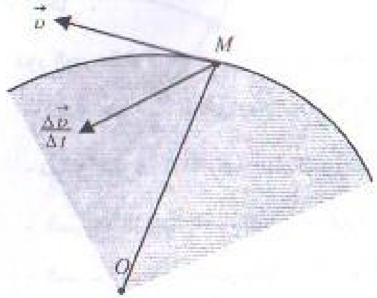
إن الدوران المتكرر للمتحرك على مسار دائري يميزه المقداران الفيزيائيان التاليان:

دور الحركة T و هو زمن الدورة الواحدة $T = \frac{2\pi}{\omega}$

تواتر الحركة N و هو عدد الدورات المنجزة في الثانية الواحدة $N = \frac{1}{T}$

و يمكن الحصول على علاقة السرعة الزاوية بالشكل $\omega = 2\pi N$

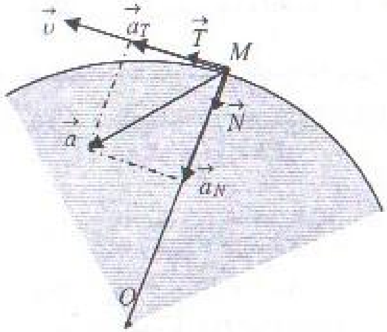
3 - 3 تسارع الحركة الدائرية المنتظمة



لنعتبر مسارا دائريا كما يبينه الشكل. و لتكن سرعة الحركة في لحظة معينة $\vec{v}$.

لقد مر معنا في دروس السنة الأولى ثانوي أن شعاع تغير السرعة $\Delta\vec{v}$ الذي يميز شعاع القوة $\vec{F}$ يتجه نحو داخل الانحناء. و خلال مجال زمني Δt فإن متوسط التغير في هذا الشعاع هو $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

فإذا كان المجال Δt قصيرا جدا فإننا نحصل على شعاع التسارع اللحظي $\vec{a} = \lim_{\Delta t\to0}\frac{\Delta\vec{v}}{dt}$



وإذا اعتبرنا معلما ذاتيا مرافقا للمتحرك $(M,\vec{N},\vec{T})$ (يدعى معلم فريني) مبدؤه M و محوراه المماس المزود بشعاع الوحدة $\vec{T}$ و الناظم للمماس المزود بشعاع الوحدة $\vec{N}$ ، فإن شعاع التسارع اللحظي يعطى في هذا المعلم بالصيغة العامة التالية:

$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v^2}{R}\vec{N} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$ حيث R نصف قطر المسار الدائري.

فإذا كانت الحركة دائرية منتظمة يكون $\frac{dv}{dt} = 0$ و نحصل على التسارع بالصيغة التالية:

$$a = a_N = \frac{v^2}{R}$$

نتيجة

إن تسارع الحركة الدائرية المنتظمة يكون ناظميا، حامله نصف قطر المسار و جهته نحو مركز الدوران و يدعى بالتسارع المركزي $a_N = \frac{v^2}{R} = \omega^2.R$

تمرين تدريبي

تدور نقطة مادية M على مسار دائري نصف قطره $r = 10\,Cm$ بحيث تمسح زاوية $\frac{\pi}{2}rad$ خلال $0{,}25\,S$. احسب دور حركتها و تواترها و سرعتها الزاوية و الخطية. وكذلك السرعة الوسطى للحركة بين اللحظتين $t_1 = 0$ ، $t_2 = \frac{T}{4}$

✓ الحل :

- دور الحركة T هو زمن دورة كاملة.

الزاوية $\frac{\pi}{2}\ rad$ توافق ربع دورة فيكون $T = 0,25\times 4 = 1\ S$

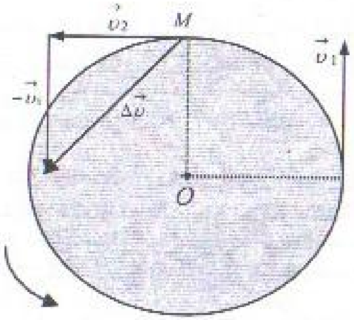
- تواتر الحركة N هو عدد الدورات المنجزة في الثانية الواحدة $N=\frac{1}{T}=1\ tr/S$
- السرعة الزاوية للحركة $\omega = \frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{1}=2\pi\ rad.S^{-1}$
- السرعة الخطية للحركة $\upsilon=\omega.r = 2\pi\times 0,1 = 0,628\ m.S^{-1}$
- يكون تسارع الحركة ناظميا $a=a_N=\frac{\upsilon^2}{R}=\frac{(0,628)^2}{0,10}\approx 3,94\ m.S^{-2}$

- حساب السرعة الوسطى للحركة بين اللحظتين $t_1=0$ ، $t_2=\frac{T}{4}$

بين اللحظتين المذكورتين تكون النقطة المادية قد دارت ربع دورة فيكون: $\vec{\upsilon}_m=\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$ بحيث نجد هندسيا:

$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2-\vec{\upsilon}_1=\vec{\upsilon}_2+(-\vec{\upsilon}_1)$

و من أجل تمثيل هذا الشعاع فإننا نرسم عند النقطة M الشعاع $\vec{\upsilon}_2$ و من نهايته نرسم الشعاع $(-\vec{\upsilon}_1)$ فيكون



الشعاع $\Delta\vec{\upsilon}$ من بداية الأول إلى نهاية الثاني، و يكون حسب الشكل:

$$\|\Delta\vec{\upsilon}\| = \sqrt{\|\vec{\upsilon}_1\|^2+\|\vec{\upsilon}_2\|^2}=\sqrt{(0,628)^2+(0,628)^2}\approx 0,88\ m.S^{-1}$$

و حيث أن $\Delta t=\frac{T}{4}=0,25\ S$ يكون $\|\vec{\upsilon}_m\|=\upsilon_m=\frac{\|\Delta\vec{\upsilon}\|}{\Delta t}=\frac{0,88}{0,25}=3,52\ m.S^{-1}$

4 - تطبيق على حركة الكواكب

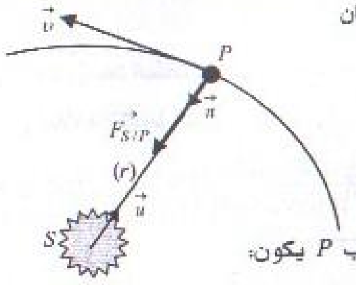
4 - 1 الحركة الدائرية للكواكب

لدراسة حركة كوكب حول الشمس فإنا ننسبها إلى معلم كوبرنيك الذي تكون الشمس (S)

هي مركزه و يكون هذا المعلم غاليليا (عطاليا) أثناء دوران الكوكب حول الشمس.

ليكن (r) هو البعد بين مركز الكوكب P و الشمس S.

إن القوة الوحيدة التي تنشأ بين الكوكب الذي كتلته (m) و الشمس التي كتلتها M هي قوة التجاذب الكوني $\vec{F}_{S/P}$.



بتطبيق قانون نيوتن الثاني على مركز عطالة الكوكب P يكون:

$$m\vec{a}_P=\sum\vec{F}_{ext}=\vec{F}_{S/P}=-G\frac{m.M}{r^2}\vec{u}=G\frac{m.M}{r^2}\vec{n}$$

$\vec{u}$ ، $\vec{n}$ هما شعاعا التوجيه. (لاحظ الشكل). وباختصار قيمة m نحصل على العلاقة:

$$\vec{a}_P = G\frac{M}{r^2}\vec{n}$$

إذا كانت حركة الكوكب P حول الشمس S دائرية منتظمة فإن التسارع المكتسب يكون بالشكل $\vec{a}_P=\frac{\upsilon^2}{r}\vec{n}$.

بالإسقاط على الناظم و التعويض نحصل على $\frac{\upsilon^2}{r}=G\frac{M}{r^2}$ و منه نجد سرعة الكوكب على مداره:

$$\upsilon=\sqrt{G\frac{M}{r}}$$

4 - 2 الدورة الزمنية لكوكب - القانون الثالث لكبلر

نفرض أن مسار الكوكب حول الشمس يكون دائريا و السرعة ثابتة، فإننا نحصل على زمن دورته حول الشمس بتطبيق قانون الحركة المنتظمة $t=\frac{d}{\upsilon}$ فيكون:

$$T=\frac{2\pi r}{\upsilon}=\frac{2\pi r}{\sqrt{G\frac{M}{r}}}=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

بتربيع الطرفين نجد $T^2=\frac{4\pi^2 r^3}{GM}$ و يكون $\frac{T^2}{r^3}=\frac{4\pi^2}{GM}=Const$

إن ثابت التناسب هذا لا يتعلق بالكوكب. نحصل على قانون "كبلر" الثالث في حالة الحركة الدائرية المنتظمة و هو أن النسبة المذكورة لا تتعلق إلا بالنجم الجاذب (الشمس).

تمرين تدريبي

بمعرفة دور حركة الأرض حول الشمس (365,26 يوم) تقريبا، و البعد بين الأرض و الشمس $r=1,49\times10^{11}\ m$ أوجد الكتلة التقريبية للشمس.

✓ الحل :

من العلاقة المحصل عليها سابقا $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\,M}}$ يكون:

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{G\,T^2} = \frac{4\pi^2 \times (1{,}49\times 10^{11})^3}{6{,}67\times 10^{-11}\times (365{,}26\times 86400)^2} \approx 2\times 10^{30}\ Kg$$

5 - الأقمار الصناعية الأرضية

5 - 1 كيف يوضع القمر الصناعي على مداره ؟

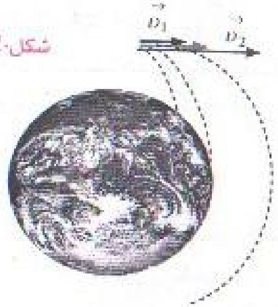
تستعمل الصواريخ لإصعاد الأقمار الصناعية إلى مداراتها حول الأرض. و عند بلوغ الارتفاع المحدد لوضع القمر الصناعي يدور الصاروخ في المدار حول الأرض و يحرر القمر الصناعي الذي يقذف بالنسبة للأرض على مداره بسرعة محددة تجعله يتزن على مداره و تكون هذه السرعة كافية للتغلب على قوة جذب الأرض له. و تدعى هذه السرعة بسرعة الهروب (شكل-1).

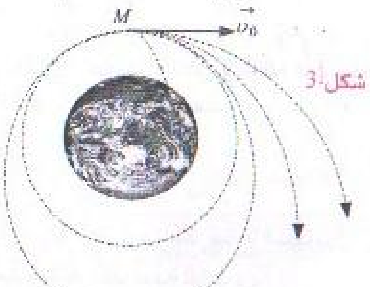
شكل-1

و لفهم معنى سرعة الهروب هذه لاحظ (الشكل-2) :

- عند دفع القمر الصناعي على مداره في حقل الجاذبية الأرضية بسرعة $\vec{v}_1$ غير ملائمة فإن القمر الصناعي يسقط تحت تأثير قوة جذب الأرض له و يصطدم بها.
- أما إذا قذف بسرعة $\vec{v}_2 \rangle \vec{v}_1$ فإنها تكون كافية لكي يسقط بعيدا عن سطح الأرض و يرسم حولها مسارا دائريا أكبر من نصف قطر الأرض.
- و إذا كانت سرعة القذف كبيرة و تفوق السرعة المحددة فإنه يبتعد كثيرا عن سطح الأرض ويرسم مسارا بشكل قطع ناقص، و قد يرسم مسارا بشكل قطع زائد حيث يبتعد إلى اللانهاية و يضيع في الفضاء الخارجي (شكل-3).

شكل-2





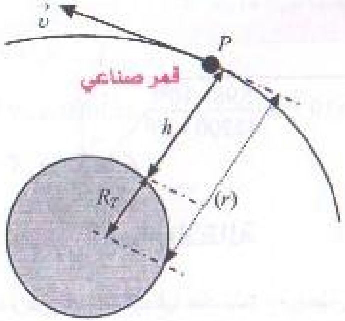
شكل-3

5 - 2 ما هي سرعة التوازن على المدار الأرضي ؟

وجدنا سابقا أن سرعة الكوكب الدائر حول الشمس بحركة دائرية منتظمة تعطى بالعلاقة التالية $v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$.

فإذا اعتبرنا قمرا صناعيا يدور حول الأرض التي كتلتها M_T و نصف قطرها R_T على ارتفاع h من سطحها، فإن نصف قطر المدار الدائري يكون $r = R_T + h$ و تكون سرعة القمر الصناعي على مداره معطاة بالعلاقة التالية:

$$v = \sqrt{G\frac{M_T}{R_T + h}}$$



و يصبح دور حركته حول الأرض معطى بالعلاقة:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G\,M_T}}$$

و انطلاقا من هذه العلاقة يمكن إيجاد قانون كبلر ثانية بالشكل التالي:

$$\frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{4\,M^2}{G\,M_T} = Const$$

و يمكن التعبير عن السرعة و دور القمر الصناعي بدلالة تسارعي الجاذبية الأرضية (g_0) على سطح الأرض و (g) على ارتفاع h من سطحها بأخذ علاقة التسارع الأرضي المحسوبة سابقا:

$$a_N = g = G\frac{M_T}{(R+h)^2}.$$

فعلى سطح الأرض تكون $g_0 = G\frac{M_T}{R^2}$

و على ارتفاع h يكون $g = G\frac{M_T}{(R+h)^2}$

بقسمة g على g_0 نجد $g = g_0\frac{R^2}{(R_T+h)^2}$. وبالتعويض في علاقتي v ، T نحصل على ما يلي:

$$v = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T + h}} \quad , \quad T = 2\pi\frac{(R_T+h)}{R}\sqrt{\frac{R_T+h}{g_0}}$$

و هاتان العلاقتان محسوبتان بالنسبة لمرجع مركزي أرضي يفرض انه غاليلي.

5 - 3 الأقمار الصناعية المستقرة بالنسبة للأرض

إن الاتصالات السلكية واللاسلكية و شبكات التلفزيون العالمية تستوجب وجود أقمار صناعية مستقرة بالنسبة للأرض حتى يبقى إرسالها يغطي نفس المساحة التي يراقبها من سطح الأرض و يبقى الإرسال مستمرا عند دوران الأرض و لذلك توضع أقمار صناعية على ارتفاعات معينة بحيث تكون موافقة للأرض تدور معها في نفس الاتجاه، و بنفس السرعة الزاوية فيكون دورها $T \approx 24\,h$ و كي يتحقق هذا الشرط فإن المدار يجب أن يكون استوائيا.

لنبحث عن الارتفاع h الموافق لهذا الشرط و عن سرعة الدوران المناسبة لهذا الغرض:

- من علاقة الدور يكون $R_T + h = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}}$.

باخذ $M_T = 5{,}98\times10^{24}\ Kg$ كتلة الأرض،
و $R_T = 6400\ Km$ نصف قطرها نجد ان الارتفاع المطلوب هو $h = 35800\ Km$ و تكون سرعة الدوران على المدار هي:

$$\upsilon = \sqrt{G\frac{M_T}{R_T+h}}$$

$$= \sqrt{6{,}67\times10^{-11}\times\frac{5{,}98\times10^{24}}{42200\times10^{3}}} = 3080\ m\,.\,S^{-1}$$

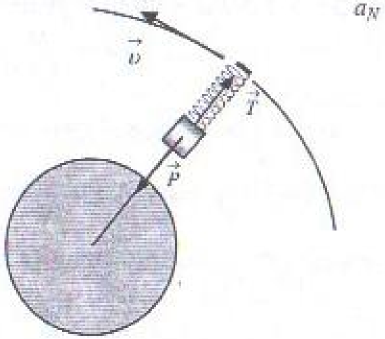
$$= 3{,}80\ Km\,.\,S^{-1}$$

5 - 4 انعدام الثقالة

نفترض جسما نقطيا كتلته m معلق بربيعة مثبتة في مقصورة قمر صناعي يدور في مداره الدائري حول الأرض. بتطبيق قانون نيوتن الثاني على مركز عطالة هذه المقصورة يكون:

$\sum \vec{F_i} = m\,\vec{a_N}$ اي ان $\vec{P} = m\,\vec{a_N}$. و منه نجد $a_N = g$

فتسارع المقصورة هو إذن نفسه شعاع الجاذبية الأرضية $\vec{g}$ في تلك النقطة.



- و إذا كان هذا الجسم متزنا بالنسبة للمقصورة فإن تسارع المقصورة هو نفسه تسارع هذا الجسم، و بتطبيق قانون نيوتن الثاني على هذا الجسم

ينتج لدينا $m\,\vec{g} + \vec{T} = m\,\vec{a_N}$

و منه نجد $\vec{T} = m\,(\vec{a_N} - \vec{g})$

و حيث أن $\vec{a_N} = \vec{g}$ فإنه يكون $\vec{T} = 0$ فالتوتر معدوم.

و هكذا نجد أن الجسم الموجود في المقصورة يبقى في حالة توازن حتى و لو لم يكن مشدودا بالنابض و يكون ثقله معدوما و ليس معنى هذا انعدام الجاذبية الأرضية أو حقل التجاذب الأرضي. و هذا ما يحدث لرجال الفضاء الذين يشعرون بانعدام أوزانهم و يظلون يحلقون في الفضاء دون ارتكاز.

نتيجة

يحدث انعدام الأوزان ظاهريا في حقل الثقالة الأرضية، عندما يكون لجميع الأجسام تقريبا نفس التسارع في نفس المكان، و يكون هذا التسارع مستقلا عن الكتلة.

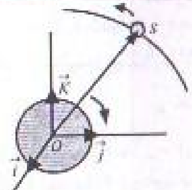
تمرين تدريبي

قمر صناعي (S) دوره $T \approx 24\,h$ يدور بعكس جهة دوران الأرض و يوجد بداخله شخص كتلته $m = 60\ Kg$.

1- ما هو الدور الظاهري للقمر الصناعي بالنسبة لـ:
ا) معلم أرضي مركزي. ب) معلم مرتبط بسطح الأرض.

2- بماذا يشعر الشخص الموجود داخل القمر الصناعي؟ ما هو ثقله؟

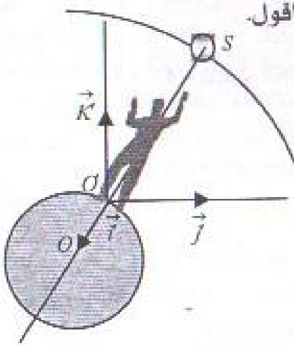
✓ الحل :



1) الدور الظاهري للقمر الصناعي:

ا) بالنسبة لمعلم أرضي مركزي $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{K})$

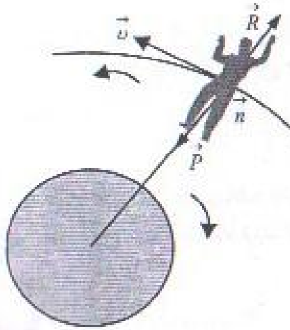
يكون $T_A = \infty$ لأن الشعاع $\vec{OS}$ يحدد موضع القمر الصناعي بالنسبة لـ O في كل لحظة أثناء دورانه.
فمبدأ المعلم و القمر الصناعي موجودان دوما على نفس الشاقول.



ب) بالنسبة لمعلم مرتبط بسطح الأرض $(O',\vec{i'},\vec{j'},\vec{K'})$ ،
يكون الدور الظاهري هو $T_A = 12\,h$.
فالمراقب الأرضي الموجود في (O') يرى القمر الصناعي مرة كل 12 ساعة لأن لهما نفس الدور و لكن في اتجاهين متعاكسين.

2) بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الشخص الموجود داخل القمر الصناعي يكون $\vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a_N}$

حيث $\vec{R}$ هو رد فعل مقصورة القمر الصناعي على الشخص الموجود بداخلها.



بالإسقاط على الناظم $\vec{n}$ يكون:

$P - R = m\,a_N$ و منه نجد $R = m\,(g - a_N)$ .... (1)

و بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (قمر صناعي شخص) يكون:

$\vec{P'} = M\,\vec{a_N}$. اي ان $M\,\vec{g} = M\,\vec{a_N}$

فيكون $\vec{a_N} = \vec{g}$

بالتعويض في العلاقة (1) نجد ان $R = 0$

فرد الفعل يكون: معدوما مما يبين انعدام وزن الشخص.

خلاصة

1- تنص قوانين كبلر الثلاثة على ما يلي:
في معلم عالي تدور كواكب المجموعة الشمسية في مدارات بشكل قطوع ناقصة تكون الشمس أحد محرقيها.
إن القطع المستقيمة التي تصل مركزي الشمس والكوكب تمسح مساحات متساوية في أزمنة متساوية.
يتناسب دور حركة الكوكب مع مكعب نصف طول المحور الرئيسي لمساره.

2- يعطى قانون التجاذب الكوني لنيوتن بالعلاقة:

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G\,\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}\,\vec{u}$$

3- يتميز حقل الجاذبية الأرضية في كل نقطة منه في الفضاء بشعاع تسارع الجاذبية الأرضية $\vec{a} = \vec{g} = G\,\dfrac{M_T}{d^2}\,\vec{u}$

4- تتميز الحركة الدائرية المنتظمة بتسارع مركزي $a_N = \dfrac{v^2}{R}$

5- تعطى سرعة كوكب على مساره الدائري بالعلاقة $v = \sqrt{G\,\dfrac{M_S}{r}}$

6- يعطى دور الكوكب حول الشمس بالعلاقة $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{G\,M}}$

7- تعطى سرعة قمر صناعي على مداره حول الأرض بالعلاقة:
$v = \sqrt{G\,\dfrac{M_T}{R_T + h}}$ و دوره بالعلاقة $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R_T + h)^3}{G\,M_T}}$

8- بإدخال علاقة الجاذبيتين g_0 على سطح الأرض، g على ارتفاع معين منها نحصل على العبارتين السابقتين بالشكل التالي:

$$v = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T + h}} \quad , \quad T = 2\pi\,\frac{(R_T + h)}{R}\sqrt{\frac{R_T + h}{g_0}}$$

9- تنعدم أوزان الأجسام الموجودة ا في الأقمار الصناعية بسبب التسارع المركزي المكتسب.

وثيقة دراسية

تطور علم الفلك

في القرن الثالث قبل الميلاد جاء أحد المفكرين آنذاك بفكرة تقول أن النجوم ثوابت و أن ما نراه من حركتها هو مجرد حركات ظاهرية ناجمة عن دوران الأرض. و لم يكن هناك إلا عدد قليل من على استعداد لتقبل هذه الفكرة.

كوبرنيك (1473-1543)

في القرن الثاني بعد الميلاد خرج "كلوديوس" بنظرية تقول أن الأرض ثابتة تحتل مركز الكون و تدور حولها الشمس و بقية الكواكب الأخرى.

ظلت هذه الفكرة قائمة لأكثر من ألف عام حتى بدأ الاهتمام بدراسة تلك المسألة في عصر النهضة، وبدأ التفكير في وجود نظام آخر يزودنا بتفسير أكثر سلامة و أكثر مطابقة للأرصاد الفلكية عندما ظهر التلسكوب الفضائي. و كان من بين الذين أثار اهتمامهم حل تلك المسألة أحد رجال الدين البولنديين المسمى "نيقولا كوبرنيق".

أخرج "نيقولا كوبرنيق" كتاب عن الأجرام السماوية و بدأ بفرض أن الشمس هي مركز الكون بدلا من الأرض و أن الأرض تدور حول الشمس مرة كل عام، و فسر تعاقب الليل و النهار بدوران الأرض حول نفسها و ليس بتحرك الشمس و النجوم.

و جعل "كوبرنيق " للكواكب الأخرى التي كانت معروفة آنذاك مسارات مشابهة حول الشمس، و هي (عطارد، الزهرة، المريخ، المشتري، زحل). أما القمر فله مسارا خاصا حول الأرض.

على الرغم من أن الزمن قد بين من أن نظرية كوبرنيق لم يكن صائبا تماما (فالشمس لم تكن مثلا مركز الكون ، و إنما عبارة عن نجم عادي من بين ملايين النجوم) فلا شك أن ما أضافه من حقائق لعلم الفلك فإنه يفوق ما أضافه أي رجل آخر. و لقد كانت أعماله ملهمة لمن جاؤوا بعده من الفلكيين أمثال "غاليلو".

أثبت "كيبلر" أن النظام الذي وضعه "كوبرنيق" عن مركزية الشمس هو الوحيد الذي يعكس الحقيقة بدقة. و عن طريق عمليات حسابية طويلة و معقدة تمكن من وضع قوانينه الثلاثة.

مازالت هذه القوانين الثلاثة حتى يومنا قوانين أساسية. و تعتبر خطوة كبيرة إلى الأمام في

المعرفة البشرية. و كان "كيبلر" هو أول شخص يحسب خطوط الطول و العرض بدقة.

- في عام 1609 سمع "غاليلو" عن المنظار الفلكي (التلسكوب) الذي كان قد اخترعه "زكرياس يانسن" الهولندي فبدأ على الفور في صنع أجهزة مماثلة و تمكن في فترة قصيرة من عمل عدة تلسكوبات مفيدة كان يرصد بها الأشياء ليلا في السماء. و كان القمر أول شيئ رصده وسرعان ما رأى على خلاف الرأي العام أن سطحه ليس أملسا بل مغطى بمنخفضات عميقة وسلاسل جبلية. ثم رصد "زحل" فرأى انه لا يتكون من جسم واحد بل من ثلاثة أجسام متجاورة. و لقد أوضحت الأرصاد التالية باستخدام تلسكوبات أضخم أن ما ظنه بكواكب صغيرة كانت في الواقع سحبا من جسيمات صغيرة. و يبقى أول رجل شاهد حلقات "زحل" هو "غاليلو".

ولد " إسحاق نيوتن" في العام الذي توفي فيه "غاليلو" .و أوضح قانون الجاذبية الأرضية الذي يفسر التوازن الموجود في الكون، و قوانين الحركة في شكلها النهائي متبعا منهج "غاليلو".

يمكننا عقد مقارنة بين أعمال "كوبرنيق" و وضع القوانين الثلاثة لسير كواكب المجموعة الشمسية. في حين أن "غاليلو" كان يبحث و يتساءل عن مصدر القوى العظيمة التي تحرك الكواكب و توصل إلى مبدأ العطالة.

و أضاف نيوتن "انه لا بد من تأثير قوة خارجية من اجل تغيير مسار الجسم الذي يتحرك بحركة منتظمة."

تطبيقات نموذجية

تطبيق 1

حركة قمر صناعي في حقل الجاذبية الأرضية

قمر اصطناعي كتلته m يرسم أثناء دورانه مسارا دائريا حول الأرض نصف قطره r و مركزه النقطة (O) مركز الأرض.

1-أ) اعط عبارة القوة الجاذبة $\vec{F}$ المؤثرة على هذا القمر الاصطناعي بدلالة G (ثابت الجذب العام) و كتلة الأرض M_T و m، r . حدد مميزات هذه القوة.

ب) برهن أن حركة القمر الصناعي تكون دائرية منتظمة.

جـ) أوجد عبارة السرعة v بدلالة نصف قطر الأرض R و التسارع الأرضي g_0 على سطح الأرض و g على المدار.

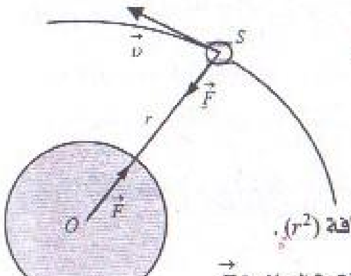
2- علما أن السرعة الزاوية للقمر الصناعي هي $\omega = 1{,}083\times10^{-3}\ rad.S^{-1}$

احسب سرعته الخطية v و الارتفاع h الذي يدور عليه بالنسبة لسطح الأرض.

- استنتج شدة الجاذبية الأرضية g عند هذا الارتفاع.

(يعطى نصف قطر الأرض $R = 6370\ Km$ ، $g_0 = 9{,}8\ m.S^{-2}$).

✓ الحل :



1) أ) القوة التي تطبقها الأرض على القمر الصناعي هي:

$$F = G\frac{m.M}{r^2}$$

و هذه القوة يكون حاملها الشاقول $(O S)$ و جهتها نحو مركز الأرض (O) و شدتها تتناسب طردا مع جداء الكتلتين M ، m و عكسا مع مربع المسافة (r^2).

ب) محصلة القوى المؤثرة على القمر الاصطناعي هي القوة الجاذبة $\vec{F}$ التي تتجه نحو مركز المسار (O) فهي قوة مركزية جاذبة فيكون التسارع المكتسب ناظميا $\vec{a_N}$ و الحركة دائرية منتظمة.

جـ) قوة جذب الأرض $\vec{F}$ للقمر الصناعي تكون بقدر ثقله $\vec{P}$ ؛ ومنه يكون: $F = m g = G\frac{m M}{r^2}$

$g = G\frac{M}{r^2}$ الجاذبية على بعد r من الأرض.و على سطح الأرض تكون $g_0 = G\frac{M}{R^2}$

بقسمة g على g_0 نجد :

$$g = g_0 \cdot \frac{R^2}{r^2}$$

بتطبيق قانون نيوتن الثاني يكون $\vec{F} = m.\vec{a}$

$$mg = m.a_N \rightarrow a_N = g$$

بالتعويض نجد:

$$\frac{v^2}{r} = g_0 \frac{R^2}{r^2} \rightarrow v = \sqrt{g_0 \frac{R^2}{r}} \ .... (1)$$

2) لدينا $v = \omega r$.......(2)

من العلاقة (1) نجد $r = \frac{g_0 R^2}{v^2}$ ومن العلاقة (2) نجد $r = \frac{v}{\omega}$

بقسمة العلاقتين طرفا لطرف نجد أن $1 = \frac{g_0 R^2}{v^2} \times \frac{\omega}{v}$ فنحصل على ما يلي:

$$v^3 = g_0 . R^2 . \omega \rightarrow v = \sqrt[3]{g_0 . R^2 . \omega}$$

$$v = \sqrt[3]{9,8 \times (6370\times10^3)^2 \times 1,083\times10^{-3}}$$

$$= 7,55\times10^{-3}\, m.S^{-1} = 7,55\, Km.S^{-1}$$

- لدينا $r = \frac{v}{\omega}$ حيث $r = R + h$ فيكون :

$$h = r - R$$

$$= \frac{v}{\omega} - R = \frac{7,55\times10^{-3}}{1,083\times10^{-3}} - 6370\times10^3$$

$$\approx 603\times10^3\, m = 603\, Km$$

- من العلاقة $g = g_0 = \frac{R^2}{r^2}$ يكون :

$$g = 9,80\left(\frac{6370}{6370+603}\right)^2 = 8,18\, m.S^{-2}$$

تطبيق 2 إيجاد سرعة نقطة من محيط الأرض

يبلغ نصف قطر الأرض المقدار $R = 6380\, Km$ و تدور حول نفسها في 24 ساعة تقريبا.

1- احسب سرعتها الزاوية ثم سرعة نقطة من محيطها M_0 تقع على خط الاستواء.

2- ما هي سرعة نقطة أخرى M من محيط الأرض يصنع شعاع موضعها مع خط الاستواء زاوية $\theta = 45°$ ؟

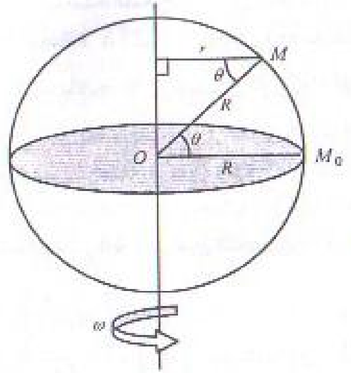
✓ الحل :

1) السرعة الزاوية لدوران الأرض:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24\times3600} = 7,26\times10^{-5}\, rd/S$$

سرعة النقطة M_0 التي تقع على خط الاستواء

$$v_0 = R.\omega = 6380\times10^3 \times 7,26\times10^{-5} = 463\, S$$



2) النقطة M على محيط الأرض و التي لها نفس خط العرض يكون لها نفس السرعة الزاوية للدوران و تختلف سرعتها الخطية لأنها تدور على مسار دائري آخر مختلف نصف قطره r .

بحيث يكون:

$\omega = \frac{v_0}{R} = \frac{v}{r}$ فنجد $v = \omega . r$ حيث أن $Cos\,\theta = \frac{r}{R} \longrightarrow r = R\, Cos\,\theta$

بالتعويض نجد ما يلي:

$$v = \omega . R . Cos\,\theta = v_0\, Cos\,\theta = 463\times\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 327\, m/S$$

تطبيق 3 شعاعا السرعة و التسارع الوسطيين في الحركة الدائرية المنتظمة

تدور نقطة مادية (M) على محيط دائرة مركزها (O) و نصف قطرها $r = 10\, Cm$ بسرعة ثابتة قدرها $0,2\,\pi\, m.S^{-1}$. في اللحظة $t = 0$ تمر من مبدأ الفواصل المنحنية (A) في الاتجاه الموجب للحركة.

1- احسب السرعة الزاوية للحركة و دورها.

2- اكتب معادلة حركتها $\theta = f(t)$

3- اوجد بين اللحظتين $t_1 = 0,25\, S$ ، $t_2 = 0,50\, S$ شدة شعاعي السرعة و التسارع الوسطيين للحركة و بين اتجاههما.

✓ الحل :

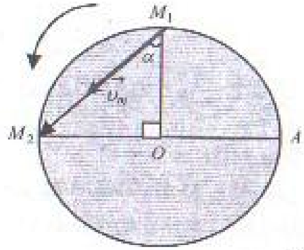
1) حساب السرعة الزاوية للحركة و دورها ،

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1\, S \quad ، \quad \omega = \frac{v}{r} = \frac{0,20\,\pi}{0,10} = 2\,\pi\, rad.S^{-1}$$

2) معادلة الدوران $\theta = f(t)$

$\theta = \omega t + \theta_0$. لما $t = 0$ يكون $\theta = 0$ ، $\omega \rangle 0$ فنجد بالتعويض ما يلي:

$0 = \omega\times0+\theta_0 \Rightarrow \theta_0 = 0$. نحصل على المعادلة $\theta = 2\,\pi\, t$



3) حساب شدة الشعاع $\vec{v}_m$ بين اللحظتين t_1 ، t_2

في اللحظة $t_1 = 0,25\ S$ يكون موضع المتحرك هو M_1

المحدد بالفاصلة الزاوية $\theta_1 = 2\pi \times 0,25 = \frac{\pi}{2}$

و في اللحظة $t_2 = 0,50\ S$ يكون هو الموقع M_2

المحدد بالفاصلة الزاوية $\theta_2 = 2\pi \times 0,5 = \pi$

شعاع السرعة $\vec{v}_m$ بين اللحظتين t_1 ، t_2 هو $\vec{v}_m = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\Delta t}$ و شدته هي:

$\|\vec{v}_m\| = \frac{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|}{\Delta t}$ حيث يكون $\|\overrightarrow{M_1M_2}\| = \sqrt{r^2+r^2} = r\sqrt{2}$. ومنه نجد:

$$\|\vec{v}_m\| = \frac{r\sqrt{2}}{\Delta t} = \frac{0,1\sqrt{2}}{0,50-0,25} = 0,564\ m.S^{-1}$$

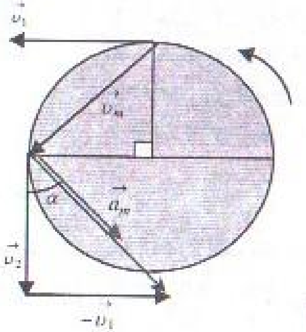
و هذا الشعاع محمول على شعاع الانتقال $\overrightarrow{M_1M_2}$ و موجه في نفس جهته. و تتعين هذه الجهة بالزاوية α بحيث يكون $\tan\alpha = \frac{r}{r} = 1 \Rightarrow \alpha = 45°$

- إيجاد شعاع التسارع الوسطي $\vec{a}_m$ بين اللحظتين t_1 ، t_2؛

طويلة شعاع السرعة $\|\vec{v}_1\| = 0,2\pi\ m.S^{-1}$ و هو ثابت الشدة.

نرسم عند النقطة M_1 الشعاع $\vec{v} = \vec{v}_1$ و عند النقطة M_2 الشعاع $\vec{v} = \vec{v}_2$ فيكون:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)}{\Delta t}$$



من نهاية الشعاع $\vec{v}_2$ نرسم الشعاع $(-\vec{v}_1)$ المعاكس

لـ $\vec{v}_1$ فيكون:

$$\|\Delta\vec{v}\| = \|\vec{v}_1 - \vec{v}_2\| = \sqrt{{v_1}^2 - {v_2}^2} = v_1\sqrt{2}$$

ومنه نجد:

$$\|\vec{a}_m\| = \frac{\|\Delta\vec{v}\|}{\Delta t} = \frac{v\sqrt{2}}{\Delta t} = \frac{0,2\pi - \sqrt{2}}{0,25} = 3,542\ m.S^{-2}$$

و هذا الشعاع محمول على الشعاع $\Delta\vec{v}$ و موجه في نفس جهته بحيث $[\vec{v}_2, \vec{a}_m] = 45°$

تطبيق 4 الحركة الظاهرية لجسم داخل مصعد و داخل قمر صناعي

كتلة نقطية m مثبتة بنهاية ربيعة موجودة داخل مصعد تشير في حالة السكون إلى الشدة $0,49N$.

1- بأخذ شدة الجاذبية الأرضية $g = 9,80\ m.S^{-2}$ في ذلك المكان.

أ) احسب مقدار استطالة نابض الربيعة، إذا كان ثابت مرونته $K = 49\ N.m^{-1}$.

2- يرتفع المصعد نحو الأعلى ابتداء من السكون فتشير الربيعة إلى الشدة $0,53\ N$ أثناء هذه الحركة.

أ) إلى ماذا تشير قراءة الربيعة هذه ؟ كيف تفسر قيمة و اتجاه تغير الثقل ؟

ب) استنتج مقدار تسارع المصعد.

جـ) ما هو الثقل الظاهري لشخص كتلته $m = 60\ Kg$ موجود بالمصعد.

- في أية ظروف يفقد هذا الشخص وزنه ؟

3- تثبت الربيعة و الكتلة (m) شاقوليا داخل مركبة فضائية تدور في مدار دائري حول الأرض، بحيث تكون حركتها دائرية منتظمة على ارتفاع $h = 500\ Km$ من سطح الأرض. إذا كان نصف قطر الأرض هو $R = 6370\ Km$

أ) احسب شدة شعاع تسارع الجاذبية الأرضية $\vec{g}$ على هذا الارتفاع.

ب) احسب قوة جذب الأرض للكتلة (m) .

جـ) إلى ماذا تشير الربيعة على هذا الارتفاع ؟ علل.

4- تدور المركبة الفضائية بالشروط السابقة حول الأرض، و تمر من شاقول المدينة (A) الواقعة على سطح الأرض على الساعة 12 ، ثم من المدينة (B) . الواقعة على نفس خط العرض بعد 14,2 min . أوجد البعد بين المدينتين على سطح الأرض.

(يعطى $G = 6,67\times10^{-11}$ ثابت التجاذب الكوني).

✓ الحل :

1) أ) ايجاد قيمة الكتلة (m) :

في حالة السكون $\vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$ ومنه $T - P = 0$.

و يكون:

$T = P = 0,49\ N$ دلالة الربيعة ومنه نجد :

$$m.g_0 = p \longrightarrow m = \frac{P}{g_0} = \frac{0,49}{9,8} = 0,05\ Kg$$

إذن $m = 50\ g$

ب) استطالة النابض:

من العلاقة $T = K.\Delta l$ يكون $\Delta l = \frac{T}{K} = \frac{0,49}{49} = 0,01\ m$. إذن $\Delta l = 1\ Cm$

قراءة الربيعة أثناء الحركة الصاعدة:

تشير الربيعة في كل لحظة إلى توتر النابض الذي يدل في كل لحظة على مقدار الثقل المعلق والذي تتغير قيمته بتغيير التسارع. فهو ثقل ظاهري يزداد أثناء الصعود بسبب تأثير التسارع.

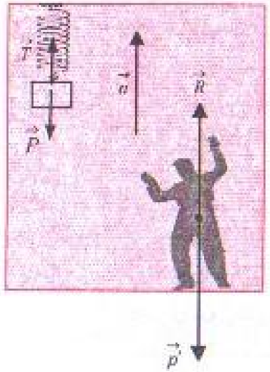
تسارع المصعد:

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على مركز عطالة الربيعة يكون :

$\vec{T} + \vec{P} = m\,\vec{a}$

بالإسقاط $T - m\,g = m\,a$ ومنه:

$a = \frac{T - m\,g}{m} = \frac{0,53 - 0,05\times 9,8}{0,05} = 0,8\,m.S^{-2}$



جـ) الثقل الظاهري للشخص الموجود بالمصعد

يخضع الشخص إلى قوة ثقله $\vec{P'}$ و رد فعل أرضية المصعد $\vec{R}$ عليه.

بتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد:

$\vec{R} + \vec{P'} = m\,\vec{a}$ بالإسقاط يكون:

$R - m\,g = m\,a$ ومنه $R = m\,(g + a)$

فرد الفعل $\vec{R}$ إذن يمثل الثقل الظاهري للشخص الذي يتعلق بتسارع المصعد:

ففي حالة السكون $(a = 0)$ يكون هذا الثقل حقيقيا $R = m\,g$

و في حالة الحركة المتسارعة نحو الأعلى يزداد ويصبح أكبر من الثقل الحقيقي وقيمته:

$R = m\,(g + a) = 60\,(9,8 + 0,8) = 636\,N$

اما الظروف التي يمكن فيها لهذا الشخص أن يفقد وزنه فهي الظروف التي يحس فيها بانعدام ثقله. ويكون ثقله الظاهري $R = 0$.

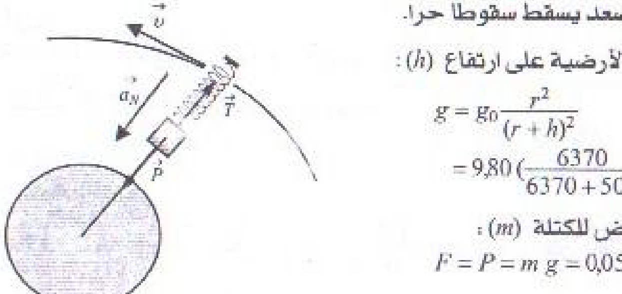
اي أن $0 = m\,(g + a)$ منه $g + a = 0$ ينتج أن $a = -g$

إذن يحدث انعدام الوزن، عندما تكون حركة المصعد متباطئة نحو الأعلى بتسارع مساو لتسارع الجاذبية الأرضية. ولكن هذا صعب التحقيق.

ولو كانت الحركة تتم نحو الأسفل، فإنه يكون $R = m\,(g - a)$ من أجل $a = g$

فهنا يفقد الشخص وزنه إذا كانت الحركة متسارعة بتسارع $a = +g$

ويتم هذا بجعل المصعد يسقط سقوطا حرا.



3) أ) تسارع الجاذبية الأرضية على ارتفاع (h) :

$g = g_0\,\frac{r^2}{(r+h)^2}$

$= 9,80\,(\frac{6370}{6370+500}) = 8,42\,m.S^{-2}$

ب) قوة جذب الأرض للكتلة (m) :

$F = P = m\,g = 0,05\times 8,42 = 0,421\,N$

جـ) دلالة الربيعة على الارتفاع المذكور

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الكتلة (m) :

$\vec{T} + \vec{P} = m\,\vec{a_N}$ بالإسقاط $m\,g - T = m\,a_N$ ومنه:

$T = m\,(g - a_N)$ .... (1)

و بتطبيق قانون نيوتن الثاني على مركز عطالة المركبة الفضائية أثناء الدوران يكون:

$\vec{P'} = m\,\vec{a_N}$ ومنه $m'\,g = m'\,a_N$ نحصل على ما يلي:

$a_N = g$ .... (2)

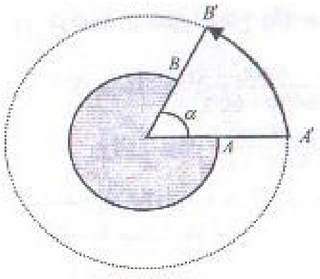
فتسارع الحركة إذن يقدر تسارع حقل الجاذبية الأرضية في تلك النقطة و هو نفسه تسارع حركة الكتلة النقطية (m) .

بالتعويض في العلاقة (1) نجد $T = 0$.

فالربيعة تشير على انعدام ثقل الكتلة (m) و هذا ما يسببه التسارع.

4) إيجاد البعد بين المدينتين A ، B على سطح الأرض

عندما تدور المركبة على مدارها حول الأرض زاوية (α) ، أثناء انتقالها من شاقول المدينة (A) نحو شاقول المدينة (B) يكون:



$\alpha = \frac{\widehat{A'B'}}{r+h} = \frac{\widehat{AB}}{r}$ ومنه نجد:

$\widehat{AB} = \alpha\,.\,r$ .... (1)

الحركة دائرية منتظمة فيكون:

$\alpha = \omega\,t = \frac{v^2}{r+h}\,t$ .... (2)

و لدينا $a = g = \frac{v}{r+h}$ فيكون:

$v = \sqrt{g(r+h)}$

$= \sqrt{8,42(6370+500)\times 10^3} \cong 7600 mS^{-1}$

وهي سرعة المركبة الفضائية على مدارها.

بالتعويض في العلاقة (2) نجد $AB = 0,942\times 6370$

إذن $\widehat{AB} = 6000Km$ البعد بين المدينتين.

تطبيق 5 حركة الأقمار الصناعية

يوضع قمران صناعيان (L_1) ، (L_2) على مدارين استوائيين حول الأرض على الارتفاعين $h_1 = 600\,Km$ ، $h_2 = 800\,Km$ على الترتيب بحيث تكون حركتهما حول الأرض دائرية منتظمة.

1- إذا أخذنا قيمة الجاذبية الأرضية على سطح الأرض $g = 10\,m.S^{-2}$ فاستنتج

قيمتيها على الارتفاعين المذكورين ، ثم استنتج قيمتي السرعتين υ_1 ، υ_2 للقمرين الصناعيين على مداريهما حتى تكون حركتهما دائرية منتظمة. يعطى نصف قطر الأرض مساويا $6400\ Km$.

2- كم من مرة في اليوم يظهر كل من القمرين الصناعيين لمراقب أرضي موجود في نقطة من خط الاستواء؟ ادرس الحالات المختلفة الممكنة.

3- احسب الدور الظاهري للقمر الصناعي (L_2) بالنسبة لمراقب جوي موجود في القمر الصناعي (L_1) ، ثم استنتج مقدار الزاوية التي تدورها الأرض حينئذ.

4- إذا أردنا أن نجعل دور القمر الصناعي (L_1) و هو على الارتفاع المذكور $T = 24\ h$ ، بحيث يكون دورانه في نفس اتجاه دوران الأرض:

ا) احسب السرعة الخطية الموافقة.

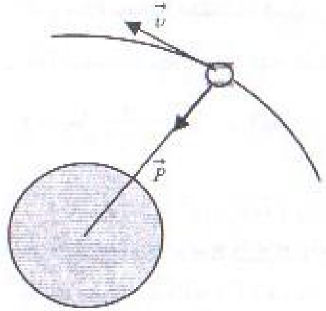
ب) فسر كيف يبدو هذا القمر الصناعي بالنسبة لمراقب أرضي مرتبط بها ؟ بماذا توحي إليك هذه الفكرة ؟!

✓ الحل :

1) ترتبط g على ارتفاع (h) من سطح الأرض بالعلاقة $g = g_0 \dfrac{R^2}{(R+r)^2}$ ومنه:

$$g_1 = 10\left(\frac{6400}{6400+600}\right)^2 \cong 8{,}36\ m.S^{-2}$$

$$g_2 = 10\left(\frac{6400}{6400+800}\right)^2 \cong 7{,}90\ m.S^{2}$$



بتطبيق قانون نيوتن الثاني على مركز عطالة الجملة كلها يكون:

$\vec{P} = \vec{a}.m$ ومنه $m\,g = m\,a_N$. و ينتج أن:

$g = a_N = \dfrac{\upsilon^2}{h+r}$ نجد $\upsilon = \sqrt{g\,(h+r)}$

ومنه يكون:

$$\upsilon_1 = \sqrt{8{,}36 \times 7 \times 10^6} \cong 7650\ m.S^{-1}$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{7{,}9 \times 7{,}2 \times 10^6} \cong 7542\ m.S^{-1}$$

و السرعتان الزاويتان الموافقتان هما:

$$\omega_1 = \frac{\upsilon_1}{R+h_1} = \frac{7650}{7 \times 10^6} = 1092{,}86 \times 10^{-6}\ rad.S^{-1}$$

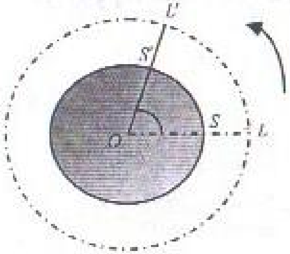
$$\omega_2 = \frac{\upsilon_2}{R+h_2} = \frac{5427}{7{,}2 \times 10^6} = 1047{,}5 \times 10^{-6}\ rad.S^{-1}$$

و دور حركة كل منها هو:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{1092{,}86 \times 10^{-6}} = 5746\ S$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{1047{,}5 \times 10^{-6}} = 5995\ S$$

2) لحساب عدد المرات التي يظهر فيها كل من القمرين الصناعيين (L_1) ، (L_2) للمراقب الأرضي نقوم أولا بحساب دوريهما الظاهريين بالنسبة لهذا المراقب (الدور الظاهري للقمر الصناعي هو الزمن الفاصل بين مرورين متتابعين من نفس الشاقول بالنسبة لمراقب موجود في ذلك الشاقول)، مع مراعاة الحالات المكنة .



ا) للأرض و القمران الصناعيان نفس اتجاه الدوران :

في اللحظة $t = 0$ يكون المراقب الأرضي (S) و القمر الصناعي (L) في نفس الشاقول (OSL) ثم يختفي القمر الصناعي نظرا لسرعته الكبيرة بالنسبة لسرعة الأرض، ليعود و يظهر ثانية للمراقب الأرضي في الوضع (S') خلال دور ظاهري واحد (T_a) عندما يشملها نفس الشاقول من جديد $(OS'L')$. و خلال هذه الفترة تكون الأرض قد دارت زاوية (α) في حين يكون القمر الصناعي قد دار زاوية $\alpha + 2\pi$.

بتطبيق معادلة الحركة الدائرية المنتظمة $(\alpha = \omega\, t)$ على كل منهما يكون:

$$\alpha = \omega_0 . T_A \ .... (1)$$

$$\alpha + 2\pi = \omega . T_A \ .... (2)$$

بتعويض (1) في (2) نجد $\omega_0 . T_A + 2\pi = \omega\, T_A$. نجد $T_2 = \dfrac{2\pi}{\omega - \omega_0}$

و حيث أن $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ دور القمر الصناعي حول الأرض،

و $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ دور الأرض حول نفسها نحصل أخيرا بالتعويض على العلاقة التالية:

$$T_A = \frac{T\,T_0}{T - T_0}$$

تطبيق عددي :

$T_{A1} = \dfrac{86400 \times 5747}{86400 - 5747} = 6156{,}5\ S$ حيث $(T_0 = 24\ h)$

$$T_{A2} = \frac{86400 \times 5995}{86400 - 5995} = 6442\ S$$

و عدد المرات التي يظهر فيها (L_1) في اليوم للمراقب الأرضي هو $n_1 = \dfrac{86400}{6156{,}5} \cong 14$

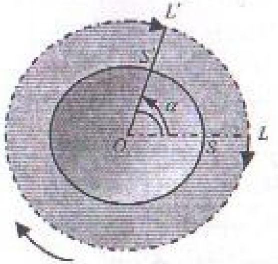
و عدد مرات ظهور (L_2) هو $n_2 = \dfrac{86400}{6442} \cong 13$.

و الزمن الفاصل بين ظهوريهما هو:

$$\Delta t = T_{A2} - T_{A1} = 6442 - 6156{,}5 = 285{,}5\ S$$

ب) دوران الأرض بعكس جهة دوران القمرين الصناعيين :

في هذه الحالة يحدث التطابق الشاقولي عندما تدور الأرض زاوية (α) و يدور القمر الصناعي زاوية $(2\pi - \alpha)$ فيكون:



$$\alpha = \omega_0 . T_A \text{ .... (1)}$$

$$2\pi - \alpha = \omega . T_A \text{ .... (2)}$$

من (1) و (2) نحصل على العلاقة التالية:

$$T_A = \frac{T_0\, T}{T + T_0}$$

تطبيق عددي :

$$T_{A1} = \frac{86400 \times 5747}{86400 + 5747} \cong 5388\ S$$

$$T_{A2} = \frac{86400 \times 5995}{86400 + 5995} \cong 5606\ S$$

و عدد مرات ظهور كل منهما في اليوم بالنسبة للمراقب الأرضي هما على الترتيب:

$$n_1 = \frac{86400}{5388} \cong 16 \text{ ، } n_2 = \frac{86400}{5606} \cong 15$$

ج) الأرض تدور في اتجاه دوران (L_1) و عكس (L_2) :

ينتج من التدرج السابق أن:

$$T_{A1} = 5388\ S \text{ ، } T_{A2} = 5606\ S$$

$$n_1 \cong 16 \text{ ، } n_2 \cong 15$$

د) الأرض تدور في اتجاه (L_2) و عكس (L_1) :

يكون:

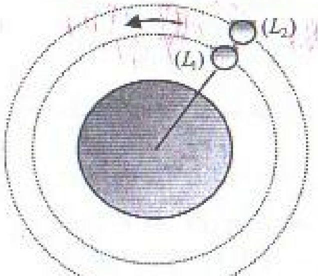
$$T_{A1} = 6156{,}5\ S \longrightarrow n_1 = 14$$

$$T_{A2} \cong 6442\ S \longrightarrow n_2 \cong 13$$

3) نميز حالتين:

ا) الحالة الأولى: دوران (L_1) ، (L_2) في نفس الجهة

خلال دور ظاهري واحد (T_A) بالنسبة للمراقب الجوي الموجود في (L_1) ، نفترض أن (L_2) يدور زاوية $(\alpha + 2\pi n)$ حيث n عدد الدورات التي ينجزها حتى يقع مرة أخرى مع (L_1) في نفس الشاقول و عندئذ يكون (L_1) قد دار زاوية $\alpha + 2\pi n + 2\pi$ لأنه أسرع من (L_2) .



و يكون حسب معادلة الدوران العامة $(\alpha = \omega . t + \alpha_0)$ ما يلي:

$$\omega_1 T_A = \alpha + 2\pi n + 2\pi \text{ .... (1)}$$

$$\omega_2 T_A = \alpha + 2\pi n \text{ .... (2)}$$

من (1) و (2) يكون $\omega_1 T_A = \omega_2 T_A + 2\pi$

ومنه نجد $T_A = \dfrac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$

و بتعويض $\omega_1 = \dfrac{2\pi}{T_1}$ ، $\omega_2 = \dfrac{2\pi}{T_2}$ نجد أخيرا :

$$T_A = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1}$$

عدديا: $T = \dfrac{5746 \times 5995}{5995 - 5746} \cong 138342\ S \cong 38{,}43\ h$

و لحساب الزاوية التي دارتها الأرض خلال هذه الفترة يكون:

$$86400\ S \longrightarrow 2\pi\ rad$$

$$138342\ S \longrightarrow \alpha$$

$$\alpha = \frac{138342 \times 2\pi}{86400} = 3{,}2\pi\ rad$$

ب) الحالة الثانية: (L_1) ، (L_2) دوران باتجاهين متعاكسين

ينتج مما سبق أن $T_A = \dfrac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$

عدديا:

$$T = \frac{5746 \times 5995}{5746 + 5995} \cong 2934\ S \cong 49 \min$$

4) ا) استقرار القمر الصناعي (L_1) بالنسبة للأرض

$$T = 24\ h = 86400\ S$$

ومنه: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{86400} = 727 \times 10^{-7}\ rad . S^{-1}$

$$\upsilon = \omega(R + h) = 727 \times 10^{-7} \times 7 \times 10^6 \cong 509\ m . S^{-1}$$

ب) يبدو القمر الصناعي ساكنا دوما بالنسبة للمراقب الأرضي لأنهما يقعان دوما على نفس الشاقول نظرا لتساوي سرعتي دورانهما و في جهة واحدة.

و هذا النوع من الأقمار الصناعية يستعمل في الإرسال الأرضي حتى يبقى مسيطرا على مساحة معينة من الأرض في كل لحظة.

تطبيق 6

دراسة مميزات حركة دائرية بطريقة التصوير

تعطي الوثيقة المرفقة المواقع المتتالية لمركز عطالة جسم أثناء حركته على مسار دائري مركزه (O) خلال فواصل زمنية متساوية و متعاقبة قدرها $\tau = 0{,}20\ S$.

1- ما طبيعة الحركة ؟ علل.

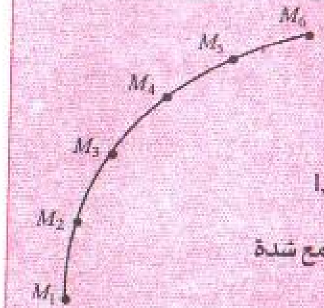
2- علما أن مقياس الرسم هو $1\ Cm \longrightarrow 0{,}4\ m$. استنتج من ذلك:

- السرعة الخطية للحركة و سرعتها الزاوية و دورها و تسارعها.

3- مثل شعاع تغير السرعة $\Delta\vec{v}$ عند النقطة M_3، و احسب شدته و ذلك باستعمال السلم $1{,}5\,Cm \longrightarrow 2\,m.S^{-1}$

- استنتج عندئذ شدة الشعاع $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ و قارنه مع شدة الشعاع $\vec{a}_N$ المحسوب سابقا.

4- علما أن كتلة المتحرك $m = 200\,g$، احسب شدة محصلة القوى $\vec{F}$ المؤثرة على المتحرك، و مثلها على البيان عند النقاط M_1، M_3، M_5 باستعمال مقياس مناسب للرسم.



✓ الحل :

1) طبيعة الحركة

بقياس المسافات المتتالية التي يقطعها المتحرك على مساره الدائري خلال الفواصل الزمنية المتساوية و المتعاقبة نجد ما يلي:

$$M_1M_2 = M_2M_3 = ... = M_5M_6 = 1\,Cm = Const$$

فالحركة دائرية منتظمة.

2) حساب الثوابت المميزة للحركة

باستعمال مقياس الرسم نجد أن:

$$\Delta X = 1\times 0{,}4 = 0{,}4\,m$$

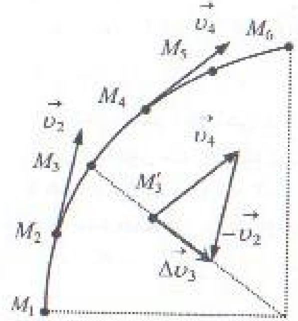
فيكون $v = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{\Delta X}{\tau} = \frac{0{,}4}{0{,}2} = 2\,m.S^{-1}$

$$r = 3{,}32\times 0{,}4 = 1{,}328\,m$$

- السرعة الزاوية $\omega = \frac{v}{r} = \frac{2}{1{,}328} \approx 1{,}5\ rad.S^{-1}$

- دور الحركة $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1{,}5} = 1{,}33\ S$

- تسارع الحركة $a = a_N = \frac{v^2}{r} = \frac{(2)^2}{1{,}328} \approx 3\,m.S^{-2}$



3) شعاع تغير السرعة $\Delta\vec{v}$ عند الموقع M_3

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_4 - \vec{v}_2 = \vec{v}_4 + (-\vec{v}_2)$$

عند النقطة M_3' المثلة للنقطة M_3 نرسم مسايرا للشعاع $\vec{v}_4$. و من نهاية هذا الشعاع

نرسم الشعاع $-\vec{v}_2$ المعاكس للشعاع $\vec{v}_2$ فيكون الشعاع $\Delta\vec{v}_3$ من بداية الأول إلى نهاية الثاني و طوله $0{,}9\,Cm$.

فيكون حسب المقياس:

$$1{,}5\,Cm \longrightarrow 2\,m.S^{-1}$$

$$0{,}9\,Cm \longrightarrow \Delta v$$

نجد أن $\Delta v = \frac{0{,}9\times 2}{1{,}5} = 1{,}2\,m.S^{-1}$ ومنه $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1{,}2}{0{,}4} = 3\,m.S^{-2}$

و هذا الشعاع يكون محمولا على قطر المسار و موجها نحو مركزه.

نلاحظ أن $\frac{\Delta v}{\Delta t} = a_N$

4) حساب شدة محصلة القوى $\vec{F}$

من قانون نيوتن الثاني يكون $\vec{F} = m.\vec{a}_N$

محصلة القوى $\vec{F}$ تكون متناسبة مع شعاع التسارع $\vec{a}_N$ و في نفس جهته (نحو مركز المسار). فهي قوة مركزية جاذبة تكون شدتها كما يلي:

$$F = m.a_N = 0{,}4\times 2 = 0{,}8\,N$$

تطبيق 7

تأثير دراسة مميزات حركة قمر صناعي حول الأرض - انعدام الوزن

1- يدور قمر صناعي على مدار دائري استوائي حول الأرض على ارتفاع $h = 1600\,Km$ من سطح الأرض، بحيث تكون جهة دورانه هي نفس جهة دوران الأرض.

ا) بين أن الحركة دائرية منتظمة، و استنتج مقدار التسارع المكتسب.

ب) كيف تفسر توازن القمر الصناعي على مداره ؟

- استنتج بتطبيق قانون نيوتن الثاني مقدار السرعة الخطية v لهذا الجسم على مداره.

جـ) احسب دور القمر الصناعي حول الأرض بالنسبة لمعلم مركزي أرضي.

2- في اللحظة $t = 0$ يمر القمر الصناعي من شاقول المدينة (A) التي تقع على المحور (ox) في المعلم الأرضي المركزي (o, x, y) و ذلك في الاتجاه الموجب للدوران.

ا) ما هي اللحظة t_1 التي يظهر فيها هذا القمر الصناعي ثانية مارا من الشاقول (A') الذي يشمل نفس المدينة؟

ب) احسب المسافة $\overset{\frown}{AA'}$.

جـ) اكتب معادلتي الحركة $x(t)$، $y(t)$ اللتان تحددان موقع القمر الصناعي في المعلم الأرضي المركزي بدلالة R، h، ω_T (السرعة الزاوية

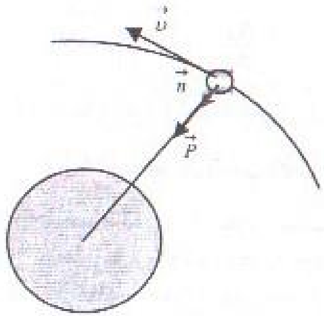
لدوران القمر الصناعي).

3- يوجد بهذا القمر الصناعي رجل فضاء كتلته $m = 80\ Kg$.

- بين تطبيق قانون نيوتن الثاني أن هذا الشخص يفقد وزنه على هذا الارتفاع من سطح الأرض. علل. هل هذا يعني أن ثقله قد أصبح معدوما ؟

يعطى، $R \approx 6400\ Km$ ، $g_0 = 9{,}80\ m.S^{-2}$.

✓ الحل :



1) أ) بتطبيق قانون نيوتن الثاني يكون $\sum \vec{F_i} = m.\vec{a}$

القوة الوحيدة المؤثرة على مركز عطالة القمر الصناعي هي قوة جذب الأرض له $\vec{F} = \vec{P}$

فيكون $\vec{F} = \vec{P} = m.\vec{a}$

و حيث أن حامل هذه القوة يكون هو الشاقول و جهتها نحو مركز الأرض (O) (مركز المسار الدائري) فإنها تكون مركزية جاذبة و يكون التسارع المكتسب ناظميا،

$\vec{F} = m.\vec{a_N}$. بالإسقاط على الناظم $\vec{n}$ يكون $F = m.a_N$

بوضع $F = P = mg$ يكون،

$a_N = g$............(1)

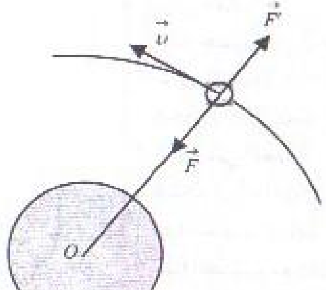
إذا كان g هو تسارع الجاذبية الأرضية على الارتفاع h من سطح الأرض، و g_0 على سطحها فإنه يكون $g = G\frac{M_T}{(R+h)^2}$ ، $g_0 = G\frac{M_T}{R^2}$

بقسمة g على g_0 نحصل على العلاقة $g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$

- **تطبيق عددي:**

$R = 6400\ Km$ ، $R+h = 6400+1600 = 8000\ Km$

$a_N = 9{,}80\,(\frac{6400}{8000}) = 6{,}272\ m.S^{-2}$



ب) توازن القمر الصناعي على مداره،

يخضع القمر الصناعي على مداره إلى قوة مركزية جاذبة $\vec{F}$ حاملها الشاقول و جهتها نحو مركز الأرض.

و حتى يتزن على مداره فلا بد أن يخضع لقوة أخرى $\vec{F'}$ تعاكس الأولى و تساويها في الشدة تنتج

عن سرعة الدوران تدعى بالقوة الطاردة المركزية، بحيث يكون في معلم ذاتي مرافق للجملة $\vec{F} + \vec{F'} = \vec{0}$

- استنتاج سرعة القمر الصناعي على مداره:

حسب العلاقة المحصل عليها سابقا (1) يكون $a_N = g$

ومنه نجد $\frac{v^2}{R+h} = g$ نحصل على ما يلي:

$$v = \sqrt{g\,(R+h)} = \sqrt{6{,}272\times 8\times 10^6} \approx 7084\ m.S^{-1}$$

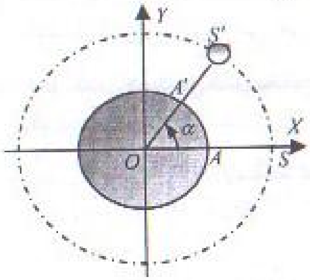
$$\approx 7{,}084\ Km.S^{-1}$$

ب) دور القمر الصناعي T بالنسبة لمعلم أرضي مركزي:

$$\omega = \frac{v}{R+h} \text{ ، } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = 2\pi\times\frac{R+h}{v} = 2\pi\times\frac{8\times10^6}{7084} = 7092\ S \approx 2\ h$$

2) أ) إيجاد الدور الظاهري للقمر الصناعي بالنسبة لمراقب أرضي



- معادلة دوران الأرض:

$\theta_T = \omega_T.t$...........(1)

- معادلة دوران القمر الصناعي:

$\theta_S = \omega_S.t$...........(2)

في اللحظة $t = 0$ تقع المدينة A و القمر الصناعي S على نفس الشاقول (OX) .

القمر الصناعي أسرع بكثير من الأرض،

فعند وقوع القمر الصناعي S' على شاقول المدينة A' ثانية خلال دور ظاهري T_a للقمر الصناعي بالنسبة للأرض، تكون الأرض قد دارت زاوية $\theta = \theta_T$ في حين أن القمر الصناعي يكون قد دار زاوية $\theta_S = 2\pi + \theta_T$ فيكون حسب المعادلتين (1) ، (2) (بوضع $t = T_a$) ما يلي:

$\omega\, T_a = 2\pi + \omega_0\, T_a$. ومنه نجد

$$T_a = \frac{2\pi}{\omega - \omega_0}$$

بوضع $\omega_T = \frac{2\pi}{T_T}$ دور حركة الأرض في المعلم الأرضي المركزي، و $\omega_S = \frac{2\pi}{T_S}$ دور القمر الصناعي في هذا المعلم. يكون

$$T_a = \frac{T_T\, T_S}{T_T - T_S}$$

- **تطبيق عددي:**

$T_T = 24\ h$ ، $T_S \approx 2\ h$

$$T_a = \frac{24\times 2}{24-2} = 2{,}18\ h \approx 7848\ S$$

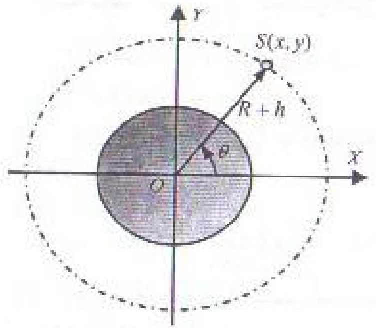
ب) حساب المسافة

$$\overset{\frown}{AA'} = \theta_T . R = \omega_T . T_a . R = \frac{2\pi}{T_T} . T_a . R$$

$$= \frac{2\pi}{24} \times 2,18 \times 6400 \approx 3651\ Km$$

جـ) معادلتا الحركة في المعلم الأرضي المركزي (o , x , y):

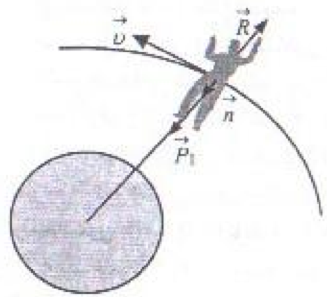
إذا كانت θ هي الزاوية التي يصنعها شعاع الموضع $\vec{OS}$ مع المحور (OX) في لحظة معينة فإنه يكون:



$$x(t) = (R+h)\ Cos\ \theta$$
$$= (R+h)\ Cos\ \omega_T . t$$
$$y(t) = (R+h)\ Sin\ \theta$$
$$= (R+h)\ Sin\ \omega_T\ t$$

3) انعدام الوزن بالقمر الصناعي

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الشخص الموجود داخل القمر الصناعي الذي يخضع لقوة ثقله $\vec{P_1}$ و رد فعل أرضية القمر الصناعي عليه $\vec{R}$ يكون:



$\vec{P_1} + \vec{R} = m_1 . \vec{a_N}$. بالإسقاط على الناظم نجد

$P_1 - R = m_1\ a_N$. ومنه

$R = m\ (g - a_N)$

و حيث أن تسارع الجملة هو $a_N = g$

(حسب العلاقة السابقة (1)) فإنه يكون:

$R = m\ (g - g) = 0$

فرد فعل أرضية القمر الصناعي على الشخص الموجود بداخله يكون معدوما. و هذا يعني حسب قانون نيوتن (الثالث) أن هذا الشخص قد فقد ثقله.

و هذا الشعور يكون ظاهريا فقط بسبب التسارع فثقل الشخص الحقيقي هو:

$P = m_1\ g = 80 \times 6,272 \approx 502\ N$

تمارين و مسائل

1 - ا) هل يتعلق شعاع التسارع $\vec{a}$ لحركة مركز عطالة جسم موجود في حقل التجاذب الأرضي بكتلة الجسم ؟ علل.

ب) عند دوران قمر صناعي في مدار دائري حول الأرض، هل تزداد سرعته على مداره بزيادة طول نصف قطر المدار أم بنقصانه ؟

جـ) كيف تفسر عدم تسرب الماء من إناء مفتوح و مقلوب عندما نديره في مستوى شاقولي بسرعة كبيرة ؟

2 * - يبلغ نصف قطر الأرض القيمة $6400\ Km$ تقريبا.

1- إذا كانت شدة الجاذبية الأرضية $\vec{g}$ على سطح الأرض هي $g = 9,81\ m . S^{-2}$

ا) اعط علاقة الجاذبية g على ارتفاع (Z) من سطح الأرض بدلالة g_0 على سطح الأرض، ثم بين أن $g = f\ (Z)$ دالة خطية من أجل Z اصغر من نصف قطر الأرض كفاية.

ب) استنتج شدة الجاذبية g على ارتفاع $Z = 500\ Km$.

2- احسب كتلة الأرض إذا علمت أن ثابت التجاذب الكوني $G = 6,67 \times 10^{-11}\ u$.

الجواب:

1- ا) $g = -\frac{2\, g_0}{R}\, Z + g_0$

ب) $g \cong 8,28\ m . S^{-2}$

2- $m' \cong 6 \times 10^{24}\ Km$

3 * - يدور قمر صناعي حول الأرض بحركة دائرية منتظمة على ارتفاع $600\ Km$ من سطحها.

1- إذا كانت $g \cong 9,80\ m . S^{-2}$ شدة الجاذبية على سطح الأرض فأوجد:

ا) تسارع القمر الصناعي على مداره.

ب) سرعته على مداره، و دور حركته حول الأرض بالنسبة لمعلم أرضي مركزي.

2- إذا كانت كتلة هذا القمر الصناعي $200\ Kg$ فاحسب:

ا) ثقله على الارتفاع المذكور.

ب) شدة قوة التجاذب بينه و بين الأرض (كتلتها $6 \times 10^{24}\ Kg$). ماذا تستنتج ؟

(يعطى ثابت التجاذب الكوني $G = 6,67 \times 10^{-11}\ u$ ، و نصف قطر الأرض $6400\ Km$).

الجواب :

1. أ) $a = 8,19\, m.S^{-2}$ ب) $v_0 = 7572\, m.S^{-1}$
2. أ) $P = 1638\, N$ ب) $F = 1634\, N$

4 ** 1- في أية نقطة من الفضاء المحيط بالأرض تكون شدة حقل التجاذب الأرضي مساويا $0,22\, m.S^{-2}$ ؟ ($G = 6,67\times10^{-11}\, u$ ، $R = 6400\, Km$).

2- ما هو الثقل الذي يشعر به رجل فضاء كتلته $80\, Kg$ موجود على ذلك الارتفاع في قمر صناعي يدور حول الأرض بحركة دائرية منتظمة ؟ ما هي قوة جذب الأرض لهذا الرجل ؟

3- إذا كان هذا القمر الصناعي مستقرا بالنسبة للأرض فما هو الزمن اللازم كي تشغل المدينة (A) موضع المدينة (B)، حيث يكون البعد بينهما على سطح الأرض مساويا $5000\, Km$ ؟

الجواب :

1. $h = 36000\, Km$ بالنسبة لسطح الأرض.
2. $P_A = 0$ ، $F = 17,6\, N$
3. $\Delta t = 3\, h$

5 - احسب السرعة الزاوية للعقارب الثلاثة للساعة.

الجواب :

$0,10\, rad.S^{-1}$ ، $174\times10^{-5}\, rad.S^{-1}$ ، $145\times10^{-6}\, rad.S^{-1}$

6 * - تعطى حركة نقطة مادية (M) في مستوى $(O, \vec{i}, \vec{j})$ بـ:

$$x = 2\, Sin\, 100\pi t \quad ، \quad y = 2\, Sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

أ) ما نوع الحركة على كل محور ؟ أوجد تواتر الحركة و دورها.

ب) برهن أن حركة النقطة المادية المعرفة هكذا هي دائرية منتظمة. أوجد نصف قطر المسار و السرعة الزاوية لحركة.

الجواب :

أ) $N = 30\, T.S^{-1}$ ، $T = 0,02\, S$

ب) $x^2 + y^2 = 4$ ، $r = 2$ ، $\omega = 100\pi\, rad.S^{-1}$

7 * - يدور قمر صناعي في مدار دائري حول الأرض على ارتفاع $h = 36000\, Km$ بالنسبة لسطح الأرض، بحيث تكون سرعته ثابتة، و تكون حركته متوافقة مع حركة

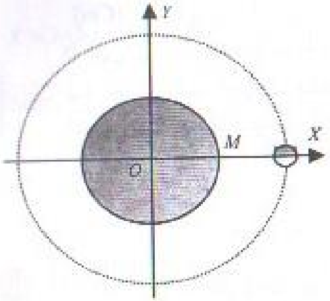
الأرض (أي أنه يبدو ثابتا بالنسبة للأرض).

- احسب السرعة الخطية v لهذا القمر الصناعي أثناء دورانه (نصف قطر الأرض $6400\, Km$).

الجواب :

$v = 3,08\, K.h^{-1}$

8 *** - نعتبر الأرض كروية الشكل نصف قطرها $R = 6400\, Km$ و مركزها (O) و نزودها بمعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ مركزي مركزه هو مركز الأرض.



ليكن (M) مراقب أرضي موجود في نقطة من خط الاستواء. و ليكن (L) قمر صناعي يدور على ارتفاع معين (h) من سطح الأرض في مدار دائري استواني مركزه مركز الأرض بحيث تكون حركته دائرية منتظمة. في اللحظة $t = 0$ يمر هذا القمر الصناعي بشاقول المراقب الأرضي (M).

I- الأرض و القمر الصناعي يدوران بجهة واحدة.

1- أ) كم يجب أن يكون دور القمر الصناعي حول الأرض بالنسبة للمعلم المركزي حتى يبقى مستقرا بالنسبة للمراقب الأرضي ؟

ب) على أي ارتفاع (h) يجب أن يدور هذا القمر الصناعي حتى يتحقق هذا الشرط ؟

ج) اكتب معادلة الدوران $\theta = f(t)$ لكل من الأرض و القمر الصناعي في المعلم المذكور.

2- يدور القمر الصناعي (L) الآن حول الأرض بحيث يكون دوره هو 4 ساعات.

أ) ما هو الدور الظاهري T_A لهذا القمر الصناعي بالنسبة للمراقب الأرضي (M). (الزمن الفاصل بين مرورين متتابعين من نفس شاقول المراقب الأرضي).

ب) ما هي الزاوية (θ) لتي تكون الأرض قد دارتها حينئذ ؟

II - الأرض و القمر الصناعي يدوران في اتجاهين متعاكسين.

1- إذا كان دور القمر الصناعي حول الأرض هو نفس دور الأرض حول نفسها.

- ما هي اللحظة (t) التي يبدو فيها القمر الصناعي مرة أخرى للمراقب الأرضي ؟

2- دور القمر الصناعي حول الأرض بالنسبة للمعلم المركزي هو $T_L = 4\, h$.

أ) ما هو الدور الظاهري T_A لهذا القمر الصناعي بالنسبة للمراقب الأرضي ؟

ب) ما هي الزاوية (θ) التي تكون الأرض قد دارتها حينئذ ؟

الجواب :

I - 1 - أ) $T = 24\, h$

ب) $h = 36000\, Km$

ج) $\theta = 72,68\times10^{-6}\, t$

$\theta \cong 72°$ (ب $T_A \cong 4\,h\,47\min$ (أ .2

$t = 12\,h$ .1 - II

$\theta \cong 51°$ (ب $T_A \cong 3\,h\,26\min$ (أ .2

---

9 * - تعطى معادلة الدائرة التي مركزها مبدأ الإحداثيات (O) و نصف قطرها r في معلم متعامد بالمعادلة $x^2 + y^2 = r^2$.

1- تتحرك نقطة مادية M في مستوى المعلم المذكور حسب المعادلتين:

$$\begin{cases} x = 2\,Cos\,\alpha & (Cm) \\ y = 2\,Sin\,\alpha & (Cm) \end{cases}$$

أ) بين أن مسار هذه النقطة يكون دائريا. اعط نصف قطره r .

ب) علما أن هذه الحركة تتم بسرعة ثابتة قدرها $20\,Cm.S^{-1}$ ، و أن α تمثل معادلة الدوران $\alpha = f\,(t)$. اوجد موقع المتحرك في اللحظة $t = 0$ ، و استنتج معادلة الدوران.

الجواب :

$\alpha = 10\,t$

---

10 * - تستغرق الأرض لإنجاز دورة كاملة حول الشمس زمنا قدره $3{,}16 \times 10^7\,S$ و ترسم اثناء ذلك مسارا دائريا تقريبا نصف قطره المتوسط $R = 1{,}5 \times 10^8\,Km$.

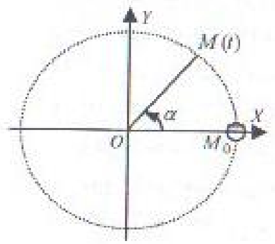
- احسب سرعة مركز الأرض خلال هذه الحركة مقدرة بوحدة $Km.h^{-1}$.

الجواب :

$V = 10800\,Km.h^{-1}$

---

11 ** - متحرك (M) على مسار دائري نصف قطره $(2\,m)$ بحركة منتظمة، حيث يستغرق $10\,S$ لإنجاز دورتين كاملتين، و هذا انطلاقا من النقطة M_0 المبينة بالشكل و التي تعتبر مبدأ الأزمنة و الفواصل.



1- احسب دور حركته و سرعته الزاوية و الخطية.

2- أ) اكتب معادلة الدوران $\alpha\,(t)$، ثم استنتج اللحظة (t_1) التي يمسح فيها نصف القطر الدائر الزاوية $\alpha = 120°$.

ب) ليكن M موقع المتحرك في لحظة معينة (t)، كما هو مبين على الشكل.

- اوجد في المعلم الديكارتي (OXY) إحداثيي النقطة $M\,(X,Y)$ بدلالة الزمن.

3- بين على الشكل موقعي المتحرك M_1 ، M_2 في اللحظتين (t_1, t_2) على الترتيب حيث $t_1 = \frac{T}{4}\,S$ ، $t_2 = \frac{T}{2}\,S$ ، ثم استنتج طويلة كل من شعاعي الموضع و السرعة الوسطى بين اللحظتين المذكورتين.

4- احسب السرعة الوسطى بين اللحظتين $t_1 = 0$ ، $t_2 = \frac{T}{8}\,S$

بين اعتمادا على هذه النتيجة أن السرعة اللحظية للمتحرك في اللحظة $t = \frac{T}{16}\,S$ هي $V = 2{,}5\,m.S^{-1}$. (حيث T هو دور الحركة).

الجواب :

.1 $V = 2{,}5\,m.S^{-1}$ ، $\omega = \frac{2}{\pi}\,rad.S^{-1}$ ، $T = 5\,S$

.2 أ) $t_1 = \frac{5}{3}\,S$ ، $\alpha = \frac{2\pi}{5}\,t$

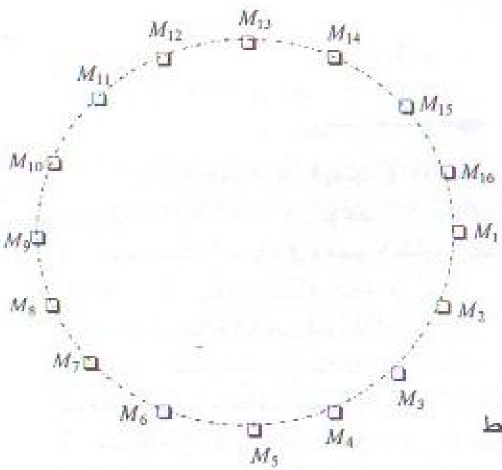
ب) $Y = 2\,Sin\,\frac{2\pi}{5}\,t$ ، $X = 2\,Cos\,\frac{2\pi}{5}\,t$

.3 $\left\|\vec{V_m}\right\| = 2{,}5\,m.S^{-1}$ ، $\left\|\overrightarrow{M_1M_2}\right\| = 2\sqrt{2}\,m$

.4 $V_m = V = 2{,}5\,m.S^{-1}$

---

12 * - يمثل الشكل تصويرا متعاقبا لمواقع جسم نقطي و هو يتحرك انطلاقا من النقطة M_1 خلال مجالات زمنية متساوية قدرها $\tau = 0{,}10\,S$



1- هل يخضع الجسم لقوة معينة ؟

2- ما هي سرعة حركة هذا الجسم

3- باختيار معلم مناسب، اوجد معادلة الدوران $\theta = f\,(t)$ في شروط اختيارية يطلب تحديدها.

4- مثل في اللحظتين $t_1 = 0{,}4\,S$ ، $t_2 = 0{,}8\,S$ شعاعي السرعة.

5- استنتج شدة شعاع السرعة الوسطى بين اللحظتين (t_1, t_2) . ماذا تلاحظ ؟

---

13 ** - في نقطة من خط الاستواء، يراقب إنسان قمرا صناعيا يدور حول الأرض في مدار دائري استوائي بسرعة ثابتة، بحيث تكون جهة دورانه بعكس جهة دوران الأرض. و يبدو هذا القمر الصناعي لهذا الإنسان مرة كل $12\,h$. فإذا علمت أن الارتفاع الذي يدور عليه هذا القمر الصناعي بالنسبة لسطح الأرض هو $h = 6400\,Km$. فأوجد:

1- السرعة الخطية (v) التي يتحرك بها هذا القمر الصناعي على مداره.

2- الدور الظاهري للقمر الصناعي بالنسبة للشخص المذكور، فيما لو فرضنا أن جهة دورانه تكون بجهة دوران الأرض.

الجواب :

1. $\upsilon = 3{,}08\ Km.S^{-1}$
2. $T_A = 0$

14 ** 1- اعط عبارة السرعة الخطية (υ) لقمر صناعي يدور على مدار دائري حول الأرض بحركة دائرية منتظمة.

2- نسمي بالسرعة الكونية الأولى $(\vec{\upsilon}_0)$ السرعة التي ينبغي أن يقذف بها قمر صناعي قريب من سطح الأرض حتى يصبح تابعا لها، يرسم مسارا دائريا حولها و على ارتفاع ضئيل بالنسبة لنصف قطر الأرض.

3- بأخذ $R = 6350\ Km$ نصف قطر الأرض، احسب مقدار υ ، ثم استنتج دور هذا القمر الصناعي حول الأرض. (تؤخذ $g = 9{,}8\ m.S^{-2}$).

الجواب :

1. $\upsilon = R\sqrt{\dfrac{g_0}{R+h}}$
2. $T = 90\ \text{min}$ ، $\upsilon = 7800\ m.S^{-1}$

15 *** - كتلة نقطية m قيمتها $100\ g$ مثبتة في نهاية نابض مرن (S) ثابت مرونته $K = 100\ N.m^{-1}$. تؤخذ $g = 9{,}80\ m.S^{-2}$ على سطح الأرض.

1- تثبت الجملة السابقة في مقصورة صاروخ كتلته الإجمالية لحظة الإطلاق $m_0 = 100\ T$ يتسارع لحظة الانطلاق بالتسارع $a = 14{,}4\ m.S^{-2}$.

أ) احسب استطالة النابض قبل إقلاع الصاروخ .

ب) احسب الثقل الظاهري للكتلة النقطية (m) خلال هذه المرحلة و استنتج مقدار استطالة النابض و كذلك شدة القوة المحركة للصاروخ إذا أهملت مقاومة الهواء.

2- على ارتفاع معين h من سطح الأرض، يتمكن هذا الصاروخ من وضع مركبة فضائية في مدار دائري حول الأرض، بحيث تكون حركتها دائرية منتظمة. و لمعرفة خصائص هذه الحركة، ترصد على سطح الأرض بواسطة محطة أرضية (A) تقع على خط الاستواء، حيث تسجل مرور هذا القمر الصناعي فوقها 12 مرة في اليوم.

فإذا كان اتجاه دوران الأرض في نفس جهة دوران هذا القمر الصناعي. المطلوب:

أ) إيجاد دور القمر الصناعي بالنسبة لـ :

- معلم أرضي مرتبط بالمحطة (A) .
- معلم مركزي أرضي.

ب) استنتج :

- مقدار الارتفاع (h) الذي يدور عليه.
- سرعة القمر الصناعي على مداره بالنسبة لمعلم أرضي مركزي.

- شدة الجاذبية الأرضية g على هذا الارتفاع.

3- بفرض أن الكتلة النقطية السابقة (m) مثبتة بالنابض (S) و هو معلق في مقصورة هذا القمر الصناعي أثناء دورانه. المطلوب:

أ) تسارع الكتلة (m) ، و ثقلها على هذا الارتفاع. ماذا يكون ثقلها الظاهري ؟

ب) مقدار استطالة النابض.

4- نفترض الآن أن إحدى المركبات الفضائية تتجه نحو القمر الذي يبعد عن الأرض مسافة $d = 3{,}84 \times 10^8\ m$. فإذا كانت كتلة الأرض أكبر من كتلة القمر بـ 81 مرة

- في أية نقطة من الفضاء (E) يصبح حقل التجاذب الأرضي مماثلا لحقل تجاذب القمر؟

5- عندما تصبح المركبة الفضائية في النقطة (E) :

أ) ماذا يصبح ثقل المركبة ؟ هل هذا يعني أنها فقدت وزنها ؟

ب) ماذا يصبح توتر النابض السابق (S) في الحالتين :

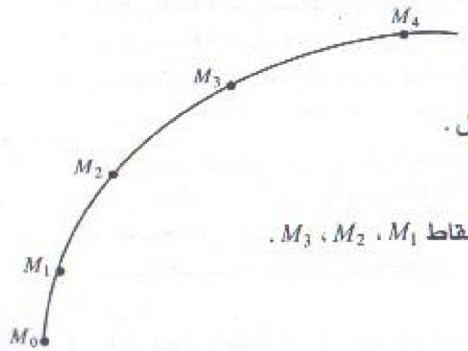
- المركبة متوقفة في النقطة (E) .
- المركبة تتحرك بسرعة ثابتة في النقطة (E) متوجهة نحو القمر.

يعطى نصف قطر الأرض $R = 6400\ Km$.

الجواب :

1. أ) $\Delta l = 0{,}98\ Cm$
   ب) $F_m = 24{,}2 \times 10^5\ N$ ، $\Delta l = 2{,}42\ Cm$ ، $P_A = 2{,}42\ N$
2. أ) $T_2 = 6646\ S$ ، $T_1 = 2\ h$
   ب) $g = 6{,}84\ m.S^{-2}$ ، $\upsilon = 7239\ m.S^{-1}$ ، $h = 1260\ Km$
3. أ) $P_A = 0$ ، $P = 0{,}684\ N$ ، $a = 6{,}84\ m.S^{-2}$
   ب) $\Delta l = 0$
4. أ) $3{,}46 \times 10^8\ m$ بالنسبة لسطح الأرض.
5. أ) $P = 0$ ب) $T = 0$

16 ** - يبين الشكل المرفق مواضع متحرك M على مسار منحن خلال فواصل زمنية متساوية و متعاقبة $(\tau = 0{,}10\ S)$ انطلاقا من النقطة M_0 مبدأ الفواصل و الأزمنة.



1- هل هذه الحركة منتظمة ؟ علل .

- هل يخضع المتحرك إلى قوة معينة أثناء هذه الحركة ؟

2- احسب السرعات اللحظية عند النقاط M_1 ، M_2 ، M_3 .

3- باستعمال المقياس :

$2\ Cm \longrightarrow 17{,}5\ Cm.S^{-1}$.

- مثل عند النقطتين M_1 ، M_3 شعاعي السرعة اللحظية $\vec{v_1}$ ، $\vec{v_3}$ ، ثم استنتج تمثيلا شعاعيا لتغير شعاع السرعة $\Delta \vec{v_2}$ عند النقطة M_2 .

- اعط حينئذ شدة الشعاع $\Delta \vec{v_3}$ ، و ارسم شعاع القوة $\vec{F}$ عند هذه النقطة.

ما العلاقة بين حاملي الشعاعين ؟

4- بالاعتماد على النتائج السابقة، و استعمال السلم:

$1\,Cm \longrightarrow 0{,}05\,S^{-1}$ ، $1\,Cm \longrightarrow 4\,Cm.S^{-1}$

ارسم مخطط السرعة $v = f(t)$.

و استنتج من البيان v_0 عند اللحظة $t = 0$.

5- لتكن الدالة $v = at + b$ هي معادلة بيان السرعة المحصل عليه:

- استنتج عندئذ قيمتي الثابتين a ، b ، و ما هو المعنى الفيزيائي لهما ؟

الجواب :

2. $v_1 = 12{,}5\,Cm.S^{-1}$ ، $v_2 = 17{,}5\,Cm.S^{-1}$

$v_3 = 22{,}5\,Cm.S^{-1}$

3. $\Delta v_3 = 17{,}4\,Cm.S^{-1}$

4. $v_0 = 7{,}5\,Cm.S^{-1}$

5. $a = 50\,Cm.S^{-2}$ ، $b = v_0$

17 * - تعطى مدة الدوران للكواكب التالية حول نفسها بدلالة اليوم الأرضي (عطارد، الزهرة، بلوتو) بـ 59 يوما، 243 يوما، 153 ساعة على الترتيب.

1- كم دورة تدور الزهرة حول نفسها، عندما يدور عطارد دورة واحدة ؟

2- كم دورة يدور بلوتو حول نفسه، عندما تدور الأرض دورة واحدة ؟

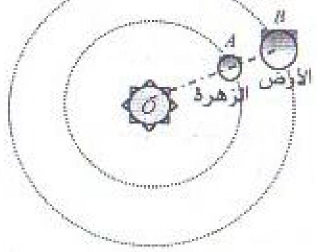
18 * - تدور الأرض على مسارها حول الشمس بسرعة $30\,Km.S^{-1}$.

1- ما هي المسافة التي تقطعها الأرض في اليوم الواحد ؟

2- ما هي المسافة التي تقطعها الأرض في الفصل الواحد ؟

3- ما هي المسافة التي تقطعها الأرض في السنة الواحدة ؟

19 *** - تدور كل من الأرض و الزهرة حول الشمس خلال سنة شمسية واحدة و 0,615 سنة شمسية على الترتيب.



1- احسب السرعتين الزاويتين للكوكبين ω_1 و ω_2 .

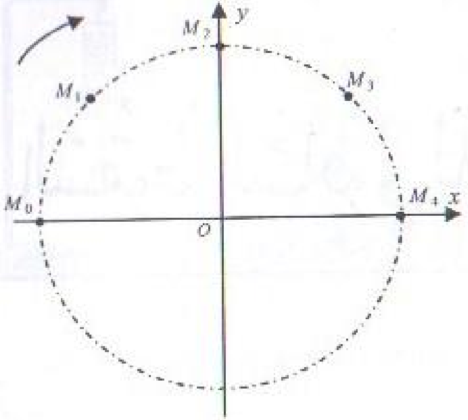
2- نعتبر أنه في اللحظة $t = 0$ ، يمر الكوكبان

من نفس الشاقول (OAB) في نفس الاتجاه، و من نفس المبدأ.

أ) اكتب معادلتي الحركة $\theta_1(t)$ ، $\theta_2(t)$ للزهرة و الأرض على الترتيب، بدلالة السرعتين الزاويتين ω_1 و ω_2 .

ب) بين أن الزمن اللازم كي يمر الكوكبان مرة ثانية من نفس الشاقول ، يعطى بالعلاقة $t = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1}$

20 ** - ترصد حركة نقطة مادية (M) على مسار دائري، نصف قطره $r = 5\,Cm$ و مركزه (O) خلال فواصل زمنية متساوية و متعاقبة $\tau = 0{,}125\,S$ و هي مارة بالأوضاع $M_0, M_1, M_2, ...$ كما يبينه الشكل المرفق.



M_0 هي مبدأ الفواصل المنحنية على المسار الموافق لمبدأ الأزمنة.

1- استنتج طبيعة الحركة، و احسب سرعتها الخطية.

2- أوجد بين اللحظتين $t_1 = 0{,}25\,S$ ، $t_2 = 0{,}5\,S$ شعاع الانتقال واحسب طويلته.

ثم أوجد بين اللحظتين المذكورتين شدة كلا من: شعاعي السرعة الوسطى و التسارع الوسطي و طويلتيهما و حدد جهتيهما.

3- اكتب معادلتي الحركة $X(t)$ ، $Y(t)$ لحركة النقطة المادية (M) على المحورين الإحداثيين.

الدرس **7**

السُّقُوطُ الشَّاقُولي للأجْسَامِ الصَّلبَةِ

تمهيد

كان القدماء وعلى رأسهم " أرسطو " يعتقدون أنه كلما زاد ثقل الجسم كلما كان سقوطه أسرع. وظل هذا الاعتقاد سائدا لقرون عديدة إلى أن جاء " غاليلو " و صرح ذات يوم بأن أرسطو قد أخطأ في اعتقاده هذا. و قد أحدث هذا التصريح ضجة في الأوساط العلمية. و جاء " غاليلو " يوما يتبعه جمع من العلماء و الفقهاء وصعد إلى أعلى برج " بيزا المائل " و أسقط جسمين من الأعلى (بحيث كان وزن أحدهما أكبر من الآخر بـ: 100 مرة). و كم كانت دهشة الجميع عندما لاحظوا أن الجسمين يصلان في نفس الوقت إلى الأسفل !

- فما هو السر في ذلك ؟ و هل يحدث نفس الشيء لجميع الأجسام الساقطة مهما كانت طبيعتها و كتلها و حجومها ؟

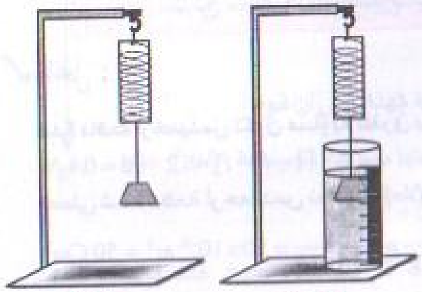
و لكن لماذا لا نشاهد ورقة تسقط شاقوليا بل تتبع مسارا منحنيا و في جميع الاتجاهات ؟

- لماذا تتباطأ حركة الأجسام داخل السوائل أثناء سقوطها شاقوليا ؟ و ما هي قوانين الحركة التي تتحكم في الحركات الشاقولية المختلفة داخل الموائع ؟ هل لسرعة الجسم الساقط حدا تبلغه أم تبقى متزايدة إلى اللانهاية ؟

إن الإجابة على هذه التساؤلات المختلفة يتطلب منا تطبيق قوانين " نيوتن" على الموائع و التعرف على حقل الجاذبية الأرضية و دافعة أرخميدس وقوى الاحتكاك داخل هذه الموائع.

1 - قوة الثقل و دافعة أرخميدس

- نثبت ربيعة شاقوليا بحامل ونثبت بطرفها السفلي جسما أسطوانيا صغيرا و نقرأ على الربيعة ثقل هذا الجسم و ليكن $\vec{P_1}$ (شكل-1).
- نحضر أنبوبا زجاجيا مدرجا به كمية من الماء بحيث يكون سطحه الحر عند تدريجة معينة V_1. ندخل الجسم الأسطواني السابق المعلق بالربيعة داخل الأنبوب المدرج ونجعله مغمورا كليا بالماء. نلاحظ أن الماء يرتفع داخل الأنبوب حتى التدريجة V_2 ، و نقرأ على الربيعة شدة الثقل الجديد P_2 للجسم المعلق فنجد أن $P_2 \langle P_1$.



شكل-2 شكل-1

تفسير الظاهرة

- قبل غمر الجسم داخل الماء يكون ثقله $\vec{P}$
- بعد غمر الجسم داخل الماء يقل ثقله

ويصبح $\vec{P'}$ و هذا يعني وجود قوة $\vec{F}$ لها نفس الحامل ومتجهة نحو الأعلى بحيث يكون

$\vec{P} = \vec{P'} + \vec{F}$ اي أن $P = P' + F$

ومنه نجد $F = P - P'$

تدعى هذه القوة بدافعة أرخميدس و نرمز لها بالرمز $\vec{\Pi}$

إن شدة دافعة أرخميدس تحسب تجريبيا بالفرق بين ثقلي الجسم في الهواء وفي المائع على الترتيب:

$$\Pi = P - P'$$

كما يمكن حسابها بالطريقة التالية:

نقرأ الفرق $V = V_2 - V_1$ في التجربة السابقة الذي يمثل حجم السائل المزاح (و هو نفس حجم الجسم المغمور).

باستعمال ميزان نزن حجما مماثلا للحجم المذكور من نفس السائل الذي كتلته الحجمية ρ_0 (في حالة الماء يكون $\rho_0 = 1\,g.Cm^{-3}$)

نقوم بحساب ثقل هذا السائل $(\rho_0 . V . g)$ فنجده مساويا تماما لشدة دافعة أرخميدس:

$$\Pi = P - P'$$

نتيجة

دافعة أرخميدس هي قوة شاقولية تؤثر على الأجسام المغمورة في الموائع و تكون جهتها نحو الأعلى وشدتها مساوية لثقل المائع المزاح $(\rho_0 . V . g)$.

تمرين تدريبي

يعلق جسم غير متجانس في ربيعة فتشير في حالة التوازن إلى القيمة $P_1 = 1,2\ N$ ، و عندما يغمر الجسم كليا في كحول كتلته الحجمية $\rho = 800\ Kg.m^{-3}$ تشير الربيعة إلى القيمة $P_2 = 0,8\ N$.

- استنتج من ذلك شدة دافعة أرخميدس المؤثرة على هذا الجسم داخل الكحول، ثم استنتج حجم هذا الجسم باخذ $g = 10\ m.S^{-2}$.

✓ الحل :

شدة دافعة أرخميدس تكون مساوية للفرق بين ثقلي الجسم قبل غمره بالكحول و بعد غمره:

$$\Pi = P_1 - P_2 = 1,2 - 0,8 = 0,4\ N$$

تعطى شدة دافعة أرخميدس نظريا بالعلاقة $\Pi = \rho_0 . V . g$ فيكون:

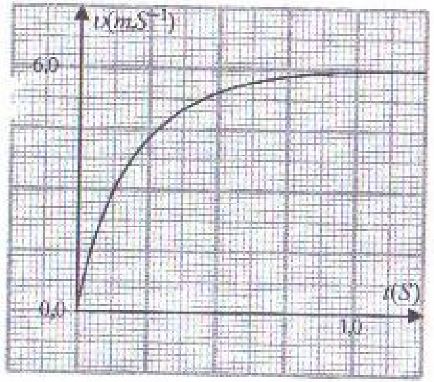
$$V = \frac{\Pi}{\rho_0 . g} = \frac{0,4}{800\times 10} = 50\times 10^{-6}\ m^3 = 50\ Cm^3$$

❷ - السقوط الشاقولي لجسم

2 - 1 السقوط في الهواء

الوثيقة المرفقة تبين منحنى تطور السرعة $v(t)$ لحركة كرية ساقطة دون سرعة ابتدائية في الهواء تحت تأثير ثقلها.

- بين بالاعتماد على قانون نيوتن الثاني كيفية الحصول على هذا البيان ؟



تحليل الوثيقة

نلاحظ أن السرعة تزداد في البداية بشدة و بشكل دالة خطية، ثم تتناقص في لحظة معينة بشكل غير خطي لتبلغ قيمتها الحدية $v_l = 6,0\ m.S^{-1}$ في اللحظة $t = 1,0\ S$.

يخضع الجسم الساقط إلى :

- قوة الثقل $\vec{P} = m.\vec{g}$ حاملها الشاقول، جهتها نحو الأسفل.
- دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ حاملها الشاقول و جهتها نحو الأعلى.
- قوة الاحتكاك بالهواء $\vec{f}$ تمثل قوة مقاومة الهواء للجسم الساقط.

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على مركز عطالة الجسم الساقط G يكون:

$$\sum_i \vec{F_i} = \vec{a}.m$$

$$\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = \vec{a}.m$$

بالإسقاط على حامل الحركة $(Z'Z)$ الموجه نحو الأسفل يكون:

$$m.\frac{dv}{dt} = m\,g - \Pi - f$$

عندما يبلغ الجسم سرعته الحدية $v = v_l = Cte$ يكون $m\,g - \Pi - f = 0$

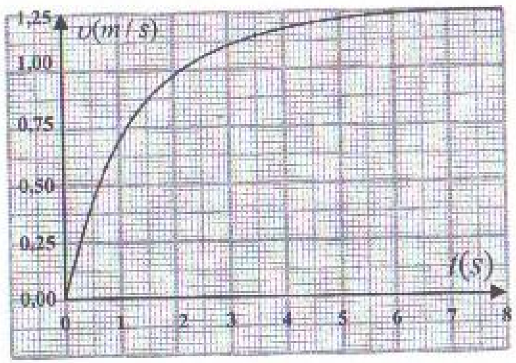
و منه نجد $f = m\,g - \Pi$

و حيث أن القوتين $\vec{P}$ ، $\vec{\Pi}$ ثابتتان أثناء الحركة فهذا يعني أن قوة الاحتكاك بالهواء $\vec{f}$ تكون غير ثابتة و تتعلق شدتها بسرعة الحركة $f = f(v)$ فهي تزداد ابتداءا من الصفر حيث يكون $\vec{f} \langle (\vec{P} + \vec{\Pi})$.

و بتناقص التسارع تدريجيا حتى تصبح $\vec{P} + \vec{\Pi} = \vec{f}$ و يكون $a = 0$ فتصبح الحركة منتظمة و نقول أن الجملة قد بلغت سرعتها الحدية v_l .

2 - 2 السقوط في السوائل

في أعلى أنبوبة زجاجية مملوءة بسائل نترك كرية صغيرة لتسقط داخل السائل ابتداء من السكون في اللحظة $t = 0$.



نتابع حركة الكرية بتسجيل مواقعها خلال فواصل زمنية متساوية ومتعاقبة $\tau = 1,0\ S$ بواسطة تجهيز مناسب متصل بحاسوب حيث يمكننا من إظهار بيان تغير السرعة بدلالة الزمن حسب الشكل المرفق.

- فكيف نفسر هذا التغير في سرعة الحركة، و ما هي طبيعة القوى التي تخضع لها الكرية داخل السائل ؟

تحليل التجربة

تزداد سرعة الكرية في البداية داخل السائل بشكل غير منتظم مما يدل على أن القوة التي تخضع لها لا تكون ثابتة وكذلك التسارع الذي يعبر عنه بميل المماس لمنحنى السرعة في كل لحظة. ثم تبدأ السرعة بالتناقص تدريجيا حتى تصبح ثابتة $(t = 6\,S)$ و عندها ينعدم التسارع مما يدل على أن الحركة تصبح منتظمة حين تنعدم محصلة القوى.

اثناء الحركة تخضع الكرية إلى القوى التالية:

- قوة الثقل $\vec{P}$ ثابتة جهتها نحو الأسفل.
- دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ ثابتة جهتها نحو الأعلى.
- قوة الإحتكاك $\vec{f}$ بالسائل والتي لا تكون ثابتة.

محصلة القوى $\vec{F}=\vec{P}+\vec{\Pi}+\vec{f}$

بالإسقاط على المحور الشاقولي $(Z'Z)$ نجد $F=P-\Pi-f$

عند تناقص شدة المحصلة $\vec{F}$ فإن قوة الاحتكاك $\vec{f}$ تتزايد حتى تصبح المحصلة $F=0$ فتبلغ الكرية سرعتها الحدية التي من أجلها تصبح السرعة ثابتة والحركة منتظمة ويكون $f=P-\Pi$

تمرين تدريبي

في تجربة الكرة الساقطة داخل سائل (الفقرة 2 - 2) :

إذا كان السائل المستعمل هو الماء $(\rho=1000\,g.m^{-3})$ و كانت كتلة الكرية $m=10\,g$ و نصف قطرها $r=1\,Cm$ فأوجد باخذ $(g=10\,m.S^{-2})$:

1- شدة دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ المؤثرة على الكرية داخل السائل.

2- تسارع الحركة في الحظة $t=1\,S$ ، و استنتج شدة محصلة القوى $\vec{F}$ المؤثرة على الكرية في تلك اللحظة، و كذلك شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ الموافقة.

✔ الحل :

1) شدة دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$:

تكون شدتها مساوية لثقل السائل المزاح:

$\Pi=P_l=m_l.g=V_l.\rho_l.g$.........(1)

حجم السائل المزاح يكون مساويا لحجم الكرية:

$$V_l=V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\times3{,}14\times(10^{-2})^3=4{,}176\times10^{-6}\,m^3$$

و منه نجد بالعودة إلى العلاقة (1) :

$$\Pi=4{,}176\times10^{-6}\times1000\times10=4{,}176\times10^{-2}\approx0{,}042\,N$$

2) تسارع الحركة وشدة محصلة القوى F :

- من البيان يكون عند اللحظة $t=1\,S$:
- تسارع الحركة $a=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{0{,}70-0{,}25}{1{,}0-0}=0{,}45\,m.S^{-2}$

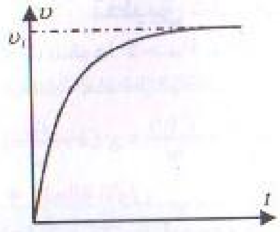
- شدة محصلة القوى حسب القانون الثاني لنيوتن:

$F=m.a$

$=10\times10^{-3}\times10\times0{,}45=0{,}045\,N$

و حيث أن $\vec{F}=\vec{P}+\vec{\Pi}+\vec{f}$ بالإسقاط على $(x'x)$ يكون $F=P-\Pi-f$.

و منه نجد $F=10\times10^{-3}\times10-0{,}042-0{,}045=0{,}013\,N$



③ - الدراسة التحليلية للسقوط الشاقولي

3 - 1 المعادلة التفاضلية لحركة جسم ساقط في الهواء

وجدنا أن معادلة سقوط جسم شاقوليا نحو الأسفل تعطى بالعلاقة التالية:

$$m.\frac{d\upsilon}{dt}=m\,g-\Pi-f(\upsilon)$$

و شدة دافعة أرخميدس تكون مساوية لثقل الهواء المزاح $\Pi=\rho_0.V.g$

فإذا كانت ρ هي الكتلة الحجمية للهواء يكون $V=\frac{m}{\rho}$

بالتعويض نجد $m.\frac{d\upsilon}{dt}=m\,g-\rho_0.\frac{m}{\rho}g-f(\upsilon)$

و بالقسمة على m نجد $\frac{d\upsilon}{dt}=g(1-\frac{\rho_0}{\rho})-\frac{f(\upsilon)}{m}$

و أخيرا نحصل على المعادلة التفاضلية التالية:

$$\frac{d\upsilon}{dt}+\frac{f(\upsilon)}{m}=g(1-\frac{\rho_0}{\rho})\ ....(1)$$

تبين الدراسات التجريبية أن مقاومة الهواء للأجسام الساقطة و الناتجة عن الاحتكاكات تتناسب مع مربع سرعتها ، فيكون $f(\upsilon)=K\upsilon^2$.

بالتعويض في (1) نحصل على الصورة التالية للمعادلة التفاضلية (1) :

$$\frac{d\upsilon}{dt}+\frac{K}{m}.\upsilon^2=g(1-\frac{\rho_0}{\rho})\ ....(2)$$

و هي المعادلة التفاضلية لحركة الأجسام الساقطة شاقوليا في الهواء.

و تبلغ الكرة سرعتها الحدية عندما $\frac{d\upsilon}{dt}=0$ فيكون (3) .... $\upsilon_l=\sqrt{\frac{m\,g}{K}(1-\frac{\rho_0}{\rho})}$

تعطينا هذه العلاقة قيمة السرعة الحدية التي تبلغها الكرية الساقطة بعد انعدام التسارع.

و المنحنى الجانبي يبين تطور سرعة الحركة لبلوغ هذه السرعة.

3 - 2 تطبيق على حركة الأجسام الساقطة داخل السوائل

عند سقوط الأجسام شاقوليا داخل سائل بدل الهواء فإن معادلة السقوط تبقى منمذجة بالمعادلة العامة التالية :

$\frac{dv}{dt}+\frac{f(v)}{m}=g(1-\frac{\rho_0}{\rho})$. و نميز حينئذ حالتين:

◆ **الحالة الأولى**

قوة الاحتكاك تتناسب مع مربع السرعة $f(v)=K v^2$

نحصل على نفس المعادلة التفاضلية السابقة (2) و التي تعطي نفس عبارة السرعة الحدية (3) .

◆ **الحالة الثانية**

قوة الاحتكاك تتناسب مع السرعة $f(v)=K.v$

تصبح المعادلة التفاضلية للحركة (4) .... $\frac{dv}{dt}+\frac{K}{m}.v=g(1-\frac{\rho_0}{\rho})$

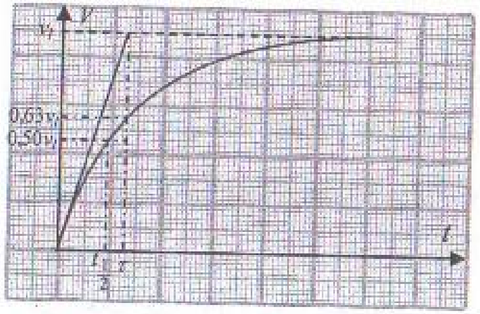
فعند بلوغ السرعة الحدية يكون $\frac{dv}{dt}=0$ فنحصل على:

$v_l=\frac{mg}{K}(1-\frac{\rho_0}{\rho})$ ....(5)

و يعطي حل المعادلة التفاضلية (4) ما يلي:

$v=v_l.(1-e^{t/\tau})$ ....(6)

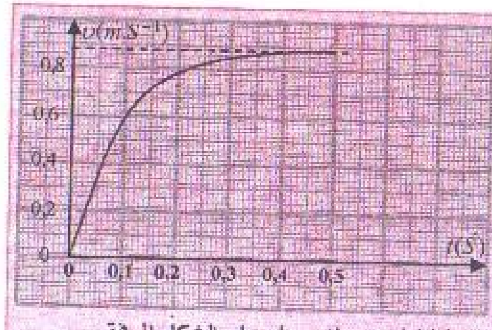
حيث $\tau=\frac{m}{K}$ ثابت الزمن و يكون لهذه الدالة نفس خواص الدالة الأسية $u(t)$ التي تطرقنا لها في الدارة (R,C) و (R,L) .



▲ منحنى تطور السرعة اللحظية

تمرين تدريبي

نتابع بطريقة التصوير المتعاقب الحركة الشاقولية لكرية كتلتها $m=8\,g$ تترك حرة دون سرعة ابتدائية داخل سائل، و ذلك بتسجيل مواقعها المتتالية خلال فواصل زمنية متساوية ومتعاقبة، حيث نتمكن من رسم بيان سرعتها $v(t)$ بدلالة الزمن، فنحصل على الشكل المرفق.

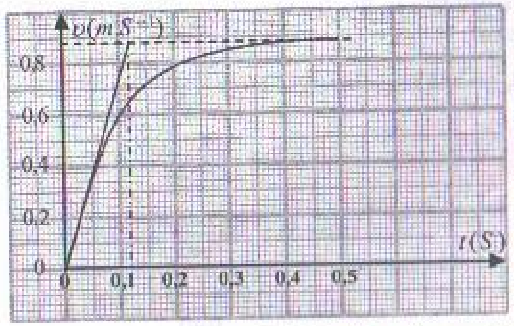


1- ما هي السرعة الحدية v_l لهذه الكرية ؟

2- ما هو ثابت الزمن τ للحركة ؟

3- علما أن قوة الاحتكاك $\vec{f}$ داخل السائل تتناسب مع سرعة الحركة $f=K v$. أوجد قيمة ثابت التناسب K .

✔ الحل :



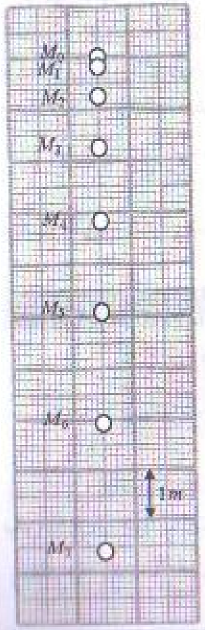
1) من البيان يكون $v_l=0{,}88\ m.S^{-1}$

2) ثابت الزمن τ للحركة: بنفس الطريقة المتبعة في إيجاد τ بالطريقة البيانية أثناء دراسة كل من ثنائي القطب (R,C) و (R,L) نقوم بما يلي: عند اللحظة $t=0$ نرسم مماسا للمنحنى $v(t)$ فتكون النقطة (τ, v_l) واقعة على المماس و نجد من الرسم أن $\tau=0{,}12\ S$.

3) حساب قيمة الثابت K :

وجدنا سابقا أن $\tau=\frac{m}{K}$ فيكون $K=\frac{m}{\tau}=\frac{8\times10^{-3}}{0{,}12}=66{,}7\times10^{-3}\ N.m.S^{-1}$

❹ - دراسة الحالة الخاصة - السقوط الحر



يكون السقوط الشاقولي حرا عندما لا يخضع الجسم الساقط إلا لتأثير ثقله $\vec{P}$. و هذا يعني أن الحركة تتم في الفراغ . أما في الهواء فنعتبر السقوط حرا إذا كانت الأجسام ذات كثافة كبيرة و كانت الارتفاعات صغيرة حتى نستطيع إهمال مقاومة الهواء و دافعة أرخميدس.

4 - 1 طبيعة الحركة

يعطي التصوير المتعاقب لكرية ساقطة سقوطا حرا، المواضع المتتالية لمركز عطالتها خلال فواصل زمنية متساوية و متعاقبة $\tau=0{,}20\ S$ ، و ذلك حسب الشكل المرفق.

انطلاقا من هذه الوثيقة نجد أن المسافات المقطوعة في نفس الأزمنة المتساوية و المتعاقبة تزداد بمعدل ثابت، فالحركة تكون متساوية بانتظام. و لحساب تسارعها نتبع طريقة حساب السرعات اللحظية بالاعتماد على السرعات الوسطى ، تدون نتائج القياس في الجدول التالي،

$t(S)$	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40
$z(m)$	0,00	0,20	0,78	1,76	3,14	4,90	7,06	9,60

حيث نجد ما يلي:

$$v\left(\frac{t_1+t_2}{2}\right)=v_m(t_1,t_2)=\frac{\Delta z}{\Delta t}=\frac{\Delta z}{2\tau}$$

$$v(0,2\,S)=v_m(0,\ 0,4\,S)=\frac{0,78-0,00}{0,40}=1,95\,m.S^{-1}$$

$$v(0,4\,S)=\frac{1,76-0,20}{0,40}=3,9\,m.S^{-1}$$

$$v(0,6\,S)=\frac{3,14-0,78}{0,40}=5,9\,m.S^{-1}$$

$$v(0,8\,S)=\frac{4,90-1,76}{0,40}=7,85\,m.S^{-1}$$

$$v(1,0\,S)=\frac{7,06-3,14}{0,40}=9,80\,m.S^{-1}$$

$$v(1,20\,S)=\frac{9,60-4,90}{0,40}=11,75\,m.S^{-1}$$

و يكون التغير في السرعات اللحظية خلال المجالات الزمنية المذكورة بالشكل التالي:

$$\Delta v(0,4\,S)=v(0,6\,S)-v(0,2\,S)=5,9-1,95=3,95\,m.S^{-1}$$

$$\Delta v(0,6\,S)=v(0,8\,S)-v(0,4\,S)=7,85-3,9=3,95\,m.S^{-1}$$

و هكذا بنفس الكيفية نجد أن Δv يكون مقدارا ثابتا.

و يكون التسارع الوسطي للحركة مساويا للتسارع اللحظي باعتبار الحركة متغيرة بانتظام:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{3,95}{0,40}=9,87\,m.S^{-2}$$

و هذه القيمة تكون مساوية لتسارع الجاذبية الأرضية $\vec{g}$ في حدود أخطاء القياس.

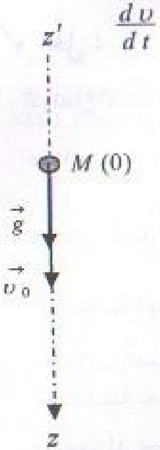
نتيجة

- حركة السقوط الحر مستقيمة متغيرة بانتظام حاملها الشاقول و تسارعها هو تسارع الجاذبية الأرضية $\vec{g}$.

4 - 2 الدراسة التحليلية للسقوط الحر

بالرجوع إلى المعادلة التفاضلية لحركة الأجسام الساقطة شاقوليا في الهواء:

$$\frac{dv}{dt}+\frac{f(v)}{m}=g\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)$$



بإهمال قوة الاحتكاك بالهواء و دافعة أرخميدس تصبح المعادلة كالتالي $\frac{dv}{dt}=g$

و منه نجد ما يلي بإيجاد الدالة الأصلية $\int dv=g.\int dt \longrightarrow v=gt+C$

لما $t=0$ يكون $v=v_0=0$ نحصل على معادلة السرعة

$$v=gt$$

كذلك يكون $v=\frac{dz}{dt}$. و منه يكون:

$$\int dz=\int v.dt=g\int t\,dt=\frac{1}{2}gt^2+z(0)$$

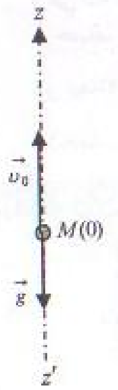
لما $t=0$ يكون $z(0)=0$. نحصل على معادلة الحركة:

$$z=\frac{1}{2}gt^2$$

4 - 3 أثر الشروط الابتدائية على الحركة

عندما يتم السقوط الشاقولي بسرعة ابتدائية $\vec{v_0}$ تصبح المعادلتان السابقتان بالشكل التالي:

$$z=\frac{1}{2}gt^2+v_0t+z_0 \quad , \quad v=gt+v_0$$



بإيجاد قيم t من معادلة السرعة و تعويضه في z نحصل على العلاقة التالية التي ترتبط فيها عناصر الحركة:

$$v^2=v_0^2=2gz$$

- **حالة القذف الشاقولي نحو الأعلى :**

عند توجيه المحور $(Z'Z)$ حامل الحركة نحو الأعلى (جهة الحركة) تصبح إشارة $\vec{g}$ سالبة في المعادلات السابقة فنجد ما يلي:

$$v=-gt+v_0$$

$$z=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t$$

$$v^2-v_0^2=-2gz$$

تمرين تدريبي

من نقطة (O) على سطح الأرض يقذف جسم شاقوليا نحو الأعلى بسرعة ابتدائية $\vec{v_0}$. أوجد بدلالة v_0 ، g :

1- الارتفاع الأعظمي h الذي يبلغه، و زمن الحركة t_1 .

2- الزمن اللازم الذي يستغرقه للعودة إلى النقطة (O) و السرعة المكتسبة حينئذ $\vec{v_1}$. ماذا تستنتج ؟

✔ الحل :

1) الارتفاع الأعظمي h و زمن الحركة t_1 :

من العلاقة $\upsilon^2-\upsilon_0^2=-2gz$ يكون $z=\dfrac{\upsilon^2-\upsilon_0^2}{-2g}$

في أعلى نقطة من المسار يكون $\upsilon=0$ نجد $h=\dfrac{0-\upsilon_0^2}{-2g}=\dfrac{\upsilon_0^2}{2g}$

من معادلة السرعة $\upsilon=-gt+\upsilon_0$ يكون $t_1=\dfrac{\upsilon-\upsilon_0}{-g}=\dfrac{0-\upsilon_0}{-g}=\dfrac{\upsilon_0}{g}$

2) إيجاد زمن العودة:

عند نقطة العودة O يكون $h=0$:

من معادلة الحركة $z=-\dfrac{1}{2}gt^2+\upsilon_0 t$ يكون $-\dfrac{1}{2}gt_2^2+\upsilon_0 t_2=0$

و منه نجد $t_2=\dfrac{2\upsilon_0}{g}=2t_1$

و هي اللحظة التي يعود فيها الجسم لنقطة انطلاقه. فزمن الصعود يكون مساويا تماما لزمن الهبوط.

- حساب سرعة العودة لنفس نقطة الانطلاق:

من العلاقة $\upsilon(t)=-gt+\upsilon_0$ يكون $\upsilon(t_2)=-g\left(\dfrac{2\upsilon_0}{g}\right)+\upsilon_0=-\upsilon_0$

نلاحظ أن سرعة العودة تكون مساوية تماما لسرعة الانطلاق و بجهة معاكسة.

نتيجة

- في السقوط الحر بوجود سرعة ابتدائية يكون:
- زمن الصعود = زمن الهبوط.
- سرعة العودة عند نقطة معينة = سرعة الانطلاق من نفس النقطة.

خلاصة

1- تخضع الأجسام الساقطة في الهواء شاقوليا إلى تأثير قوة ثقلها و دافعة أرخميدس و قوة الاحتكاك بالهواء.

2- عندما تكون الارتفاعات صغيرة كفاية، و تكون الأجسام الساقطة ذات كثافة عالية، فإنه يمكن إهمال دافعة أرخميدس و قوة الاحتكاك بالهواء ليصبح السقوط حرا.

3- تعطى المعادلة التفاضلية لسقوط الأجسام شاقوليا في الهواء، أو في السوائل بالعلاقة $\dfrac{d\upsilon}{dt}+\dfrac{f(\upsilon)}{m}=g\left(1-\dfrac{\rho_0}{\rho}\right)$

4- إذا كانت قوة الاحتكاك المؤثرة على الجسم الساقط في الهواء أو السائل من الشكل $f(\upsilon)=K\upsilon^2$ فإن السرعة الحدية التي يبلغها الجسم تكون بالشكل $\upsilon_l=\sqrt{\dfrac{mg}{K}\left(1-\dfrac{\rho_0}{\rho}\right)}$

5- إذا كانت قوة الاحتكاك المؤثرة على الجسم الساقط في السائل من الشكل $f(\upsilon)=K\upsilon$ فإن السرعة الحدية للجسم تكون بالشكل $\upsilon_l=\dfrac{mg}{K}\left(1-\dfrac{\rho_0}{\rho}\right)$ و تكون السرعة اللحظية بالشكل:

$\upsilon=\upsilon_l=(1-e^{t/\tau})$ حيث $\tau=\dfrac{m}{K}$ ثابت الزمن للسرعة.

6- عندما يصبح السقوط حرا نحصل على المعادلات التالية:

أ) السقوط الحر بدون سرعة ابتدائية:

$$\upsilon^2=2gz \quad , \quad z=\frac{1}{2}gt^2 \quad , \quad \upsilon=gt$$

ب) السقوط الحر بوجود سرعة ابتدائية:

$$\upsilon^2-\upsilon_0^2=2gz \quad , \quad z=\frac{1}{2}gt^2+\upsilon_0 t \quad , \quad \upsilon=gt+\upsilon_0$$

ج) القذف الشاقولي نحو الأعلى:

$$\upsilon^2-\upsilon_0^2=-2gz \quad , \quad z=-\frac{1}{2}gt^2+\upsilon_0 t \quad , \quad \upsilon=-gt+\upsilon_0$$

الدراسة التجريبية للسقوط الشاقولي في الهواء

نترك كرية معدنية كتلتها $m = 58\ g$ لتسقط من ارتفاع معين ابتداء من السكون، و نتابع حركتها بتسجيل مواقعها في أزمنة متساوية و متعاقبة فنحصل على جدول القياسات التالي:

$t\,(S)$	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0
$z\,(m)$	0,0	0,25	9,8	10,8	17	27	35	52
$\upsilon\,(m.S^{-1})$	0,0	4,9	9,8	12,5	16,0	18	20	22

حيث z يمثل فاصلة المتحرك على محور الحركة.

◆ **المطلوب:**

-1 ارسم بيان السرعة $\upsilon\,(t)$. ماذا تلاحظ ؟

-2 ما هي حدود الارتفاع الذي يمكن عنده اعتبار السقوط حرا ؟
- استنتج تسارع الجاذبية الأرضية g في مكان التجربة.

-3 بإهمال دافعة ارخميدس، أكتب معادلتي الحركة في كل من المجالين الزمنيين: $[0,1S]$ ، $[1S,4S]$.

-4 بين ان السرعة الحدية التي تبلغها الكرية هي $\upsilon_l = \sqrt{\dfrac{m\,g}{K}}$
حيث K ثابت التناسب بين قوة الاحتكاك و مربع سرعة الحركة.

-5 استنتج قيمة الثابت K بالاعتماد على البيان.

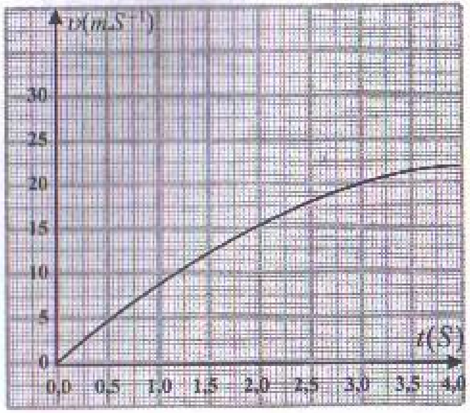
-6 باعتبار السقوط حرا خلال كامل الحركة، أرسم على نفس المعلم السابق منحنى السرعة النظرية $\upsilon_0\,(t)$. ما هو عندئذ الخطأ النسبي المرتكب في قياس السرعة نتيجة هذا الاعتبار ، و ذلك في اللحظة $t = 2\,S$ ؟

◆ **تحليل التجربة**

-1 رسم بيان السرعة $\upsilon\,(t)$:
- مقياس الرسم: الوحدة أفقيا ⟵ $0{,}5\,S$ شاقوليا ⟵ $4\,m\,.\,S^{-1}$

نحصل على البيان المرفق.

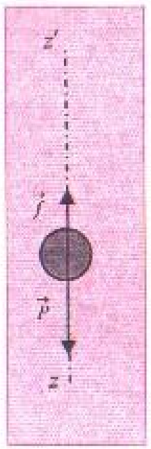
- نلاحظ انه في المجال $[0,1S]$ تقريبا تكون السرعة دالة خطية فيكون التسارع ثابتا، ثم تصبح السرعة غير خطية فيصبح التسارع غير ثابت و يبدا بالتناقص تدريجيا حتى بلوغ السرعة الحدية.



-2 **السقوط الحر:**
بملاحظة جدول القياسات نلاحظ ان حدود الارتفاع الذي يسمح باعتبار السقوط حرا هو $h \approx 1\,m$ و هو يوافق كون السرعة خطية، فيكون تسارع الحركة ثابتا:

$$a = \frac{d\,\upsilon}{d\,t} = \frac{\Delta\,\upsilon}{\Delta\,t} = \frac{4{,}9}{0{,}5}$$
$$= 9{,}8\,m\,.\,S^{-2} = g$$

-3 **معادلة حركة السقوط:**



- في المجال $[0,1S]$ يكون السقوط حرا. فتكون معادلة الحركة هي:

$$z = \frac{1}{2}\,g\,t^2 = 4{,}5\,t^2$$

- و في المجال $[1S,4S]$ لا يكون السقوط حرا. فينتج بتطبيق قانون نيوتن الثاني ما يلي

$$\vec{P} + \vec{f} = \vec{a}\,.m$$

حيث $\vec{f}$ هي شدة قوة الاحتكاك بالهواء التي تكون شدتها متناسبة مع مربع السرعة $f = K\,\upsilon^2$
بإسقاط العلاقة الشعاعية على المحور $(Z'Z)$ يكون:
$P - K\,\upsilon^2 = a\,.m$ نحصل على معادلة الحركة بالشكل التالي:

$$m\frac{d\,\upsilon}{d\,t} = P - K\,\upsilon^2$$

-4 **إيجاد السرعة الحدية** υ_l :
عند بلوغ السرعة الحدية تصبح السرعة ثابتة لانعدام محصلة القوى فيكون:

$$m\frac{d\,\upsilon}{d\,t} = 0$$

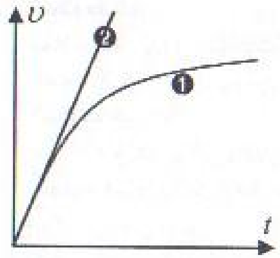
$$P - K\,\upsilon_l^2 = 0 \longrightarrow \upsilon_l = \sqrt{\frac{P}{K}} = \sqrt{\frac{m\,g}{K}}$$

5- **استنتاج قيمة الثابت K :**

من البيان يكون $\upsilon_l = 22\,m\,.\,S^{-1}$ و منه نجد:

$$K=\frac{m\,g}{\upsilon^2}=\frac{0{,}058\times 9{,}8}{(22)^2}=11{,}74\times10^{-4}\ N.m^{-1}.S$$

6- **باعتبار السقوط حرا :**



يكون منحنى السرعة نظريا خطا مستقيما (المنحنى ❷).

- في اللحظة $t=2\,S$ يكون حسب البيانين:
- **تجريبيا:** $\upsilon_1=16\,m\,.\,S^{-1}$
- **نظريا:** $\upsilon_2=19{,}6\,m\,.\,S^{-1}$

الخطأ النسبي المرتكب عند إهمال قوى الاحتكاك بالهواء يكون مساويا للارتياب النسبي:

$$\frac{|\Delta\upsilon|}{\upsilon}=\frac{|\upsilon_1-\upsilon_2|}{\upsilon_2}=\frac{19{,}6-16}{19{,}6}=0{,}18$$

فنسبة الخطأ هي 18 % تقريبا و يزداد الخطأ مع مرور الزمن.

تطبيقات نموذجية

تطبيق ❶

المقارنة بين حركتي سقوط كريتين في الهواء

كرتان متماثلتان A ، B لهما نفس الكتلة $(m=200\,g)$:
الأولى من الحديد (كتلته الحجمية $\rho=7{,}9\,g.Cm^{-3}$). والثانية من الفلين (كتلته الحجمية $\rho=0{,}2\,g.Cm^{-3}$).(تهمل مقاومة الهواء)

1- احسب حجم كل كرية وشدة دافعة أرخميدس المؤثرة عليها عندما تسقط شاقوليا في الهواء (كتلته الحجمية $\rho_0=1{,}2\,g.Cm^{-3}$).

2- احسب ثقل كل كرية إذا كان $g=10\,m\,.\,S^{-2}$.

3- تترك الكريتان دون سرعة ابتدائية لتسقطان من ارتفاع $h=1\,m$.
- احسب تسارع حركة كل كرية، ثم استنتج زمن سقوطها.

✓ الحل :

1) حساب حجم كل كرية وشدة دافعة أرخميدس المؤثرة عليها

من العلاقة $m=\rho\,.V$ يكون $V=\dfrac{m}{\rho}$ ومنه نجد ما يلي:

- حجم كرية الحديد $V_1=\dfrac{200}{7{,}9}\approx 25{,}32\,Cm^3$
- حجم كرية الفلين $V_2=\dfrac{200}{0{,}2}\approx 1000\,Cm^3$
- دافعة أرخميدس:

تكون بقدر ثقل الهواء المزاح و تعطى بالعلاقة $\Pi=\rho_0\,.V.\,g$ حيث ρ_0 الكتلة الحجمية للهواء

و قيمتها $\rho_0=1{,}2\,g.\,Cm^{-3}=\dfrac{1{,}2\times10^{-3}}{10^{-6}}=1{,}2\times10^{3}\,Kg.\,m^{-3}$ نحصل على ما يلي:

- على كرية الحديد:

$$\Pi_1=\rho_0\,.V_1\,.\,g=1{,}2\times10^3\times25{,}32\times10^{-6}\times10\approx0{,}304\,N$$

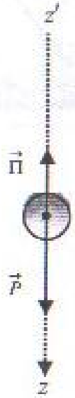
- على كرية الفلين:

$$\Pi_2=\rho_0\,.V_2\,.\,g=1{,}2\times10^3\times10^3\times10^{-6}\times10\approx1{,}2\,N$$

2) ثقل الكريتين:

$$P=m\,.\,g=0{,}200\times10=2\,N$$

3) تسارع الحركة وزمن السقوط



يعطي قانون نيوتن $\vec{P}+\vec{\Pi}=m\,\vec{a}$.

بالإسقاط على المحور $(Z'Z)$ يكون:

$$P-\Pi=m\,a \longrightarrow a=\frac{P-\Pi}{m}$$

ينتج ما يلي:

$$a_1=\frac{2-0{,}304}{0{,}200}\approx 8{,}48\,m.S^{-2}$$

$$a_2=\frac{2-1{,}2}{0{,}200}\approx 4\,m.S^{-2}$$

من معادلة الحركة $z=\frac{1}{2}a\,t^2$ يكون:

$$t=\sqrt{\frac{2z}{a}}$$

ومنه نجد $t_1=\sqrt{\frac{2\times1}{8{,}48}}=0{,}48\,S$ ، $t_2=\sqrt{\frac{2\times1}{4}}\approx 0{,}7\,S$

تطبيق 2 السرعة الحدية لمظلي والقوى المؤثرة في الجملة

تبلغ الكتلة الإجمالية لمظلي مع مظلته القيمة $m=100\,Kg$. يسقط هذا المظلي تحت تأثير ثقله ابتداء من السكون نحو سطح الأرض في اللحظة $t=0$. نعتبر أن القوة المقاومة للحركة تتناسب مع مربع السرعة و تعطى بالعلاقة $f_0=20\,\upsilon^2$. و أن المظلة تنفتح في اللحظة $t=0$. بأخذ ($g=9{,}80\,m.S^{-2}$):

1- برهن أن محصلة القوى المؤثرة على الجملة تؤول إلى الصفر في لحظة معينة . استنتج حينئذ السرعة الحدية υ_1 التي تكتسبها الجملة.

2- ا) ماذا تصبح طبيعة حركة الجملة في اللحظة المذكورة ؟ استنتج شدة القوة المقاومة للحركة خلال هذه المرحلة.

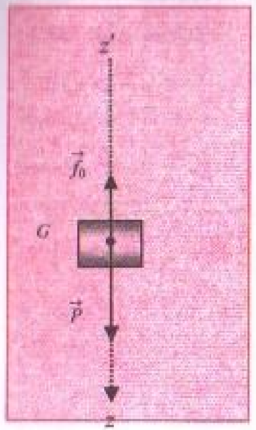
ب) علما أن كتلة المظلي $m_1=80\,Kg$ و كتلة المظلة $m_2=20\,Kg$ ،

استنتج حينئذ شدة محصلة التوترات $\vec{T}$ المطبقة على حبال المظلة.

3- علما أن الجملة تبلغ سرعتها الحدية υ_1 المذكورة في اللحظة $t_1=4\,S$.

- ارسم في المجال $[0, 14\,S]$ مخطط السرعة $\upsilon(t)$ ، ثم استنتج منه القيمة المتوسطة لتسارع الحركة في اللحظة $t=2\,S$ و كذلك شدة مقاومة الهواء للجملة، و شدة محصلة القوى في تلك اللحظة.

الحل :



1) محصلة القوى $\vec{F}$

يخضع مركز عطالة الجملة (G) أثناء الهبوط إلى القوى التالية:

- قوة النقل $\vec{P}$ و قوة مقاومة الهواء $\vec{f_0}$

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على مركز عطالة الجملة (G)

يكون $\vec{P}+\vec{f_0}=\vec{a_G}\,.m$

بالإسقاط على حامل الحركة $(z'z)$ نجد:

ومنه يكون: $P-f_0=a_G\,.m$

$mg-20\,\upsilon^2=a_G\,.m$ ....(1)

الحركة تتم ابتداء من السكون ($f_0=20\,\upsilon_0^{\,2}=0$) فالمقدار

$\vec{P}\rangle\vec{f_0}$ أثناء الهبوط.

و عند زيادة السرعة تزداد القوة المقاومة حتى تصبح $P=f_0$ و عندها نجد:

$a_G\,.m=0$ فمحصلة القوى تصبح حينئذ معدومة لتناقص تسارع الحركة و يكون:

$m\,g-20\,\upsilon_0^{\,2}=0$ ومنه نجد السرعة الحدية الموافقة:

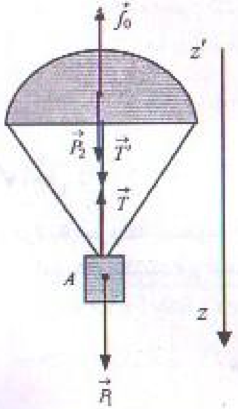
$$\upsilon_1=\sqrt{\frac{m\,g}{20}}=\sqrt{\frac{100\times9{,}80}{20}}=7\,m.S^{-1}$$

2) ا) طبيعة الحركة والقوى المؤثرة لحظة بلوغ السرعة الحدية υ_1 :

- محصلة القوى معدومة فالتسارع يصبح معدوما وتصبح الجملة في حالة عطالة:

$\sum_i \vec{F_i}=\vec{0}$ ، و تتابع حركتها بسرعة ثابتة $\upsilon_1=7\,m.S^{-1}$

و نجد $f_0=20\,\upsilon_0^{\,2}=20\,(7)^2=980\,N=P$



ب) شدة التوترات $\vec{T}$:

عمليا تؤثر قوة مقاومة الهواء $\vec{f_0}$ على المظلة فيكون بتطبيق قانون نيوتن الثاني على مركز عطالة المظلي A ما يلي:

$$\vec{P_1}+\vec{T}=\vec{a}\,.m_1=\vec{0}$$

بالإسقاط على حامل الحركة $(z'z)$ يكون:

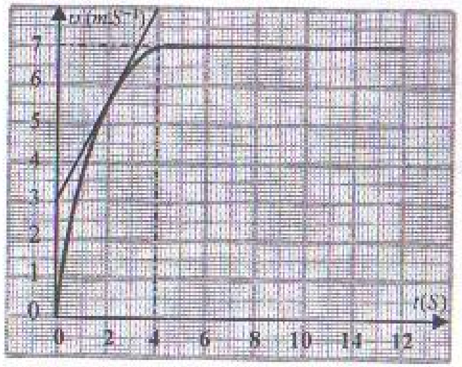
$$T=m_1\,g=80\times9{,}8=784\,N$$

3) مخطط السرعة $v(t)$

- خلال المرحلة الأولى $[0, t_1]$ يكون التسارع غير ثابت و السرعة متغيرة تزداد بشكل آني.

- و في المرحلة الثانية $[t_1, t_2]$ تصبح السرعة ثابتة.

نحصل على الشكل الجانبي.



- في اللحظة $t = 2\,S$ يكون حسب البيان:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5,5-3}{2} = 1,25\ m.S^{-2}$$

و يكون $f_0 = 20\,(5,5)^2 = 605\ N$

$$F = m\,a_G = 100 \times 1,25 = 125\ N$$

تطبيق 3 السرعة الحدية لمظلي في الهواء

يبلغ ثقل مظلي مع مظلته المقدار $P = 1000\ N$.(تؤخذ $g = 9,80\ m.S^{-2}$).

1- في البداية يسقط المظلي ابتداء من السكون تحت تأثير ثقله سقوطا حرا لمدة ثانية واحدة قبل أن تنفتح المظلة.

- ما هي السرعة المكتسبة حينئذ، وما المسافة التي ينزلها؟ هل تبلغ الجملة سرعة محددة خلال مرحلة السقوط؟

2- نفرض الآن أنه في بداية السقوط (اللحظة $t = 0$) تنفتح المظلة و أن الجملة تخضع فقط للثقل ومقاومة الهواء التي تتناسب مع مربع السرعة $(F = 39\,v^2)$.

باهمال دافعة أرخميدس أوجد السرعة الحدية v_{1l} للجملة. كيف تصبح الحركة بعد ذلك؟

3- نعود للشروط الابتدائية.

- ما هي السرعة الحدية التي تبلغها الجملة v_{2l} إذا لم نهمل دافعة أرخميدس و قبلنا بأن شدة هذه القوة تكون مساوية $\frac{1}{5}$ ثقل الجملة؟

✓ الحل:

1) دراسة حركة السقوط الحر

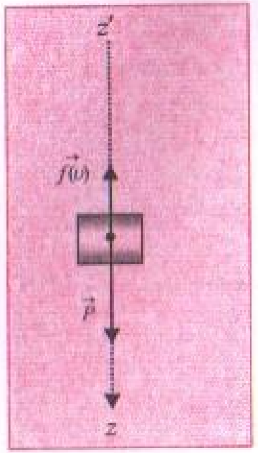
- السرعة المكتسبة و المسافة المقطوعة في اللحظة $t = 1\,S$:

$$v = g\,t = 9,8 \times 1 = 9,8\ m.S^{-2}$$

$$z = \frac{1}{2} g\,t^2 = \frac{1}{2} \times 9,8 \times 1 = 4,9\ m$$

وتبقى الحركة متسارعة بشكل غير محدود إذا تابعت الجملة سقوطها بهذه الشروط.

2) دراسة حركة السقوط الشاقولي بوجود مقاومة للهواء



إذا كانت $\vec{f}(v)$ هي قوة الاحتكاك بالهواء و المثلة لمقاومته فإنه يكون بتطبيق قانون نيوتن الثاني ما يلي:

$$\vec{P} + \vec{f}(v) = \vec{a}.m$$

بالإسقاط على حامل الحركة $(Z'Z)$ يكون:

$P - f(v) = a.m$. أي أن $P - 39\,v^2 = a\,m$

في البداية يكون $P \rangle 39\,v^2$ فالحركة تكون متسارعة.

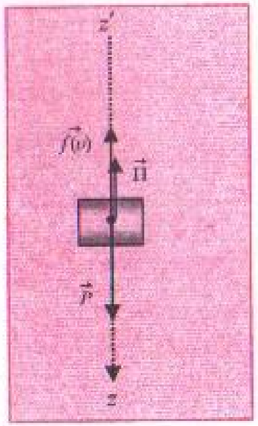
و يتناقص التسارع حتى ينعدم من أجل $P = 39\,v^2$ فيكون $a\,m = 0$.

و هذا من أجل السرعة الحدية v_{1l} التي تحقق المساواة $P - 39\,v_{1l}^2 = 0$. ومنه نجد

$$v_{1l} = \sqrt{\frac{P}{39}} = \sqrt{\frac{1000}{39}} = 5,06\ m.S^{-1}$$

و تتابع الجملة حركتها بالمحافظة على هذه السرعة.

3) الحركة تحت تأثير احتكاك الهواء و دافعة أرخميدس



يعطي قانون نيوتن الثاني ما يلي:

$$\vec{P} + \vec{f}(v) + \vec{\Pi} = \vec{a}.m$$

بالإسقاط على $(Z'Z)$ نجد ما يلي:

$$P - f(v) - \Pi = a.m$$

$$P - 39\,v^2 - \Pi = a\,m$$

و تبلغ الجملة سرعتها الحدية v_{2l} من أجل $a = 0$

فيكون $v_{2l} = \sqrt{\frac{P - \Pi}{39}}$

$$= \sqrt{\frac{1000 - 2000}{39}} = 4,53\ m.S^{-1}$$

تطبيق 4 تطور سرعة حركة سقوط شاقولي في سائل

يبين المنحنى المرفق تطور سرعة الحركة لكرية ساقطة سقوطا شاقوليا داخل سائل. تهمل دافعة أرخميدس.

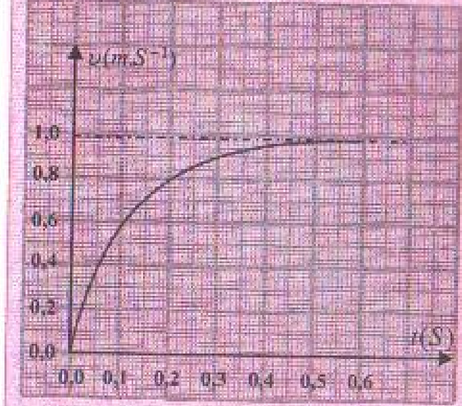
1- ما هي السرعة الحدية v_l لهذه الكرية؟

2- علما أن ثابت الزمن للحركة يعطى بالعلاقة $\tau=\frac{m}{K}$

أ) أوجد من البيان قيمة ثابت الزمن τ ، ثم استنتج ثابت التناسب K إذا كانت كتلة الكرية $m=10\,g$ و كذلك شدة قوة الاحتكاك في اللحظة $t=0{,}4\,S$.

ب) أوجد المقادير التالية: $t_{\frac{1}{2}}$ ، $\upsilon(0{,}2\,S)$.

3- احسب تسارع الكرية في اللحظات $t=0{,}2\,S$ ، $t_{\frac{1}{2}}$ ، τ.



الحل :

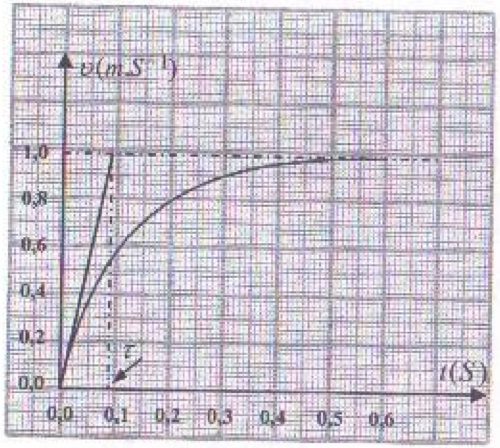
1) السرعة الحدية للحركة

من البيان يكون، $\upsilon_l=0{,}9\,m.S^{-1}$

2) أ) ثابت الزمن τ

نرسم المماس للمنحنى $\upsilon(t)$ عند اللحظة $t=0$ فيتقاطع مع المستقيم $\upsilon_l=Cte$ في نقطة تكون فاصلتها هي $\tau=0{,}09\,S$

-استنتاج ثابت التناسب K:



من العلاقة $\tau=\frac{m}{K}$ يكون:

$$K=\frac{m}{\tau}=\frac{0{,}01}{0{,}09}=0{,}11\,N.m^{-1}.S$$

في اللحظة $t=0{,}4\,S$ تبلغ الكرية سرعتها الحدية υ_l فتكون قوة الاحتكاك بين الكرية و السائل في تلك اللحظة هي:

$$f=K.\upsilon_l=0{,}11\times0{,}9\approx0{,}10\,N$$

ب) من البيان يكون:

اللحظة $t_{\frac{1}{2}}$ توافق القيمة $\upsilon=\frac{\upsilon_l}{2}$. فنجد من البيان $t_{\frac{1}{2}}\approx0{,}075\,S$

و يكون أيضا $\upsilon(0{,}2\,S)=0{,}7\,m.S^{-1}$

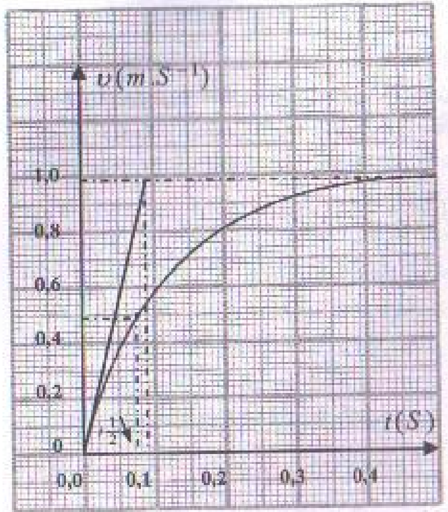
3) حساب تسارع الحركة

$$a=\frac{d\upsilon}{dt}$$

$$a_\tau=\frac{d\upsilon}{dt}\Big|_{t=\tau}=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\Big|_{t=\tau}=\frac{0{,}9}{0{,}09}=10\,m.S^{-2}$$

$$a_{t_{\frac{1}{2}}}=\frac{d\upsilon}{dt}\Big|_{t=t_{\frac{1}{2}}}=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\Big|_{t=t_{\frac{1}{2}}}=\frac{0{,}45}{0{,}075}=6\,m.S^{-2}$$

$$a_{t=2S}=\frac{d\upsilon}{dt}\Big|_{t=2S}=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\Big|_{t=2S}=\frac{0{,}75-0{,}5}{0{,}2}=1{,}25\,m.S^{-2}$$



تطبيق 5

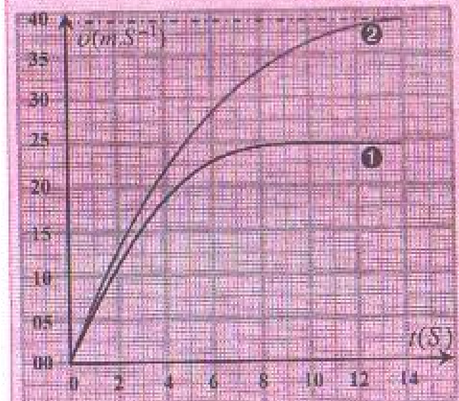
مقارنة حركة السقوط الشاقولي لكريتين في الهواء

من ارتفاع كبير نترك كريتين (a) ، (b) لتسقطان ابتداء من السكون نحو سطح الأرض. الأولى نصف قطرها $r=20\,mm$ و كتلتها $m_1=100\,g$ ، و الثانية كتلتها $m_2=300\,g$ و لها نفس الحجم.

1- علما أن الكتلة الحجمية للهواء هي: $\rho=1{,}29\,Kg.m^{-3}$ و أن $g=9{,}8\,m.S^{-2}$.

أوجد شدة دافعة أرخميدس المؤثرة على كل كرة و قارنها مع الثقل.

2- يعطي الشكل المرفق بياني السرعة ❶ ، ❷ للكريتين الساقطتين على الترتيب (a) ، (b).



أ) ما هي سرعة الكرية (b) و تسارعها عندما تبلغ الكرية (a) سرعتها الحدية ؟

ب) إذا كانت قوة الاحتكاك بالهواء معطاة بالعلاقة $F=K\upsilon^2$.

جـ) استنتج قيمة السرعة الحدية υ_{2l} للكرية (b).

✓ الحل :

1) دافعة أرخميدس و الثقل المؤثران على الكريتين:

- تعطى دافعة أرخميدس المؤثرة على كل كرة بالعلاقة $\Pi = \rho . V . g$

حيث يكون V هو حجم كل كرة (نفس حجم الهواء المزاح) فيكون:

$$V = \frac{4}{3} . \Pi . r^3 = \frac{4}{3} \times \Pi \times (20 \times 10^{-3})^3 = 16{,}7 \times 10^{-6}\ m^3$$

$$\Pi = 1{,}29 \times 16{,}7 \times 10^{-6} \times 9{,}8 \approx 2{,}11 \times 10^{-4}\ N$$

- ثقل الكريتين:

$$P_1 = m_1 . g_1 = 0{,}100 \times 9{,}8 = 0{,}98\ N$$

$$P_2 = m_2 . g_2 = 0{,}300 \times 9{,}8 = 2{,}94\ N$$

- المقارنة بين الثقل و دافعة أرخميدس:

$$\frac{P_2}{\Pi} = \frac{2{,}94}{2{,}11 \times 10^{-4}} \approx 13934 \quad , \quad \frac{P_1}{\Pi} = \frac{0{,}98}{2{,}11 \times 10^{-4}} = 4644{,}5$$

نلاحظ أن دافعة أرخميدس في الهواء تكون ضعيفة جدا بالنسبة لثقل الكريتين فتهمل أمامهما.

2) أ) سرعة الكرية (b) و تسارعها:

- في اللحظة $t = 8\ S$ تبلغ الكرية (a) سرعتها الحدية $(\upsilon_{1l} = 24{,}5\ m . S^{-1})$ وتكون سرعة الكرية (b) حينئذ هي $\upsilon = 32{,}5\ m . S^{-1}$ و هي لم تبلغ سرعتها الحدية بعد.

و يكون تسارعها هو:

$$a = \left.\frac{d\upsilon}{dt}\right|_{t=8S} = \left.\frac{\Delta \upsilon}{\Delta t}\right|_{t=8S} = \frac{32{,}5 - 15}{8} \approx 2{,}19\ m . S^{-2}$$

ب) إيجاد ثابت التناسب K_1 :

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الكرية الساقطة يكون:

$\vec{P} + \vec{F} = \vec{a} . m$. بالإسقاط على $(Z'Z)$ يكون:

$$P - F = a . m$$

قوة الاحتكاك في الهواء من الشكل $F = K\,\upsilon^2$ فيكون:

$$P - K\,\upsilon^2 = a . m$$

عند بلوغ السرعة الحدية υ_l تنعدم محصلة القوى فيكون:

$P - K\,\upsilon_l^2 = 0$ ومنه نجد

$$K = \frac{P}{\upsilon_l^2} = \frac{0{,}98}{(24{,}5)^2} = 16{,}3 \times 10^{-4}$$

جـ) استنتاج السرعة الحدية υ_{2l} للكرية (b)

من علاقة السرعة الحدية المحصل عليها يكون:

$$\upsilon_{2l} = \sqrt{\frac{P_2}{K}} = \sqrt{\frac{2{,}94}{16{,}3 \times 10^{-4}}} \approx 42{,}47\ m . S^{-1}$$

تطبيق 6

دراسة السقوط الشاقولي لحبة برد في الهواء

حبة برد كروية الشكل نصف قطرها $r = 2\ mm$ و كتلتها الحجمية $\rho = 920\ Kg . m^{-3}$ ، تسقط ابتداء من السكون نحو سطح الأرض من ارتفاع $h = 800\ m$. (تؤخذ $g = 9{,}80\ m . S^{-2}$).

1- احسب ثقل هذه الحبة وشدة دافعة أرخميدس المؤثرة عليها. قارن القوتين مع بعضهما، علما أن الكتلة الحجمية للهواء هي $\rho_0 = 1{,}3\ Kg . m^{-3}$.

2- باعتبار السقوط حرا، أكتب المعادلة الزمنية للحركة باعتبار مبدأ الفواصل هو سطح الأرض، ثم استنتج السرعة υ_1 التي تكتسبها هذه الحبة لحظة اصطدامها بالأرض.

3- في الحقيقة أن السرعة الحقيقية التي تكتسبها الحبة لدى ملامستها الأرض هي فقط $\upsilon_2 = 12\ m . S^{-1}$.

أ) كيف تفسر هذه النتيجة ؟

ب) أكتب المعادلة التفاضلية لحركة السقوط علما أن قوة الاحتكاك بالهواء تكون من الشكل $f = K\,\upsilon^2$.

- استنتج عندئذ عبارة السرعة الحدية υ_l و أعط قيمة الثابت K .

✓ الحل :

1) قوة الثقل وشدة دافعة أرخميدس

- حجم الحبة الكروية هو $V = \frac{4}{3} . \pi . r^3$ فيكون ثقلها هو :

$$P = m . g = \rho . V . g = \frac{4}{3} \pi . r^3 . \rho . g$$

$$= \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times (2 \times 10^{-3})^3 \times 920 \times 9{,}8 = 0{,}15 \times 10^{-3}\ N$$

- شدة دافعة أرخميدس المؤثرة على الحبة:

$$\Pi = \rho_0 . V . g = \frac{4}{3} \pi . r^3 . \rho_0 . g$$

$$= \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times (2 \times 10^{-3})^3 \times 1{,}3 \times 9{,}8 = 2{,}13 \times 10^{-7}\ N$$

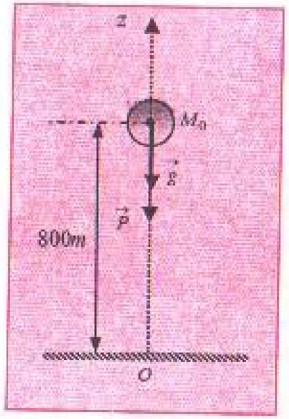
- المقارنة:

$$\frac{\rho}{\Pi} = \frac{0{,}15 \times 10^{-3}}{2{,}13 \times 10^{-7}} \approx 704$$

الثقل أكبر من دافعة أرخميدس بحوالي 704 مرة، مما يجعلنا نهمل دافعة أرخميدس أمام قوة الثقل.

2) دراسة حركة السقوط الحر:

باعتبار أن السقوط حرا فإن كل القوى تهمل أمام قوة الثقل و يكون تسارع الحركة هو $\vec{g}$ و تكون معادلة السقوط بالشكل $z=\frac{1}{2}g\,t^2+z_0$



حسب الشروط الابتدائية يكون:

$$z=-\frac{1}{2}g\,t^2+800$$

عند الوصول إلى سطح الأرض يكون $z=0$ فنحصل على المعادلة التالية:

$$-\frac{1}{2}g\,t^2+800=0 \longrightarrow -4,9\,t^2+800=0$$

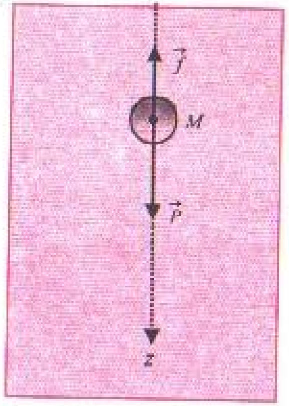
ومنه نجد زمن السقوط:

$$t=\sqrt{\frac{800}{49}}=12,77\,S$$

و تكون سرعة الوصول إلى سطح الأرض هي:

$$\upsilon_1=g\,t_1=9,8\times12,77=125,15\,m.S^{-1}$$

3) السقوط بوجود قوى مقاومة:



أ) سرعة السقوط الحقيقية هي $\upsilon_2=12\,m.S^{-1}$ و هي أقل بكثير من سرعة السقوط الحر، و هذا راجع للقوى المقاومة الناتجة عن الاحتكاك مع الهواء و التي أهملت سابقا.

ب) إيجاد معادلة السقوط

بتطبيق قانون نيوتن الثاني يكون:

$\vec{P}+\vec{f}=\vec{a}.m$. بالإسقاط على $(Z'Z)$ نجد:

$$P-f=m\frac{d\upsilon}{dt}$$

$m.\frac{d\upsilon}{dt}+K\upsilon^2=m\,g$. بالقسمة على m نجد:

$$\frac{d\upsilon}{dt}+\frac{K}{m}\upsilon^2=g$$

و هي المعادلة التفاضلية للسقوط.

- عند بلوغ السرعة الحدية يكون $\frac{d\upsilon}{dt}=0$ ومنه $\upsilon_l=\sqrt{g\frac{m}{K}}$

و يكون $K=g\frac{m}{\upsilon_l^2}=g\frac{m}{\upsilon_2^2}$

$$\frac{P}{\upsilon_2^2}=\frac{0,15\times10^{-3}}{(12)^2}=1,04\times10^{-6}\,N.m^{-1}.S$$

تطبيق 7

إيجاد شدة الجاذبية الأرضية بطريقة التصوير المتعاقب

ترصد حركة كرية معدنية ساقطة شاقوليا ابتداء من السكون بالتصوير المتعاقب خلال فواصل زمنية متساوية ومتعاقبة قدرها $(\tau=5\times10^{-2}\,S)$.
فنحصل على الجدول التالي الذي يعطي الفواصل بدلالة الزمن على محور الحركة:

$t\,(S)\times10^{-2}$	0	5	10	15	20	25	30	35
$z\,(Cm)$	0	3,5	9,5	18	29	43	59	77,5

1- أوجد المسافات المقطوعة خلال نفس الفواصل الزمنية المتساوية و المتعاقبة τ و بين أنها تشكل متتالية حسابية، اعط أساسها (r) .

2- استنتج عندئذ معادلة الحركة $z\,(t)$. ثم برهن أن أساس المتتالية المذكورة هو $r=g\,\tau^2$

3- استنتج عندئذ قيمة الجاذبية الأرضية g في مكان التجربة و اعط الارتياب المطلق في حسابها، علما أن $\Delta t=1\,ms$ ، $\Delta t=0,1\,mm$

الحل:

1) المسافات المقطوعة خلال نفس الفواصل الزمنية المتساوية و المتعاقبة τ هي الفروق في الفواصل:

$$l_1=z_1-z_0=3,5-0=3,5\,Cm$$
$$l_2=z_2-z_1=9,5-3,5=6\,Cm$$
$$l_3=z_3-z_2=18-9,5=8,5\,Cm$$
$$l_4=z_4-z_3=29-18=11\,Cm$$
$$l_5=z_5-z_4=43-29=13,5\,Cm$$
$$l_6=z_6-z_5=59-43=16\,Cm$$
$$l_7=z_7-z_6=77,5-59=18,5\,Cm$$

نلاحظ أن هذه المسافات تمثل متتالية حسابية أساسها هو:

$$l_2-l_1=l_3-l_2=\dots\dots=l_7-l_6=2,5\,Cm=r$$

2) معادلة الحركة $z\,(t)$:

إن المسافات المقطوعة خلال فواصل زمنية متساوية ومتعاقبة تشكل متتالية حسابية، فالحركة مستقيمة متغيرة بانتظام (متسارعة). و يكون السقوط حرا معادلته:

$$z=\frac{1}{2}g\,t^2$$

نقوم بإيجاد الأساس النظري r للمتتالية الحسابية الموصوفة سابقا:

اعتمادا على المعادلة $z=\frac{1}{2}g\,t^2$ تكون فواصل مركز عطالة الكرية الساقطة على محور

الحركة هي كما يلي:

$$z_\tau=\frac{1}{2}\,g\,t^2$$

$$z_{2\tau}=\frac{1}{2}\,g\,(2\,\tau)^2=2\,g\,\tau^2$$

$$z_{3\tau}=\frac{1}{2}\,g\,(3\,\tau)^2=\frac{9}{2}\,g\,\tau^2$$

$$z_{4\tau}=\frac{1}{2}\,g\,(4\,\tau)^2=8\,g\,\tau^2$$

و هكذا ....

فتكون المسافات المقطوعة خلال نفس الفواصل الزمنية τ المتتالية هي الفروق:

$$l_1=z_\tau-z_0=\frac{1}{2}\,g\,\tau^2$$

$$l_2=z_{2\tau}-z_\tau=2\,g\,\tau^2-\frac{1}{2}\,g\,\tau^2=\frac{3}{2}\,g\,\tau^2$$

$$l_3=z_{3\tau}-z_{2\tau}=\frac{9}{2}\,g\,\tau^2-2\,g\,\tau^2=\frac{5}{2}\,g\,\tau^2$$

$$l_4=z_{4\tau}-z_{3\tau}=8\,g\,\tau^2-\frac{9}{2}\,g\,\tau^2=\frac{7}{2}\,g\,\tau^2$$

و هكذا ...و هذه المسافات تشكل متتالية حسابية أساسها هو:

$$r=l_2-l_1=l_3-l_2=.......=g\,\tau^2$$

3) استنتاج قيمة g :

وجدنا تجريبيا القيمة $r=2{,}5\,Cm$ فيكون بالاعتماد على القيمة النظرية $r=g\,\tau^2$ ما يلي:

$$g=\frac{r}{\tau^2}=\frac{2{,}5\times10^{-2}}{(5\times10^{-2})^2}=10\,m\,.\,S^{-2}$$

- إيجاد الارتياب المطلق في النتيجة:

من العبارة $g=\frac{r}{\tau^2}$ يكون:

$$\frac{\Delta g}{g}=\frac{\Delta r}{r}+2\,\frac{\Delta\tau}{\tau}$$ ومنه يكون $$\Delta g=g\left(\frac{\Delta r}{r}+2\,\frac{\Delta\tau}{\tau}\right)$$

نجد ما يلي:

$$\Delta g=10\left(\frac{0{,}1}{25}+2\,\frac{10^{-3}}{5\times10^{-2}}\right)=0{,}44\,m\,.\,S^{-2}\approx0{,}50\,m\,.\,S^{-2}$$

نحصل على النتيجة التالية:

$$g=(10{,}00\pm0{,}50)\,m\,.\,S^{-2}$$

تطبيق 8

دراسة حركة السقوط الحر

من نقطة O يقذف جسم شاقوليا نحو الأعلى بسرعة ابتدائية قدرها $v_0=40\,m\,.\,S^{-1}$ في اللحظة $t=0$. (نأخذ $g=10\,m\,.\,S^{-2}$).

1- أوجد موقع هذا الجسم بعد $1S$ من قذفه ، ثم بعد $10\,S$.

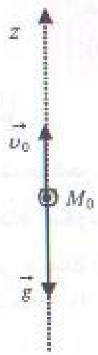
2- حدد جهة حركة الجسم في اللحظة $t=5\,S$.

3- ما هو أقصى ارتفاع يبلغه هذا الجسم، و ما الزمن اللازم لذلك ؟

4- ما هي اللحظة t التي يكون فيها الجسم أسفل نقطة القذف (O) بـ $2\,m$ ؟

- ما سرعته في تلك اللحظة ؟

✓ الحل :



1) إيجاد موقع الجسم:

$$z=-\frac{1}{2}\,g\,t^2+v_0\,t\ =-5\,t^2+40\,t$$

لما $t=1\,S$ يكون $z=-5\,(1)^2+40\,(1)=35\,m$

لما $t=10\,S$ يكون $z=-5\,(10)^2+40\,(10)=-100\,m$

الإشارة (–) تعني أن المتحرك قد غير جهة حركته و يوجد في هذه اللحظة أسفل نقطة القذف (O) بـ $100\,m$.

2) جهة الحركة:

تتعين بجهة شعاع السرعة $v=-g\,t+v_0=-10\,t+v_0$

لما $t=5\,S$ يكون $v=-10\,(5)+40=-10\,m\,.\,S^{-1}$

فالإشارة السالبة تعني أن جهة شعاع السرعة قد تغير ، و الحركة تتم نحو الأسفل.

3) في أعلى نقطة تكون $v=0$:

$0=10\,t_1+40$ ومنه $t_1=4\,S$ زمن الصعود.

و الارتفاع الموافق هو $z_1=-5\,(4)^2+40\,(4)=80\,m$

4) إيجاد اللحظة t الموافقة لـ $z=-2\,m$

$-2=-5\,t^2+40\,t$ ومنه $5\,t^2-40\,t-2=0$

$$\Delta=B^2-4\,A\,C=(40)^2-4\,(5)\,(-2)=1640$$

ومنه يكون $\sqrt{\Delta}=40{,}5$ و الحل المطلوب هو:

$$t=\frac{-B+\sqrt{\Delta}}{2\,A}=\frac{40+40{,}5}{2\times5}=8{,}05\,S$$

و السرعة الموافقة هي:

$$v=-g\,t+v_0=-10\,(8{,}05)+40=-40{,}5\,m\,.\,S^{-1}$$

تطبيق 9 : حركة السقوط الحر و السرعة الحدية

1- يسقط جسم سقوطا حرا من ارتفاع (h) دون سرعة ابتدائية فيقطع مسافة $l = 160\,m$ خلال الثانية الأخيرة من سقوطه للوصول الى سطح الأرض.

- أوجد مدة السقوط و الارتفاع (h) ، ثم اعط سرعة الجسم في الثانية الرابعة من سقوطه.

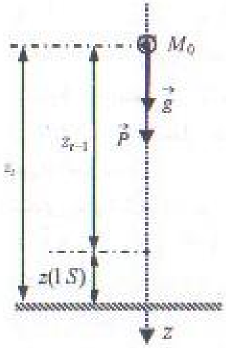
2- في الحقيقة أن سرعة الجسم في الثانية الرابعة من سقوطه هي سرعته الحدية $\upsilon_l = 10\,m\,.\,S^{-1}$.

أ) أكتب المعادلة التفاضلية للسقوط علما أن القوة المقاومة له هي $F = \lambda\,\upsilon^2$ ، و استنتج عبارة السرعة الحدية υ_l .

ب) استنتج كتلة الجسم (m) إذا كان $\lambda = 0{,}04$.

(تؤخذ $g = 9{,}80\,m\,.\,S^{-2}$).

✓ الحل :



1) السقوط الحر:

معادلة السقوط $z\,(t) = \frac{1}{2}\,g\,t^2$ بالنسبة لنقطة الانطلاق

و هي فاصلة المتحرك في لحظة معينة t . و تكون فاصلته في اللحظة $(t-1)$ هي

$$z_{(t-1)} = \frac{1}{2}\,g\,(t-1)^2$$

و تكون المسافة المقطوعة في الثانية الأخيرة هي $l = z_t - z_{t-1}$

أي أن $\frac{1}{2}\,g\,t^2 - \frac{1}{2}\,g\,(t-1)^2 = l$. نحصل على ما يلي:

$g\,(t-1)^2 = l$. ومنه نجد:

$$t = \frac{l}{g} + \frac{1}{2} = \frac{160}{9{,}8} + \frac{1}{2} = 16{,}82\,S$$

و هو زمن السقوط. فيكون الارتفاع الكلي الذي سقط منه الجسم هو:

$$h = z\,(t) = \frac{1}{2} \times 9{,}8 \times (16{,}82)^2 \approx 1386{,}3\,m$$

- سرعة الجسم في الثانية الرابعة من سقوطه:

$$\upsilon = g\,t = 9{,}8 \times 4 = 39{,}2\,m\,.\,S^{-1}$$

2) السقوط بوجود قوى مقاومة

أ) إذا كانت القوة المقاومة من الشكل $F = 0{,}04\,\upsilon^2$ فإننا نحصل بتطبيق قانون نيوتن الثاني على المعادلة التفاضلية التالية للسقوط بالشكل التالي:

$$\frac{d\,\upsilon}{d\,t} + \frac{\lambda}{m}\,\upsilon^2 = g$$

و عند بلوغ السرعة الحدية يكون $(\frac{d\,\upsilon}{d\,t} = 0)$ فنحصل على ما يلي $\frac{\lambda}{m}\,\upsilon_l^2 = g$

ب) استنتاج كتلة الجسم (m) :

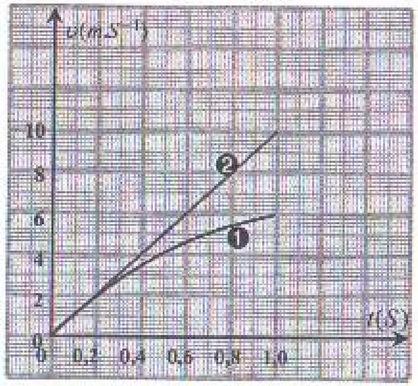
من عبارة υ_l يكون:

$$m = \frac{\lambda\,\upsilon_l^2}{g} = \frac{0{,}04 \times (10)^2}{9{,}8} \approx 0{,}400\,Kg$$

تمارين و مسائل

1 - أي القوى الثلاث التالية المؤثرة على الجسم الساقط شاقوليا تكون ثابتة:
قوة الثقل ، قوة الاحتكاك بالهواء ، دافعة أرخميدس.
- ما هي القوة التي يمكن إهمالها اثناء دراسة سقوط الأجسام دون أن نرتكب خطأ كبيرا ؟

2 * - يبين الشكل التالي مخططي سرعة جسم ساقط شاقوليا في حالتين:



- الحالة الأولى ، إهمال دافعة أرخميدس و مقاومة الهواء.
- الحالة الثانية، بوجود كل القوى.

1- ما هو المنحنى الموافق لكل حالة؟

2- ما طبيعة الحركة في حالة إهمال دافعة أرخميدس و مقاومة الهواء ؟

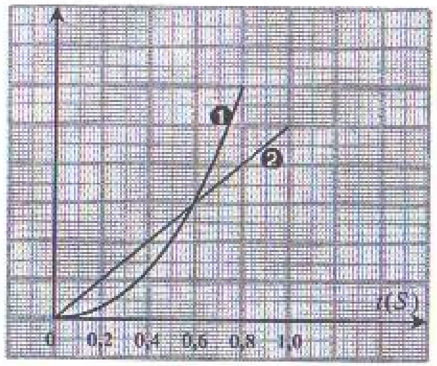
3- احسب في اللحظة $t = 0,6\ S$ سرعة الحركة وتسارعها.

الجواب :

3. $\upsilon_1 = 6\ m.S^{-1}$ ، $\upsilon_2 = 5\ m.S^{-1}$

ب) $a_1 = 10\ m.S^{-2}$ ، $a_2 = 5\ m.S^{-2}$

3 - يعطي الشكل المرفق مخططي الفاصلة $z(t)$ (المنحنى ❶) والسرعة $\upsilon(t)$ (المنحنى ❷) على محور شاقولي $(Z'Z)$ لحركة جسم ساقط شاقوليا نحو الأسفل.



1- ما طبيعة حركة هذا الجسم ؟

2- هل يخضع الجسم الساقط إلى قوى مقاومة؟ ما نوع هذا السقوط؟

3- استنتج من المخطط تسارع الحركة a ، ثم اكتب المعادلتين

الزمنيتين $z(t)$ ، $\upsilon(t)$ لها. مقياس السرعة (الوحدة $\longleftarrow 2\ m.S^{-1}$).

الجواب :

3. $\upsilon(t) = 10t$ ، $z(t) = 5t^2$

4 * - 1- كثافة الألمنيوم $d = 2,7$. ما هي كتلة كرية من الألمنيوم نصف قطرها $r = 3\ Cm$ و ما هو ثقلها في مكان فيه $g = 10\ m.S^{-2}$ ؟

2- تترك الكرية المذكورة لتسقط شاقوليا في الهواء.

أ) احسب شدة دافعة أرخميدس المؤثرة عليها $(\vec{\Pi})$. قارن بين هذه القوة و ثقل الكرية.
(الكتلة الحجمية للهواء $\rho \approx 1,3\ g.L^{-1}$).

ب) ماذا تكون شدة دافعة أرخميدس المؤثرة على الكرية لو قمنا بإسقاطها داخل الماء؟
- قارن بين شدتي دافعة أرخميدس في الماء ، و في الهواء.

الجواب :

1. $m = 101,5\ g$ ب) $P = 1,015\ N$

2. أ) $\Pi = 0,49 \times 10^{-3}\ N$ ب) $\Pi \approx 0,38\ N$

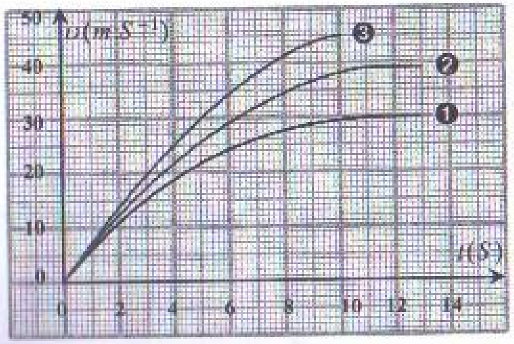
5 * - 1- جسم ثقله $P = 200\ N$ يسقط شاقوليا من طائرة ابتداء من السكون نحو الأرض. فإذا كانت قوة الاحتكاك بالهواء المقاومة لحركته تعطى بالعلاقة $f(\upsilon) = 12,5\ \upsilon^2$. أوجد بإهمال دافعة أرخميدس سرعته الحدية υ_l .

2- بفرض أن الجسم يكتسب السرعة υ_l في اللحظة $t_1 = 3\ S$ ، و أنه يتابع حركته حتى اللحظة $t_2 = 10\ S$ ، ارسم بيان السرعة $\upsilon(t)$ في المجال الزمني $[0, 10\ S]$ ، ثم استنتج تسارع الحركة في اللحظة $t = 1\ S$.

الجواب :

1. $\upsilon_l = 4\ m.S^{-1}$ 2. $a \approx 1,4\ m.S^{-2}$

6 ** - من ارتفاع معين h بالنسبة لسطح الأرض نترك ثلاث كريات لها نفس الحجم لتسقط شاقوليا نحو الأسفل، كتلها على الترتيب m_1 ، m_2 ، m_3 . يعطي البيان المرفق منحنيات تطور السرعة لهذه الكريات على الترتيب ❶ ، ❷ ، ❸ .



1- ما هي السرعات الحدية المكتسبة التي تظهر على البيان ؟

2- ما هو تسارع كل كرية في اللحظة $t_1 = 2\,S$ ، ثم في اللحظة $t_2 = 5\,S$ ؟

3- بإهمال دافعة أرخميدس واعتبار شدة قوة احتكاك الهواء بكل كرية يكون من الشكل $F(v) = 16\times10^{-4}\, v^2$.

أ) بين ان السرعة الحدية المكتسبة من طرف كل كرية تكون بالشكل $v_l = \sqrt{\frac{m\,g}{K}}$

ب) استنتج بالاعتماد على البيان مقدار الكتلتين m_1 ، m_2 .

جـ) علما أن $m_3 = 400\,g$ ، استنتج قيمة السرعة الحدية v_{3l} الواجب بلوغها من طرف الكرية الثالثة.

الجواب :

1. $v_{1l} = 30\,m.S^{-1}$ ، $v_{2l} = 39\,m.S^{-1}$

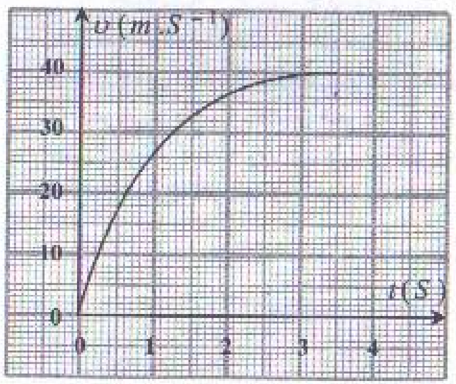
2. $a_1(t_1) = 7\,m.S^{-2}$ ، $a_2(t_1) = 7\,m.S^{-2}$

$a_1(t_2) = 0{,}5\,m.S^{-2}$ ، $a_2(t_2) \approx 4{,}4\,m.S^{-2}$

3. ب) $m_1 = 147\,g$ ، $m_2 = 248\,g$

جـ) $v_{3l} = 49{,}5\,m.S^{-1}$

7 ** - نترك كرية صغيرة كتلتها (m) و نصف قطرها $r = 0{,}5\,Cm$ لتسقط دون سرعة ابتدائية داخل سائل ونتابع حركتها بطريقة التصوير حيث نتمكن من حساب سرعاتها في لحظات معينة حسب البيان المرفق. أثناء السقوط تكون قوة الاحتكاك بالسائل من الشكل $\vec{F} = -K\,\vec{v}$



1- أوجد بالاعتماد على البيان المقادير التالية:

أ) السرعة الحدية المكتسبة v_l .

ب) اللحظات الموافقة لـ $v(\tau)$ ، $v(t_{\frac{1}{2}})$.

2- بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الكرية.

- بين أن المعادلة التفاضلية للحركة تكون بالشكل $\frac{d\,v}{d\,t} = +\lambda\, v = \lambda\, v_0$.

وجد الثابتين λ ، v_0 بدلالة K ، m ، g ، ρ_0 (الكتلة الحجمية للسائل) ، ρ (الكتلة الحجمية لمعدن الكرية). استنتج قيمة الثابت K من أجل القيم العددية التالية: ($g = 9{,}8\,m.S^{-2}$ ، $\rho = 7800\,Kg.m^{-3}$ ، $\rho_0 = 900\,Kg.m^{-3}$).

8 ** - يزن مظلي مع مظلته $1000\,N$. ينزل ابتداء من السكون شاقوليا في اللحظة $t = 0$ من ارتفاع $1000\,m$.

1- باعتبار السقوط حرا ، أوجد السرعة المكتسبة بعد $2\,S$.

2- إن قوى الاحتكاك المؤثرة على الجملة من الشكل $F = 10^{-3}\, v$.

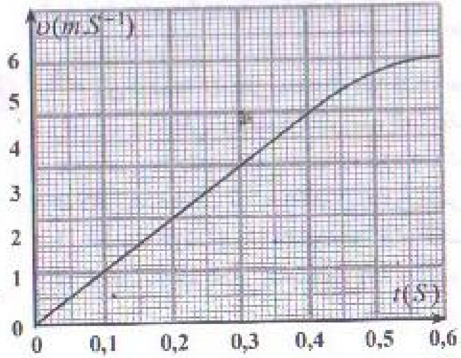
- أكتب المعادلة التفاضلية لحركة السقوط بإهمال دافعة أرخميدس، ثم استنتج السرعة الحدية للسقوط v_{l_1} .

3- لتكن قوة الاحتكاك المؤثرة على الجملة من الشكل $F = \lambda\, v^2$.

أ) عبر عن المعادلة التفاضلية لحركة، واستنتج عبارة السرعة الحدية v_{l_2} .

ب) علما أن $v_{l_2} = 55\,m.S^{-1}$ احسب قيمة الثابت λ .

9 * - يمثل الشكل مخطط السرعة لحركة السقوط الشاقولي لكرية معدنية في الهواء.



1- في أي مجال زمني يمكن إهمال مقاومة الهواء ؟ علل.

2- احسب تسارع الحركة في اللحظات التالية: $0{,}1\,S$ ، $0{,}4\,S$ ، $0{,}5\,S$ ، $0{,}6\,S$

10 * - قذفت كرة إلى أعلى بسرعة ابتدائية قدرها $15\,m.S^{-1}$. بإهمال جميع المقاومات:
ما هو أقصى ارتفاع تصل إليه هذه الكرة ، و ما هي سرعتها أثناء عودتها لنفس النقطة ؟
ما هو الزمن الذي تقضيه الكرة في الهواء ؟

الجواب :

$11{,}5\,m$ ، $v = 15\,m.S^{-1}$ ، $t = 3{,}1\,S$

11 * - بأي سرعة يجب قذف كرة شاقوليا نحو الأعلى بحيث تصل إلى القاذف بعد زمن قدره $5\,S$ من لحظة القذف ؟ ($g = 9{,}80\,m.S^{-2}$).

الجواب :

$v = 24{,}5\,m.S^{-1}$

12 ** - يقف شخص فوق جسر ويقذف بحجر شاقوليا نحو الأعلى بسرعة $20\,m.S^{-1}$ من نقطة O . بأخذ $g = 10\,m.S^{-2}$ و إهمال جميع المقاومات.

1- احسب سرعة الحجر وموقعه بعد $1S$ من لحظة قذفه.

2- احسب أقصى ارتفاع يبلغه الحجر، و الزمن اللازم لذلك.

3- ما هي سرعة مرور الحجر ثانية من النقطة (O) ؟

4- استنتج ارتفاع الجسر بالنسبة لسطح الماء الموجود أسفله، علما أنه يسمع صوت ارتطام الحجر بسطح الماء بعد $6S$ من لحظة قذفه. (ينتشر الصوت في الهواء بسرعة ثابتة قدرها $340\,m.S^{-1}$.

الجواب:

1. $h=15\,m$ ، $10\,m.S^{-1}$
2. $t=2\,S$ ، $h=20\,m$
3. $20\,m.S^{-1}$
4. $h=53{,}7\,m$

---

13 ** - من النقطة O على سطح الأرض، قذف جسم (A) بسرعة ابتدائية قدرها $15\,m.S^{-1}$ رأسيا نحو الأعلى. و بعد $2\,S$ من بدء الحركة، التقى بجسم آخر (B) سقط سقوطا حرا بدون سرعة ابتدائية من ارتفاع معين (h) لحظة قذف الجسم (A). و في نفس لحظة التلاقي هذه قذف جسم ثالث (C) من نفس النقطة O و بنفس شروط الجسم (A).

1- احسب الارتفاع (h) الذي سقط منه الجسم (B).

2- أوجد لحظة تلاقي الجسمين (A)، (C) و موقع الالتقاء.

الجواب:

1. $h=30\,m$
2. $t=2{,}5\,S$ ، $h=6{,}25\,m$

---

14 ** - يسقط جسم من ارتفاع (h) سقوطا حرا دون أي سرعة ابتدائية، و بعد أن قطع ربع الارتفاع الذي سقط منه التقى بجسم آخر (B) قذف من سطح الأرض شاقوليا نحو الأعلى بسرعة ابتدائية قدرها $\upsilon_0=100\,m.S^{-1}$ لحظة سقوط الجسم (A).

إذا كانت $g=10\,m.S^{-2}$ ، فأوجد:

1- الارتفاع الكلي (h) الذي سقط منه هذا الجسم.

2- سرعة كل من الجسمين (A) ، (B) لحظة الالتقاء.

3- سرعة اصطدام الجسم (A) بالأرض.

الجواب:

1. $h=500\,m$
2. $\upsilon_1=\upsilon_B=50\,m.S^{-1}$
3. $\upsilon_1=100\,m.S^{-1}$

15 ** - يسقط جسم من ارتفاع (h) سقوطا حرا دون أي سرعة ابتدائية فيقطع مسافة $95\,m$ في الثانية الأخيرة من سقوطه. بأخذ $g=10\,m.S^{-2}$ أوجد:

1- الارتفاع (h) الذي سقط منه.

2- سرعته لدى اصطدامه بالأرض.

الجواب:

1. $h=500\,m$
2. $\upsilon=100\,m.S^{-1}$

---

16 * - 1- يسقط جسم (A) من ارتفاع (h_1) دون سرعة ابتدائية فيكتسب سرعة $20\,m.S^{-1}$ لدى اصطدامه بالأرض. ما هو الارتفاع (h_1) الذي سقط منه هذا الجسم ؟

2- جسم آخر (B) يسقط من ارتفاع (h_2) بسرعة ابتدائية $\upsilon_0=5\,m.S^{-1}$ ، فيصل إلى الأرض بنفس سرعة الجسم السابق (A).

- احسب الارتفاع (h) (تؤخذ $g=10\,m.S^{-2}$).

الجواب:

1. $h_1=20\,m$
2. $2-h_2=18{,}25\,m$

---

17 * - تبلغ سرعة جسم ساقط سقوطا حرا مقدار $5\,m.S^{-1}$ في لحظة معينة. ماذا تصبح سرعته بعد أن يهبط مترا آخرا ابتداء من تلك اللحظة ؟

الجواب:

1. $\upsilon=6{,}7\,m.S^{-1}$

---

18 * - يسقط جسم سقوطا حرا ابتداء من السكون. في لحظة معينة t تكون سرعته $\upsilon=19{,}6\,m.S^{-1}$.

1- ما هو الارتفاع (h) الذي سقط منه هذا الجسم.

2- ما هي المسافة الإضافية التي يقطعها هذا الجسم حتى تتضاعف سرعته مرتين ؟ ما هي اللحظة t التي توافق ذلك ؟

الجواب:

1. $h_1=19{,}6\,m$
2. $d=58{,}8\,m$ ، $t=4\,S$

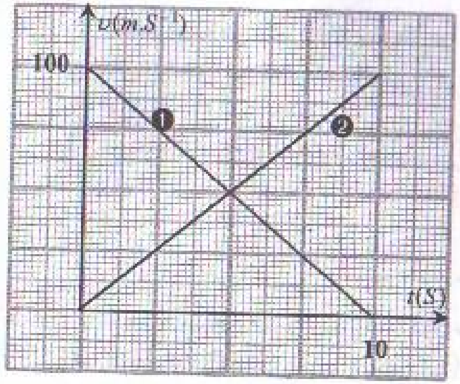
---

19 ** - من نقطة (O) على سطح الأرض، يقذف جسم (A) شاقوليا نحو الأعلى بسرعة ابتدائية υ_0 ، في نفس اللحظة يترك جسم آخر (B) ليسقط سقوطا حرا من نقطة (O') تقع على نفس الشاقول الذي يشمل النقطة (O).

الشكل التالي يمثل مخطط السرعة لحركتي الجسمين (A) ، (B). فإذا كان

البعد $OO' = 500\ m$. المطلوب:

1- أي المخططين ❶ أم ❷ مثل حركة الجسم (A) و أيهما يمثل حركة الجسم (B) ؟ أوجد v_0 .



2- استنتج اعتمادا على الشكل قيمة الجاذبية الأرضية (g) في مكان التجربة.

3- ما هي اللحظة (t) التي يكون فيها للجسمين نفس السرعة ؟ حدد في تلك اللحظة موقع كل جسم بالنسبة لسطح الأرض.

4- باعتبار مبدأ الفواصل هو النقطة (O) ، شكل المعادلات الزمنية لحركتي الجسمين: (A) ، (B) . (يوجه المحور من O نحو O').

الجواب :

1- $v_0 = 100\ m.S^{-1}$ 2- $g = 10\ m.S^{-2}$

3- $t = 5\ S$ ، $h_A = h_B = 375\ m$

4- $z_A = -5t^2 + 100t$ ، $z_B = -5t^2 + 500$

---

20 ** - تسقط كرية صغيرة من النقطة O سقوطا حرا دون أي سرعة ابتدائية. و تلاحظ حركتها الشاقولية بواسطة الإضاءة المتقطعة خلال فواصل زمنية متساوية و متعاقبة $\theta = \frac{1}{20}\ S$ ، مارة بالنقاط ذات الفواصل التالية:

$O\,A = h_1 = 1{,}22\ Cm$ ، $O\,B = h_2 = 4{,}90\ Cm$

$O\,C = h_3 = 11{,}02\ Cm$ ، $O\,D = h_4 = 19{,}6\ Cm$

- استنتج اعتمادا على التجربة قيمة الجاذبية الأرضية (g) في مكان التجربة، ثم استنتج الارتياب المطلق في النتيجة، علما أن $\Delta t = 10^{-3}\ S$.

الجواب :

$g = (9{,}80 \pm 0{,}50)\ m.S^{-2}$

---

21 * - في الدراسة التجريبية للسقوط الحر باستعمال الطريقة المباشرة، نجعل كرية صغيرة تسقط سقوطا حرا من ارتفاعات معينة (h) و نسجل الأزمنة اللازمة لقطع هذه الارتفاعات دون أي سرعة ابتدائية. نحصل على جدول القياسات التالي:

$h\ (m)$	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20
$t\ (S)$	0,20	0,28	0,35	0,40	0,45	0,49

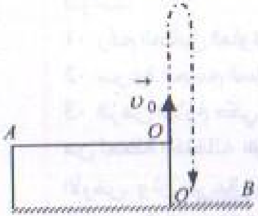
1- ارسم الخط البياني $h = f\,(t^2)$. ما هو قانون الحركة الذي يمكنك استنتاجه من هذا البيان ؟

2- استنتج اعتمادا على البيان السابق، قيمة تسارع الجاذبية الأرضية (g) في مكان التجربة.

- احسب اعتمادا على التجربة الثانية قيمة (g) ، و احسب الارتياب المطلق في النتيجة علما أن $\Delta h = 1\ mm$ ، $\Delta t = \frac{1}{100}\ S$.

---

22 *** - 1- من نقطة O من مستوى أفقي $O\,A$ تقذف كرة شاقوليا نحو الأعلى بسرعة ابتدائية قدرها $20\ m.S^{-1}$.



1) احسب أقصى ارتفاع تبلغه الكرة و الزمن اللازم لذلك.

2- احسب سرعة عودتها للنقطة O ثانية.

3- أثناء الهبوط تسقط الكرة أسفل (O) ارتفاعا قدره h و تقع فوق مستوى أفقي $O'\,B$.

إذا علمت أن الزمن اللازم لسماع صوت اصطدامها بالأرض منذ مغادرتها O هو $t = 4{,}25\ S$ ، و أن سرعة الصوت في الهواء ثابتة و مساوية $340\ m.S^{-1}$ ، فاستنتج مقدار الارتفاع (h_2) . (تؤخذ $g = 10\ m.S^{-2}$).

الجواب :

1- $h_1 = 20\ m$ ، $t = 2\ S$ 2- $v = 20\ m.S^{-1}$

3- $h_2 = 5\ m$

---

23 ** - قذف شخص كرة شاقوليا نحو الأعلى بسرعة ابتدائية v_0 فبلغت الكرة أعلى عمارة موجودة هناك، ثم عادت إلى الشخص بعد $6\ S$ من تلك اللحظة.

(تؤخذ: $g = 9{,}81\ m.S^{-2}$)؛

- احسب السرعة الابتدائية v_0 ، و استنتج ارتفاع العمارة.

الجواب :

$v_0 = 29{,}43\ m.S^{-1}$ ، $h = 44{,}145\ m$

---

24 * - تسقط ساق $A\,B$ طولها $2\ m$ شاقوليا نحو الأسفل. و في لحظة معينة يمر طرفها الأول (A) من نقطة (O) بالسرعة $15\ m.S^{-1}$.

- بأية سرعة بعد ذلك يمر طرفها (B) من نفس النقطة ؟

(تؤخذ $g = 9{,}8\ m.S^{-2}$).

$16{,}25\ m.S^{-1}$

25 *- من نقطتين O ، O' من نفس الشاقول، البعد بينهما $OO' = 1\,m$. نترك جسمين ليسقطا سقوطا حرا دون أي سرعة ابتدائية.

- هل ستبقى هذه المسافة بينهما ثابتة طيلة عملية السقوط ؟

26 ***- يسقط جسم سقوطا حرا دون أي سرعة ابتدائية من طابق معين بعمارة، فيمر أمام نافذة شخص موجود بطابق آخر من نفس العمارة مستغرقا مدة $0{,}15\,S$ للمرور أمام هذه النافذة. فإذا كان ارتفاع هذه النافذة هو $2\,m$ ، و كان البعد بين كل طابقين متتاليين هو $3{,}33\,m$.

فأوجد:

1- رقم الطابق العلوي الذي سقط منه هذا الجسم بالنسبة للشخص المذكور.

2- سرعة الجسم الساقط أثناء مروره أمام الشخص بين نقطتي حافتي النافذة.

3- الزمن اللازم كي يسمع هذا الشخص اصطدام الجسم الساقط بسطح الأرض ابتداء من لحظة اختفائه من أمامه. علما أن هذا الشخص يوجد على ارتفاع $20\,m$ من سطح الأرض. و أن سرعة الصوت في الهواء ثابتة و مساوية $340\,m\,.\,S^{-1}$.

(تؤخذ $g = 9{,}80\,m\,.\,S^{-2}$).

الجواب :

1- الطابق الثالث.

2- $\upsilon = 12{,}52\,m\,.\,S^{-1}$ ، $\upsilon = 14\,m\,.\,S^{-1}$

3- $t = 1{,}11\,S$

الدرس 8

حَرَكَةُ القَذَائِف

تمهيد

تطرقنا في درس سابق إلى حركة السقوط الشاقولي للأجسام في الهواء، و في حقل الجاذبية الأرضية. و كيف تصبح المعادلات الزمنية للحركة عندما يصبح السقوط حرا بشروط ابتدائية معينة.

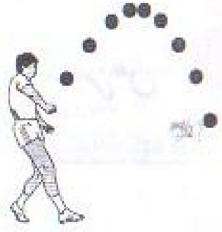
و سوف نتابع دراسة هذه الحركة عندما تخضع الأجسام الساقطة في بداية حركتها إلى سرعات ابتدائية معينة تجعل الحركة مستوية ، و تصبح مساراتها منحنية مثل القذائف.

- فكيف يمكننا تحويل حركة جسم إلى قذيفة ؟
- هل تختلف القوى المؤثرة على قذيفة عن القوى المؤثرة على جسم ساقط سقوطا شاقوليا ؟
- ما هو تأثير الشروط الابتدائية للحركة على مسار القذيفة ؟
- ما هو الاختلاف بين السرعة الابتدائية لقذف قمر صناعي على مداره في حقل الجاذبية الأرضية، و بين السرعة الابتدائية لقذيفة ؟

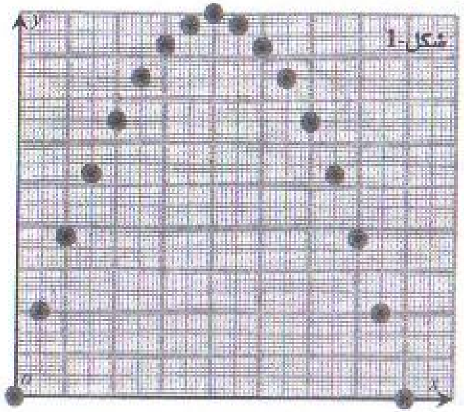
إن الإجابة على هذه التساؤلات يقودنا إلى تطبيق قانون نيوتن الثاني على حركة قذيفة، ومن ثم مقارنة هذه الحركة بحركة الأجسام الساقطة سقوطا حرا، و بين حركة الأقمار الصناعية في حقل الجاذبية الأرضية.

❶ - الدراسة التجريبية لحركة قذيفة

1 - 1 كيف نحصل على قذيفة ؟



عندما تعطى للأجسام الساقطة في حقل الجاذبية الأرضية سرعة ابتدائية معينة، فإن حركتها تصبح مستوية و تتبع مسارا منحنيا في جهة معينة. و في جميع الحالات فإن القذيفة تعود في النهاية نحو سطح الأرض. ولمعرفة طبيعة حركتها و مميزات شعاع سرعتها في لحظة معينة و معرفة طبيعة القوة المؤثرة عليها، فإننا نقوم بتسجيل الحركة و دراسة مميزاتها.

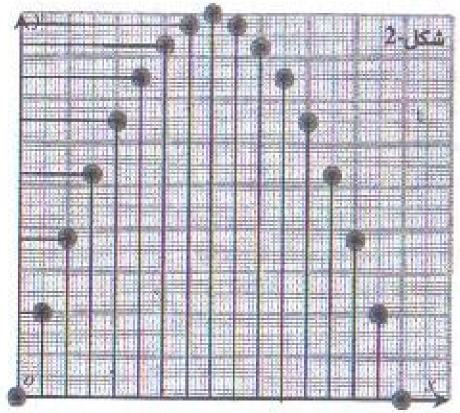


1 - 2 طبيعة الحركة

تمثل الوثيقة المرفقة (شكل-1) تسجيلا متعاقبا لمركز عطالة كرة قذفت بسرعة ابتدائية $\vec{v_0}$ حيث يصنع شعاعها زاوية α مع المحور (Ox) و ذلك خلال مجالات زمنية متساوية و متعاقبة $(\tau = 0{,}10\ S)$.

▼ النتائج التجريبية :

بإسقاط مواقع مركز عطالة الكرة على المحورين الإحداثيين (Ox) ، (Oy) نحصل على الشكل-2 حيث نلاحظ ما يلي:



- إن المسافات المقطوعة على المحور (Ox) خلال نفس الفواصل الزمنية المتساوية و المتعاقبة (τ) تكون متساوية.
- إن المسافات المقطوعة على المحور (Oy) خلال نفس الفواصل المذكورة (τ) تكون أثناء الصعود متناقصة بانتظام ثم تصبح متزايدة بانتظام أثناء الهبوط.
- إن المسار المتبع يكون قطعا مكافئا.

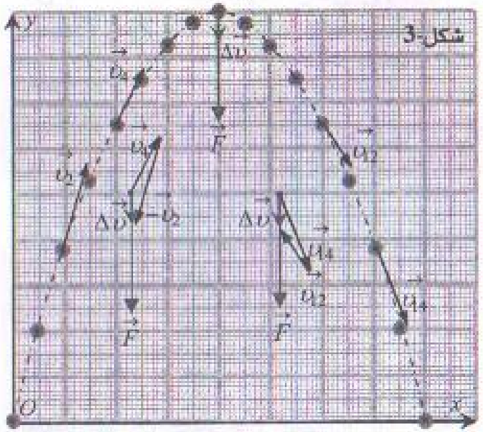
إن هذه الملاحظات تقودنا إلى النتيجة التالية:

نتيجة

إن حركة القذيفة على المحور (Ox) تكون مستقيمة منتظمة ، و على المحور (Oy) تكون مستقيمة متغيرة بانتظام.

1 - 3 شعاع تغير السرعة و شعاع القوة

نقوم باختيار ثلاثة مواقع لحركة مركز عطالة الكرة أثناء الصعود و عند الذروة و عند الهبوط (شكل-3) . بطريقة حساب $\Delta \vec{v}$ التي عرفناها سابقا نجد ما يلي:



- إن شعاع تغير السرعة $\Delta \vec{v}$ يكون في كل لحظة محمولا على الشاقول و موجها نحو مركز الأرض .
- إن شعاع القوة $\vec{F}$ المؤثرة على الكرة يكون في كل لحظة محمولا على الشعاع $\Delta \vec{v}$ ومتناسبا معه و موجها في نفس جهته. و

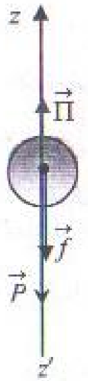
عند حساب النسبة $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ في اي مجال زمني نجدها مساوية لشعاع تسارع الجاذبية الأرضية $\vec{g}$.

نتيجة

تخضع القذيفة في كل لحظة إلى قوة وحيدة ثابتة محمولة على الشاقول و موجهة نحو مركز الأرض هي قوة جذب الأرض لها.

❷ - الدراسة التحليلية لحركة القذيفة

2 - 1 تسارع الحركة



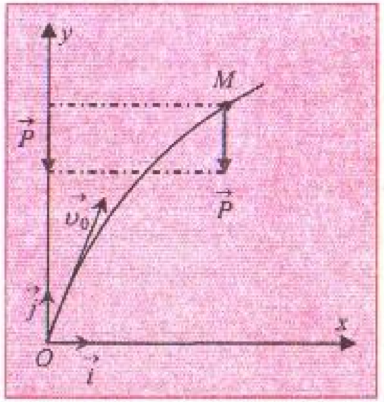
تخضع القذيفة في الهواء إلى قوة جذب الأرض لها (ثقلها) $\vec{P} = m\vec{g}$ ، دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ و مقاومة الهواء الناتجة عن الاحتكاك $\vec{f}$ فيكون $m\vec{g} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m.\vec{a}$ و حيث أن الدراسة التجريبية تبين أن $\vec{a} = \vec{g}$ فهذا يعني أن القوتين $\vec{\Pi}$ ، $\vec{f}$ تكونان مهملتين لصغرهما أمام الثقل.

نتيجة

لا تخضع القذيفة بالقرب من سطح الأرض إلا لقوة الثقالة الأرضية ، ويكون سقوطها حرا و تسارعها هو تسارع الجاذبية الأرضية.

2 - 2 المعادلات الزمنية للحركة

نعتبر قذيفة قذفت بالسرعة الابتدائية $\vec{v}_0$ يصنع شعاعها الزاوية α مع المحور (ox) . انطلاقا من النقطة (O) مبدأ المعلم الأرضي $(O,\vec{i},\vec{j})$.



يخضع مركز عطالة القذيفة في كل لحظة إلى القوة $\vec{F}=\vec{P}=m\vec{g}$.

بتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد:

$$\sum\vec{F}_i=m.\vec{a} \quad \text{ومنه} \quad \vec{a}=\frac{\sum\vec{F}_i}{m}$$

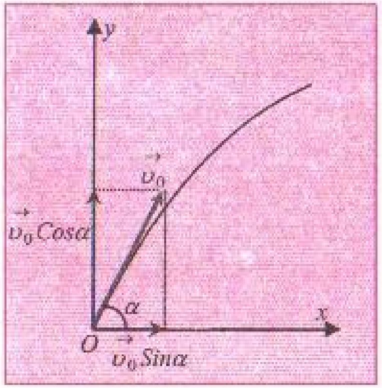
بالإسقاط على المحورين الإحداثيين نجد ما يلي:

$$\vec{a}\begin{cases} a_x=\dfrac{P_x}{m}=0 \\ a_y=\dfrac{P_y}{m}=\dfrac{-m\,g}{m}=-g \end{cases}$$

نحصل على مركبتي شعاع التسارع $a_y=\frac{d^2y}{dt^2}=-g$ ، $a_x=\frac{d^2x}{dt^2}=0$

باستعمال التكامل نحصل على مركبتي شعاع السرعة بالشكل التالي:

$$\vec{v}\begin{cases} v_x=\dfrac{dx}{dt}=C_x \\ v_y=\dfrac{dy}{dt}=-g\,t+C_y \end{cases}$$



نبحث عن الثابتين C_x ، C_y من الشروط الابتدائية:

لما $t=0$ يكون

$$\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x}=v_0\,Cos\,\alpha=C_x \\ v_{0y}=v_0\,Sin\,\alpha=C_y \end{cases}$$

بالتعويض نحصل على معادلتي السرعة:

$$\vec{v}\begin{cases} v_x=v_0\,Cos\,\alpha \\ v_y=-g\,t+v_0\,Sin\,\alpha \end{cases}$$

باستعمال التكامل مرة أخرى نحصل على معادلتي الحركة على المحورين الإحداثيين اللتين تمثلان مركبتي شعاع الموضع $\overrightarrow{OM}$ بالشكل:

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x=v_0\,Cos\,\alpha\,t+x_0 \\ y=-\dfrac{1}{2}g\,t^2+v_0\,Sin\,\alpha\,t+y_0 \end{cases}$$

باعتبار الشرط الابتدائي $t=0\longrightarrow x_0=y_0=0$ نحصل على معادلتي الحركة :

$$x=v_0\,Cos\,\alpha\,t \quad ، \quad y=-\frac{1}{2}g\,t^2+v_0\,Sin\,\alpha\,t$$

تمرين تدريبي

من النقطة (O) مبدأ المعلم المستوي $(O,\vec{i},\vec{j})$ على سطح الأرض، تقذف قذيفة بسرعة ابتدائية $v_0=100\,m.S^{-1}$ يصنع شعاعها زاوية $\alpha=60°$ مع الأفق.

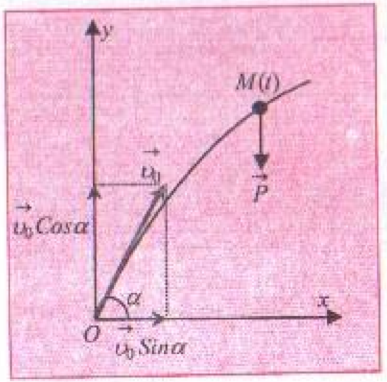
1- اكتب شعاعي السرعة و الموضع في لحظة معينة.

2- استنتج سرعة و موقع القذيفة بعد 2 ثانية من قذفها.

3- عين اتجاه شعاع السرعة في اللحظة المذكورة. $(g=9{,}80\,m.S^{-2})$.

✓ الحل :

1) شعاع السرعة و شعاع الموضع:

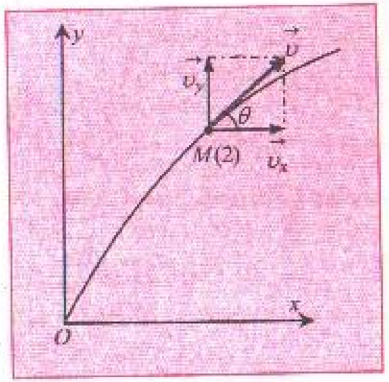


$$\vec{v}\begin{cases} v_x=v_0\,Cos\,\alpha=50 \\ v_y=v_0 Sin\alpha-gt \\ \quad =50\sqrt{3}-9{,}8\,t \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x=v_x\,t=50\,t \\ y=-\dfrac{1}{2}g\,t^2+v_0\,Sin\,\alpha\,t \\ \quad =-4{,}9\,t^2+50\sqrt{3}\,t \end{cases}$$

2) في اللحظة $t=2\,S$ يكون:

$$\vec{v}\begin{cases} v_x=50\,m.S^{-1} \\ v_y=50\sqrt{3}-9{,}8\,(2) \\ \quad =66{,}9\,m.S^{-1} \end{cases}$$



$$\left\|\vec{v}\right\|=v=\sqrt{v_x^{\,2}+v_y^{\,2}}$$

$$=\sqrt{(50)^2+(66{,}9)^2}$$

$$=83{,}5\,m.S^{-1}$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x=50\times 2=100\,m \\ y=-4{,}9\,(2)^2+50\sqrt{3}\times 2=153{,}4\,m \end{cases}$$

3) إيجاد اتجاه شعاع السرعة في اللحظة $t=2\,S$

يتعين الاتجاه بالزاوية θ التي يصنعها شعاع السرعة مع المحور (Ox) فيكون:

$$\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}=\frac{66{,}9}{50}\approx 1{,}34 \quad \text{ومنه نجد} \quad \theta\approx 53{,}27°$$

③ -مميزات المسار

3 - 1 مسار القذيفة

مسار القذيفة هو مجموعة المواقع التي يشغلها مركز عطالتها أثناء الحركة في معلم الحركة الاختياري $(o,\vec{i},\vec{j})$.

و للبحث عن معادلة المسار $y=f(x)$ تعتمد على معادلتي الحركة التاليتين:

$x=v_0 \cos\alpha\, t$ ....(1)

$y=-\frac{1}{2} g t^2+v_0 \sin\alpha\, t$ ....(2)

من (1) نجد $t=\frac{x}{v_0\cos\alpha}$. بالتعويض في (2) نحصل على ما يلي:

$y=-\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2+v_0\sin\alpha.\frac{x}{v_0\cos\alpha}$ ومنه نجد:

$$y=-\frac{1}{2} g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha}+x.\tan\alpha$$

بوضع $a=-\frac{1}{2} g\frac{1}{v_0^2\cos^2\alpha}$ ، $b=\tan\alpha$

نجد أن معادلة المسار من الشكل $y=a x^2+b x$ و هو عبارة عن قطع مكافئ.

تمرين تدريبي

في التمرين التدريبي السابق ، أوجد معادلة المسار $y=f(x)$ ، ثم استنتج موقع سقوط القذيفة بالنسبة لنقطة القذف (O).

✓ الحل :

- وجدنا أن معادلتي الحركة تعطيان بالعلاقتين التاليتين:

$x=50t$ ....(1)

$y=-4{,}9t^2+50\sqrt{3}\, t$ ....(2)

بإيجاد قيمة (t) من العلاقة (1) و تعويضها في العلاقة (2) نحصل على معادلة المسار:

$y=-4{,}9\left(\frac{x}{50}\right)^2+50\sqrt{3}\left(\frac{x}{50}\right)$

$=-19{,}6\times10^{-4}x^2+\sqrt{3}\, x$

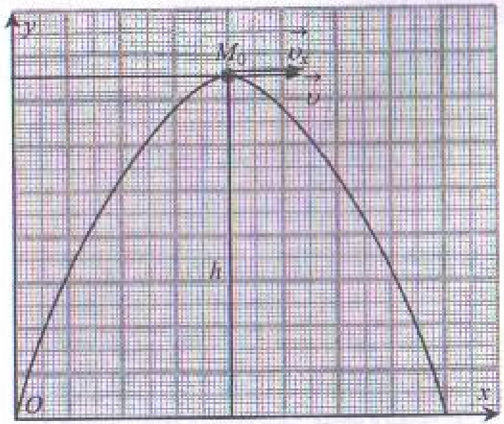
موقع السقوط يحقق الشرط $y=0$ فيكون $-19{,}6\times10^{-4}x^2+\sqrt{3}\,x=0$

يعطي حل المعادلة القيمة التالية $x=882{,}65\,m$

3 - 2 المدى الشاقولي و المدى الأفقي للقذيفة

◆ المدى الشاقولي :

هو الارتفاع الأعظمي (h) الذي تبلغه القذيفة صعودا. فإذا كانت $M_0(x_0,y_0)$ هي ذروة المسار فإننا نحصل على إحداثيتي الذروة بالطريقة التالية:



- عند ذروة المسار يكون $\vec{v}_y=\vec{0}$ بالاعتماد على المركبة الشاقولية للسرعة يكون لدينا ما يلي:

$v_y=v_0\sin\alpha-g\,t=0$ ومنه نحصل على زمن الصعود $t_0=\frac{v_0\sin\alpha}{g}$

بالتعويض في معادلتي الحركة $x(t)$ ، $y(t)$ نحصل على إحداثيتي الذروة:

$x_0=v_0\cos\alpha\times\frac{v_0\sin\alpha}{g}$

$=\frac{v_0^2}{2g}\sin2\alpha$

$y_0=v_0\sin\alpha\times\frac{v_0\sin\alpha}{g}-\frac{1}{2}g\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g}=\frac{v_0^2\sin\alpha}{2g}$

فيكون المدى الشاقولي للقذيفة بالشكل:

$$h=\frac{v_0^2}{2g}.\sin\alpha$$

◆ المدى الأفقي :

هو المسافة الأفقية الأعظمية التي تبلغها القذيفة أثناء سقوطها على الأرض في النقطة التي تقع على نفس المحور مع نقطة القذف (O) . فنحصل على إحداثيتي نقطة السقوط $M_1(x_1,0)$ بالشكل التالي:

- القطع المكافئ متناظر بالنسبة لذروة المسار فيكون $x_1=2x_0=\frac{v_0^2}{g}.\sin2\alpha$
- يمكن الحصول على إحداثيتي هذه النقطة أيضا باستعمال الشرط $(y=0)$ في معادلة المسار.

تمرين تدريبي

تقذف كرة نحو الأعلى بالسرعة $v_0=20\,m.S^{-1}$ ، شعاعها يصنع زاوية $\alpha=45°$ مع الأفق.

- أكتب المعادلات الزمنية للحركة، ثم استنتج:
- المدى الشاقولي و الأفقي لهذه الكرة.

✔ الحل :

◆ شعاع السرعة:

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \, Cos\, \alpha = 20\times\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}\ m.S^{-1} \\ v_y = v_0 \, Sin\, \alpha - g\, t = 10\sqrt{2} - 9{,}8\, t \ ....(1)\end{cases}$$

◆ شعاع الموضع :

$$\vec{OM}\begin{cases} x = v_x\, t = 10\sqrt{2}\, t \ ....(2) \\ y = -\dfrac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \, Sin\, \alpha\, t \\ \quad = -4{,}9\, t^2 + 10\sqrt{2}\, t \ ....(3)\end{cases}$$

عند ذروة المسار يكون $v_y = 0$ ومنه نحصل على زمن الصعود:

$$10\sqrt{2} - 9{,}8\, t_1 = 0 \longrightarrow t_1 = 1{,}44\ S$$

بالتعويض في المعادلة (3) نحصل على المدى الشاقولي:

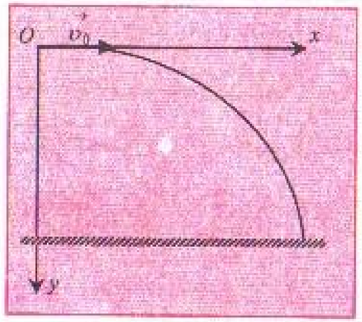
$$h = -4{,}9\,(1{,}44)^2 + 10\sqrt{2}\,(1{,}44) = 10{,}14\ m$$

و حيث أن نقطة السقوط تكون مناظرة لنقطة القذف بالنسبة لذروة المسار فيكون المدى الأفقي هو:

$$x_{max} = 2\, x_0 = 2\times 10\sqrt{2}\times(1{,}44) = 40{,}61\ m$$

4 - دراسة الحالة الخاصة – القذف الأفقي

عند قذف جسم من نقطة (O) تقع على ارتفاع معين من سطح الأرض بسرعة ابتدائية أفقية $\vec{v}_0$ فإن الحركة تتم نحو الأسفل، و من أجل ذلك فإننا نوجه المحور (oy) نحو الأسفل حيث تصبح الحركة متسارعة $(\vec{a} = \vec{g})$.



بوضع $\alpha = 0$ ، $a = g$ في المعادلات الزمنية السابقة نحصل على المعادلات التالية:

$$\vec{OM}\begin{cases} x = v_0 . t \\ y = \dfrac{1}{2} g\, t^2 \end{cases}$$

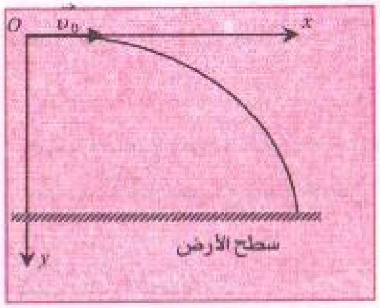
$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = g\, t \end{cases}$$

و هذه المعادلات تشبه معادلات السقوط الحر على المحور (oy).

تمرين تدريبي

من نقطة (O) تقع على ارتفاع $h = 10\, m$ من سطح الأرض، تقذف كرة أفقيا بسرعة $v_0 = 10\, m.S^{-1}$. اكتب المعادلات الزمنية للحركة، ثم استنتج معادلة مسارها و موقع سقوطها على الأرض.

✔ الحل :



المعادلات الزمنية للحركة:

$$x = v_0 . t = 10\, t \ ....(1)$$

$$v_y = g\, t = 9{,}8\, t \ ....(2)$$

$$y = \frac{1}{2} g\, t^2 = 4{,}9\, t^2 \ ....(3)$$

من (1) نجد $t = \dfrac{x}{10}$ و بالتعويض في (3) يكون:

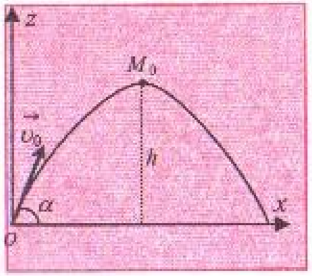
$y = 4{,}9\,(\dfrac{x}{10})^2 = 4{,}9\times10^{-2}\, x^2$ و هي معادلة المسار.

بوضع $y = 10\, m$ في معادلة المسار يكون $4{,}9\times10^{-2}\, x^2 = 10$. و منه نجد $x \approx 14{,}28\, m$

إذن إحداثيتا نقطة السقوط $A\,(14{,}28\,,10)\, m$

5 - الدراسة الطاقوية للقذيفة

نعتبر قذيفة قذفت من النقطة O على سطح الأرض نحو الأعلى بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ و شعاعها يصنع زاوية معينة α مع المحور (ox).



قوى الاحتكاك بالهواء و دافعة أرخميدس تكون مهملة أمام الثقل كما رأينا سابقا.

و يعطي مبدأ انحفاظ الطاقة بين وضعين (ابتدائي ونهائي) المعادلة التالية:

$$E_{C1} + E_{PP1} + W_m = E_{C2} + E_{PP2} \ .$$

و يكون التحويل الميكانيكي بين لحظتين هو :

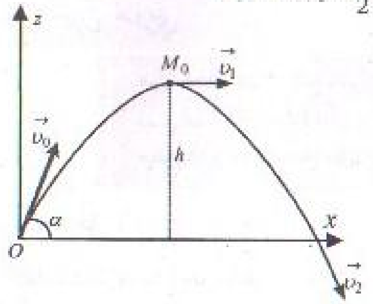
$$W_m = (E_{C2} + E_{PP2}) - (E_{C1} + E_{PP1})$$

فإذا اتخذنا سطح الأرض مرجعا لقياس الطاقة الكامنة الثقالية $(E_{PP2} = 0)$ فانه يكون :

◆ أثناء الصعود

عند نقطة القذف (O) يكون $E_{C1} + E_{PP1} = \dfrac{1}{2} m\, {v_0}^2 + 0$

و عند النقطة M_0 ذروة المسار يكون : $E_{C2}+E_{PP2}=\frac{1}{2}m\,v_1^2+m\,g\,h$



التغير في طاقة الجملة هو :

$$\Delta E=(E_{C2}+E_{PP2})-(E_{C1}+E_{PP1})$$

$$=\frac{1}{2}m\,v_1^2+m\,g\,h-\frac{1}{2}m\,v_0^2$$

طاقة الجملة محفوظة فيكون $(\Delta E=0)$

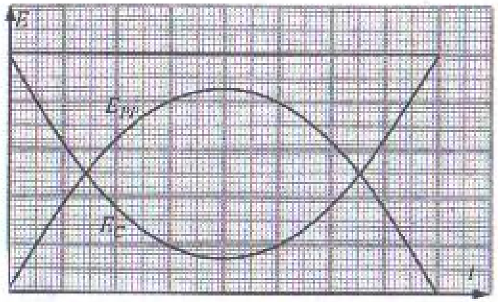
ومنه $\frac{1}{2}m\,v_1^2-\frac{1}{2}m\,v_0^2=-m\,g\,h$

نحصل على $v_1^2-v_0^2=-2\,g\,h$ .... (1)

◆ **أثناء الهبوط**

- عند ذروة المسار يكون $E_{C2}+E_{PP2}=\frac{1}{2}m\,v_1^2+m\,g\,h$
- عند نقطة التلامس مع سطح الأرض

$$E_{C3}+E_{PP3}=\frac{1}{2}m\,v_2^2+0$$



حسب مبدأ الانحفاظ يكون:

$$E_{C3}+E_{PP3}=E_{C2}+E_{PP2}$$

نجد $\frac{1}{2}m\,v_2^2=\frac{1}{2}m\,v_1^2+m\,g\,h$

$v_2^2-v_1^2=2\,g\,h$ .... (2)

من العلاقتين (1) و (2) نجد :

$$v_2=v_0$$

فسرعة العودة إلى سطح الأرض تكون مساوية لسرعة القذف الابتدائية.

نحصل على مخطط الطاقة للجملة (أرض- قذيفة) جسب الشكل المرفق.

تمرين تدريبي

من على سطح الأرض تقذف قذيفة كتلتها $m=400\,g$ بسرعة ابتدائية قدرها $v_0=50\,m.S^{-1}$ لتبلغ أعظم ارتفاع لها هو $h=100\,m$.

- احسب سرعتها المكتسبة v_1 عند ذروة المسار. استنتج طاقتها الحركية.

✓ **الحل :**

وجدنا سابقا أن $v_1^2-v_0^2=2\,g\,h$ فيكون :

$$v_1=\sqrt{v_0^2-2\,g\,h}=\sqrt{(50)^2-2\times 9{,}8\times 100}=6{,}32\,m.S^{-1}$$

و تكون طاقتها الحركية هي $E_C=\frac{1}{2}m\,v_1^2=\frac{1}{2}\times 0{,}4\times(6{,}32)^2=8\,J$

خلاصة

1- تخضع القذيفة في حقل الجاذبية الأرضية إلى قوة الثقالة الأرضية، و تكون حركتها بإهمال كافة القوى الأخرى:
- مستقيمة منتظمة على المحور (ox) .
- مستقيمة متغيرة بانتظام على المحور (oy)

2- شعاع تسارع حركة القذيفة هو $\vec{a}\begin{pmatrix}a_x=0\\a_y=-g\end{pmatrix}$

و شعاع سرعتها هو $\vec{v}\begin{pmatrix}v_x=v_0\,Cos\,\alpha\\v_y=-g\,t+v_0\,Sin\,\alpha\,t\end{pmatrix}$

شعاع موضع الحركة هو $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}x=v_0\,Cos\,\alpha\,t\\y=-\frac{1}{2}g\,t^2+v_0\,Sin\,\alpha\end{pmatrix}$

3- مسار القذيفة في حقل الجاذبية الأرضية يكون جزءا من قطع مكافئ، معادلته العامة من الشكل $y=a\,x^2+b\,x$

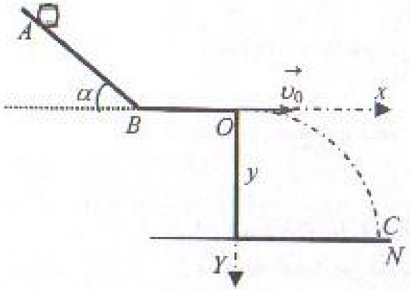
4- المدى الشاقولي للقذيفة هو أقصى ارتفاع تبلغه أثناء حركتها حيث تنعدم المركبة $\vec{v}_y$ للسرعة عند ذروة المسار.

5- المدى الأفقي للقذيفة هو أقصى فاصلة تبلغها بالنسبة للمبدأ (O) حيث يكون $y=0$.

6- في حالة القذف الأفقي تصبح المعادلات الزمنية للحركة محددة بالأشعة التالية:
- شعاع التسارع $\vec{a}\begin{pmatrix}a_x=0\\a_y=g\end{pmatrix}$
- شعاع السرعة $\vec{v}\begin{pmatrix}v_x=v_0\\v_y=g\,t\end{pmatrix}$
- شعاع الموضع $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}x=v_0\,.\,t\\y=\frac{1}{2}g\,t^2\end{pmatrix}$

أعمال تطبيقية

الدراسة التجريبية للقذف الأفقي



♦ **تجربة :**

من نقطة (A) أعلى مستوى مائل (AB) نترك كرية صغيرة لتتدحرج نحو الأسفل، حيث تلاقي بعد ذلك مستويا أفقيا (BO)، حيث تغادره الكرية في النقطة (O) أفقيا بسرعة ابتدائية $\vec{v_0}$ لتسقط بعد ذلك في الفضاء و تقع في النقطة (N) من مستوى أفقي آخر يقع أسفل الأول بمسافة (y). نعيد التجربة عدة مرات و نغير الارتفاع (y) في كل مرة، و نقيس فاصلة موقع السقوط (C). فنحصل على جدول القياسات التالي:

$y\,(m)$	0,20	0,40	0,60	0,80	0,100
$x\,(m)$	0,20	0,28	0,35	0,40	0,45
$x^2\,(m^2)$					

1- اكمل الجدول السابق، ثم ارسم الخط البياني $h=f(x^2)$ ، ماذا تستنتج ؟

2- أوجد طبيعة العلاقة الموجودة بين (y, x^2) نظريا.

3- استنتج اعتمادا على البيان السابق قيمة v_0 سرعة القذف في النقطة (O) ، إذا كانت شدة الجاذبية الأرضية هي $g=9,80\,m.S^{-2}$.

4- احسب اعتمادا على التجربة الأولى الارتياب المطلق في النتيجة إذا كان:

$\Delta g = 0,01\,m.S^{-2}$ ، $\Delta x = \Delta y = 1\,mm$

♦ **تحليل التجربة :**

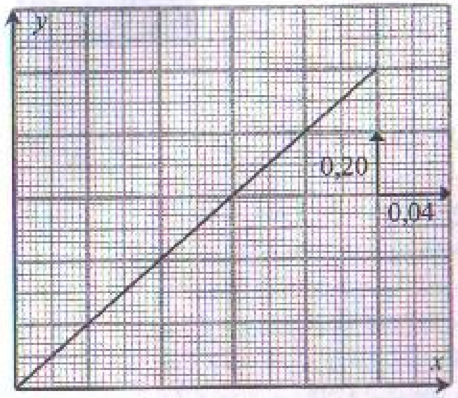
$y\,(m)$	0,20	0,40	0,60	0,80	0,100
$x^2\,(m^2)$	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20

1- رسم البيان $y=f(x^2)$

باستعمال المقياس التالي:

$1\,Cm \longrightarrow 0,04\,m^2$ افقيا $1\,Cm \longrightarrow 0,20\,m$ شاقوليا

نحصل على البيان المرفق. حيث نجد ما يلي:



البيان $y=f(x^2)$ عبارة عن خط مستقيم معادلته $y=a\,x^2$ و ميله $a=\frac{y}{x^2}$ ثابت.

فالارتفاعات (التراتيب) تتناسب مع مربع الفواصل.

2- إيجاد العلاقة النظرية بين x^2 ، y

الحركة وفق (OX) مستقيمة منتظمة معادلتها $x=v_0\,t$ .... (1)

و الحركة وفق (OY) مستقيمة متغيرة بانتظام معادلتها $y=\frac{1}{2}g\,t^2$ .... (2)

من (1) $t=\frac{x}{v_0}$ نعوض في (2) فنجد $y=\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2}$ معادلة المسار.

3- استنتاج قيمة v_0

لدينا $y=a\,x^2$ تجريبيا.

$y=\frac{g\,x^2}{2\,v_0^2}$ نظريا.

ومنه $a=\frac{g}{2\,v_0^2}$ فيكون $v_0^2=\frac{g}{2\,a}$ نحصل على النتائج العددية التالية:

$$a=\tan\alpha=\frac{1,00-0,20}{0,202-0,04}=4,94 \quad \text{ومنه} \quad v_0^2=\frac{9,8}{2\times4,94}=0,99$$

إذن $v_0\cong 1\,m.S^{-1}$

4- من التجربة الأولى يكون:

$$y=\frac{g\,x^2}{2\,v_0^2} \quad \text{ومنه} \quad v_0=\sqrt{\frac{g\,x^2}{2\,y}}=\sqrt{\frac{9,8\times0,04}{2\times0,2}}=0,99\,m.S^{-1}$$

و الارتياب النسبي في العبارة هو:

$$\frac{\Delta v}{v_0}=\frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g}+\frac{\Delta x}{x}+\frac{1}{2}\frac{\Delta y}{y}$$ ومنه يكون:

$$\Delta v = v_0\left(\frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g}+\frac{\Delta x}{x}+\frac{1}{2}\frac{\Delta y}{y}\right)$$

$$=0,99\left(\frac{1}{2}\frac{(0,10)}{9,8}+\frac{1}{200}+\frac{1}{2}\frac{(1)}{200}\right)=0,01\,m.S^{-1}$$

ومنه نجد $v_0=(1,00\pm0,01)\,m.S^{-1}$.

تطبيقات نموذجية

تطبيق 1 دراسة مميزات حركة قذيفة

1- تقذف كرة من نقطة O تقع على ارتفاع $5\,m$ من سطح الأرض، بسرعة ابتدائية $\upsilon_0 = 20\,m.S^{-1}$ يصنع شعاعها زاوية $\alpha = 60°$ مع الأفق.

ا) اكتب المعادلات الزمنية للحركة.

ب) اوجد موقع الكرة بعد $2\,S$ من بدأ الحركة.

جـ) اوجد اقصى ارتفاع تبلغه الكرة بالنسبة لـ O.

د) اوجد الزمن اللازم لسقوطها على الأرض، و حدد موقع السقوط.

2- تعاد التجربة و تقذف الكرة من نفس النقطة افقيا بسرعة ابتدائية مجهولة، فتسقط على بعد $25\,m$ من شاقول النقطة (O):

ا) اكتب المعادلات الزمنية للحركة.

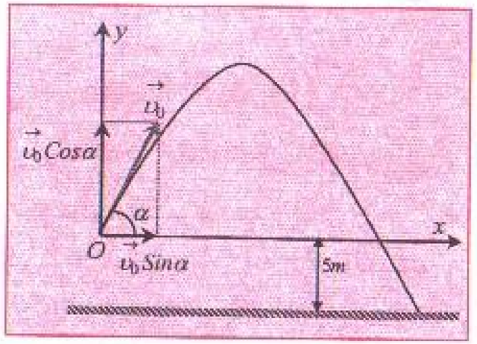
ب) استنتج مقدار السرعة الابتدائية للقذف.

جـ) اوجد معادلة المسار.

د) احسب سرعة اصطدام الكرة بالأرض، و اوجد اتجاه هذه السرعة.

(يعطى $g = 9{,}80\,m.S^{-2}$).

✓الحل :



1) ا)المعادلات الزمنية للحركة

$$\upsilon_x = \upsilon_0\, Cos\,\alpha$$

$$\upsilon_y = \upsilon_0\, Sin\,\alpha - g\,t$$

$$x = \upsilon_0\, Cos\,\alpha\, t$$

$$y = \upsilon_0\, Sin\,\alpha\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$$

بتعويض القيم $\upsilon_0 = 20\,m.S^{-1}$

$g = 9{,}80\,m.S^{-2}$ و $\alpha = 60°$

نحصل على ما يلي:

$$\upsilon_x = 10\,m.S^{-1} ....(1)$$

$$\upsilon_y = 10\sqrt{3} - 9{,}8\,t ....(2)$$

$$x = 10\,t ....(3)$$

$$y = 10\sqrt{3} - 4{,}9\,t^2 ....(4)$$

ب) موقع الكرة بعد $2\,S$

$$\begin{cases} x = 10 \times 2 = 20\,m \\ y = 10\sqrt{3}\,(2) - 4{,}9\,(2)^2 \cong 15\,m \end{cases}$$

جـ) حساب اقصى ارتفاع تبلغه الكرة

في أعلى نقطة يكون $\upsilon_y = 0$. ومنه $10\sqrt{3} - 9{,}8\,t = 0$

فيكون $t = \frac{10\sqrt{3}}{9{,}8} = 1{,}76\,S$

بالتعويض في (4) نجد $y_0 = 10\sqrt{3}\,(1{,}76) - 4{,}9\,(1{,}76)^2 = 15{,}3\,m$

د) حساب زمن السقوط على الأرض:

لحظة السقوط على الأرض يتحقق الشرط الرياضي $y = -5$ (الشكل)

ومنه $10\sqrt{3} - 4{,}9\,t^2 = -5$ فيكون $4{,}9\,t^2 - 10\sqrt{3}\,t - 5 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4\,a\,c = (-10\sqrt{3})^2 - 4\,(4{,}9)\,(-5) = 398$$

و يكون $\sqrt{\Delta} = 19{,}95\,S$

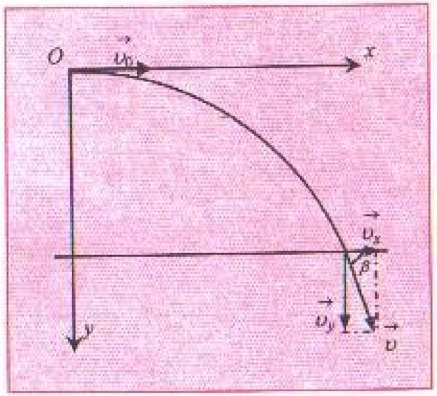
نجد $t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2\,a} = \frac{10\sqrt{3} \pm 19{,}95}{2\,(4{,}9)}$

و يعطي الجذر الموجب القيمة $t = 3{,}8\,S$

و بالتعويض في العلاقة (3) نحصل على موقع السقوط $x = 10 \times 3{,}8 = 38\,m$

أما بعد نقطة السقوط بالنسبة لنقطة القذف فيكون هو

$$d = \sqrt{(38)^2 + (5)^2} \cong 38{,}33\,m$$



2) القذف الأفقي

ا) المعادلات الزمنية للحركة

$$\upsilon_x = \upsilon_0 ....(1)$$

$$x = \upsilon_0\, t ....(2)$$

$$\upsilon_y = g\, t ....(3)$$

$$y = \frac{1}{2} g\, t^2 ....(4)$$

ب) استنتاج قيمة (υ_0)

$$t = \sqrt{\frac{2\,y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 5}{9{,}8}} \cong 1\,S$$

بالتعويض في العلاقة (2) نجد $\upsilon_0 = \frac{\upsilon}{t} = \frac{25}{1} = 25\,m.S^{-1}$

جـ) معادلة المسار $y = f\,(x)$

من العلاقة (2) نجد $t = \frac{x}{\upsilon_0}$

نعوض في (4) فنجد $y=\frac{1}{2}g\frac{x_0^2}{\upsilon_0^2}=4,9\frac{x^2}{(25)^2}$

ومنه يكون $y=78,4\times10^{-4}x^2$

د) حساب سرعة الاصطدام بالأرض: $\vec{\upsilon}\begin{pmatrix}\upsilon_x\\ \upsilon_y\end{pmatrix}$

$$\begin{cases}\upsilon_x=\upsilon_0=25\,m.S^{-1}\\ \upsilon_y=g\,t=9,8\times1=9,8\,m.S^{-1}\end{cases}$$

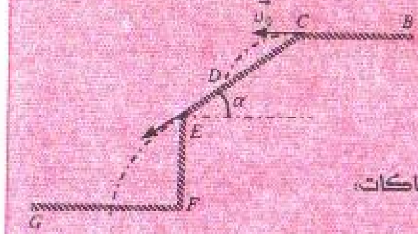
منه $\upsilon=\sqrt{(25)^2+(9,8)^2}=26,85\,m.S^{-1}$

و يتعين اتجاه شعاع السرعة بالزاوية θ التي يصنعها هذا الشعاع مع المحور (OX):

$tg\,\alpha=\frac{\upsilon_y}{\upsilon_x}=\frac{9,80}{25}=0,392$ ومنه نجد $\theta=21,4°$

تطبيق 2 دراسة حركة القذف في وضعيات مختلفة

يسير جسم على طريق أفقي BC بالسرعة الثابتة $\upsilon=5\,m.S^{-1}$. و عند النقطة (C) يندفع أفقيا ليسقط في النقطة (D) من مستو مائل CE و يميل على الأفق بزاوية $\alpha=45°$.
و عند النقطة (E) يندفع بالسرعة $6\,m.S^{-1}$ ليسقط ارتفاعا $EF=4\,m$ ليقع عند النقطة G من المستوي الأفقي FG بإهمال جميع الاحتكاكات.



1- أوجد موقع النقطة (D).
2- أوجد المسار في المعلم (E,x,y)، و استنتج موقع النقطة (G).

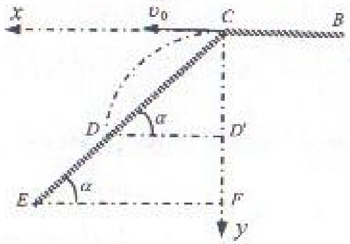
✓ الحل:

1) إيجاد موقع النقطة (D)

معادلتا الحركة في المعلم $(C\vec{x},C\vec{y})$:

$x=\upsilon t$ .... (1)

$y=\frac{1}{2}g\,t^2$ .... (2)



$\tan\alpha=\frac{\overline{CD'}}{\overline{DD'}}$ يعطي $\frac{\frac{1}{2}g\,t^2}{\upsilon_0 t}=1$

ومنه نجد $t=\frac{2\upsilon_0}{g}=\frac{2\times5}{10}=1S$ زمن السقوط. بالتعويض في المعادلتين (1)، (2) نجد:

$$D\begin{cases}x=5\times1\,m\\ y=\frac{1}{2}\times10\times1=5\,m\end{cases}$$

-إيجاد موقع النقطة (G)

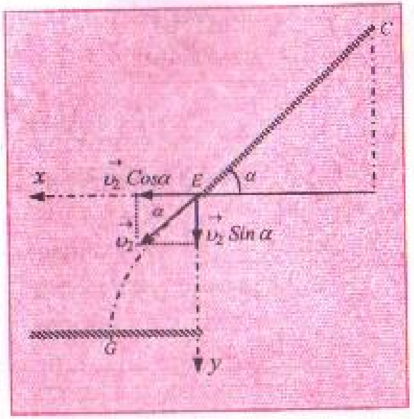
في المعلم (E,x,y) يكون:

$x=\upsilon_E\,Cos\,\alpha\,t$

$=6\frac{\sqrt{2}}{2}t$

$y=\frac{1}{2}g\,t^2+\upsilon_E\,Sin\,\alpha\,t=5t+6\frac{\sqrt{2}}{2}t$

$$\begin{cases}x=3\sqrt{2}\,t ....(3)\\ y=5t^2+3\sqrt{2}\,t ....(4)\end{cases}$$



من (3): $t=\frac{x}{3\sqrt{2}}$ بالتعويض في (4) نجد ما يلي:

$$y=5\left(\frac{x}{3\sqrt{2}}\right)^2+3\sqrt{2}\left(\frac{x}{3\sqrt{2}}\right)$$

$y=\frac{5}{18}x^2+x$ و هي معادلة المسار.

عند نقطة السقوط (G) يكون: $y=4$ ومنه:

$\frac{5}{18}x^2+x=4$ اي ان $5x^2+18x-72=0$

و يعطي حل هذه المعادلة الجذر $x=2,4\,m$ و هي فاصلة موقع السقوط (G).

تطبيق 3 دراسة حركة قذف أفقي في مرجعين مختلفين

تحلق طائرة شراعية أفقيا على ارتفاع $1000\,m$ من سطح الأرض بسرعة ثابتة قدرها $\upsilon=20\,m.S^{-1}$. في اللحظة $t=0$ تمر من شاقول النقطة الأرضية (O) مبدأ المعلم الستوي (OX,OY) في الاتجاه الموجب (OX) للحركة.

1- اكتب معادلتي حركة الطائرة في هذا المعلم الأرضي.
2- في اللحظة $t=0$ تسقط الطائرة مظليا سقوطا حرا دون أن تنفتح مظلته.
- كيف تكون حركة المظلي بالنسبة لـ:
أ) المعلم الأرضي (OX,OY)؟
ب) معلم داخلي مرتبط بالطائرة؟
جـ) حدد فاصلة المظلي بالنسبة للمعلم الأرضي في اللحظة $t=2\,S$. حدد موقع الطائرة حينئذ.

3- في اللحظة $t = 2\,S$ تنفتح المظلة في اللحظة التي تكون فيها السرعة المكتسبة $\upsilon_1 = 20\,m.S^{-1}$ بالنسبة للأرض و تصبح حينئذ حركته منتظمة.
أ) ما هي طبيعة القوى المؤثرة على الجملة حينئذ؟
ب) أوجد السرعة الجديدة υ_2 للجملة بالنسبة للأرض

✓الحل :

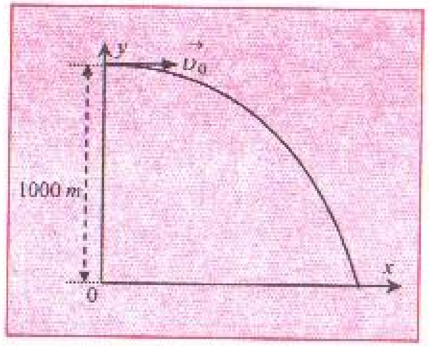
1) معادلة الطائرة في المعلم الأرضي (OX,OY)

$$X = \upsilon_0\,t + x_0$$
$$Y = 1000$$

لما $t = 0$ تكون $x = 0$ فيكون $x_0 = 0$

ومنه نجد:

$$\begin{cases} X = 20\,t \;\ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ Y = 1000 \;\ldots\ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$



2) حركة المظلي الساقط بالنسبة للمعلم الأرضي (OX,OY)

تكون حركته منحنية (قذف أفقي بالسرعة $\vec{\upsilon_0}$) حيث تكون:
- على المحور (OX) مستقيمة منتظمة:

$$X = \upsilon_0\,t = 20\,t \ldots\ldots\ldots (1)$$

و هي نفسها المعادلة التي تحدد حركة الطائرة على المحور (OX) .
- على المحور (OY) مستقيمة متسارعة بانتظام معادلتها من الشكل التالي:

$$Y = \frac{1}{2}\,g\,t^2 \ldots\ldots\ldots (2)$$

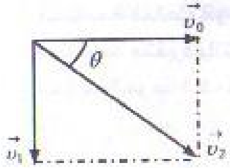
ب) أما بالنسبة لمعلم داخلي مرتبط بالطائرة فتكون حركة مستقيمة متسارعة بانتظام حسب (2)

جـ) فاصلة موقع المظلي في المعلم (OX,OY) :
لما $t = 2\,S$ يكون حسب المعادلة (1) $x = 20 \times 2 = 20\,m$
و يكون موقع الطائرة حينئذ محددا بالمعادلتين (1) ، (2) فنجد:
$x = 40\,m$ ، $y = 1000\,m$

3) أ) القوى المؤثرة على الجملة في اللحظة $t = 2\,S$
الحركة مستقيمة منتظمة و الجملة في حالة عطالة تحت تأثير قوتين متساويتين في الشدة و متعاكستين في الاتجاه هما قوة جذب الأرض $\vec{F}_{T/C}$ التي تتمثل في ثقله $\vec{P}$ و القوة المقاومة للجملة $\vec{F}$ التي تتمثل في الاحتكاك بالهواء بحيث يكون:
$\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$. وهذا بإهمال دافعة أرخميدس.

ب) سرعة المظلي $\vec{\upsilon_2}$ بالنسبة للأرض $\vec{\upsilon_2} = \vec{\upsilon_0} + \vec{\upsilon_1}$

$$\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_0^{\,2} + \upsilon_1^{\,2}}$$
$$= \sqrt{(20)^2 + (20)^2} = 28{,}28\,m.S^{-1}$$



يتعين اتجاه تغير شعاع السرعة الجديدة بالزاوية θ التي يصنعها هذا الشعاع مع الأفق فيكون:

$$\tan\theta = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_0} = 1 \longrightarrow \theta = 45°$$

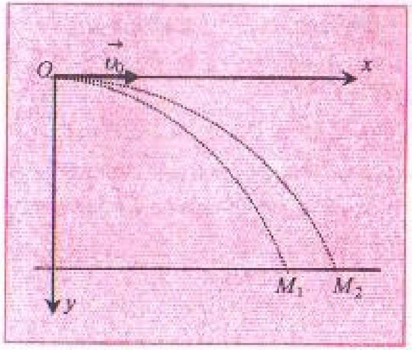
و هو اتجاه شعاع السرعة.

تطبيق 4 حركة القذائف في حالات مختلفة

تحلق طائرة حربية أفقيا على ارتفاع $800\,m$ من سطح الأرض، بسرعة ثابتة قدرها $100\,m.S^{-1}$. نعتبر (g) ثابتة و مساوية $10\,m.S^{-2}$.
1- يريد الطيار إصابة عدة أهداف أرضية تقع على خط مستقيم واحد في مستوى تحليق الطائرة. البعد بين كل هدفين متتاليين ثابتا و مساويا $20\,m$. المطلوب :
أ) حساب البعد الأفقي الذي يفصل مستوى الطائرة الشاقولي عن مستوى الهدف الأول، كي يسقط الطيار فيه قنبلته الأولى لإصابة الهدف، سقوطا حرا.
ب) معدل إسقاطه لهذه القنابل كي تصاب جميع الأهداف.
2- لو أراد الطيار إصابة الأهداف السابقة باستعمال مدفع رشاش، حيث تغادره القنابل بسرعة $100\,m.S^{-1}$ صانعة زاوية $90°$ مع الأفق نحو الأسفل.
أ) ماذا يجب أن يكون عليه البعد الأفقي المذكور، الذي يبدأ عنده الإطلاق كي يصيب هدفه؟
ب) أوجد المسار الهندسي للقذائف المنطلقة.
3- إن المنطقة الأرضية السابقة مجهزة بمدفع مضاد للطائرات حيث تميل ماسورته على الأفق بزاوية $60°$ ، و تنطلق منه القذائف بسرعة ابتدائية قدرها $150\,m.S^{-1}$.
أ) هل يمكن إصابة الطائرة المهاجمة لدى ظهورها على مسافة أفقية $500\,m$ بالضبط؟
ب) في أية شروط يجب إذن إصابة الطائرة؟

✓الحل :

1) عند إسقاط القنبلة سقوطا حرا، فإنها تكون مقذوفة بسرعة ابتدائية أفقية هي سرعة الطائرة $\upsilon_0 = 100\,m.S^{-1}$ و تكون حركتها في المستوى الشاقولي:



- مستقيمة منتظمة وفق المحور (OX).
- مستقيمة متغيرة بانتظام وفق المحور (OY).

و معادلتا الحركة هما:

$$x=\upsilon_0\, t \;..........(1)$$

$$y=\frac{1}{2}g\,t^2 \;..........(2)$$

من (2) نحسب زمن السقوط:

$$t=\sqrt{\frac{2\,y}{g}}=\sqrt{\frac{2\times 800}{10}}=12{,}65\ S$$

بالتعويض في (1) نجد:

$$x=100\times 12{,}65=1265\ m$$

اي انه يجب إسقاط القنبلة قبل الوصول إلى الهدف M بـ $1265\ m$

ب) تسقط القنابل من نفس الارتفاع و بنفس السرعة الابتدائية $\vec{\upsilon_0}$. فإذا كان البعد بين الهدف الأول و الذي يليه $M_1M_2=20\ m$ فإنه يكون:

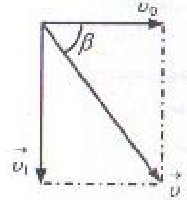
$$M_1M_2=\upsilon_0\,t \quad \text{ومنه} \quad t=\frac{M_1M_2}{\upsilon_0}=\frac{10}{100}=0{,}2\ S$$

و هو الفاصل الزمني بين إطلاق القنابل حتى تصاب جميع الأهداف و يكون:

$$0{,}2\ S \longrightarrow 1$$

$$1\ S \longrightarrow n$$ ومنه نجد $n=\frac{1}{0{,}2}=5$ معدل الإطلاق.

2) ا) يكون شعاع سرعة إطلاق القنبلة من الطائرة $\vec{\upsilon}$ هو محصلة شعاعي السرعة الأفقية $\vec{\upsilon_0}$ للطائرة و السرعة الشاقولية $\vec{\upsilon_1}$.



معادلتا الحركة

$$x=\upsilon_0\,t=100\,t\;........(1)$$

$$y=\upsilon_1\,t+\frac{1}{2}g\,t^2=100\,t+5\,t^2\;........(2)$$

لحساب زمن السقوط نضع $y=800$ فيكون:

$800=100\,t-5\,t^2$ ومنه $t^2+20\,t-160=0$

من اجل $\Delta=b^2-4\,a\,c=1040$ نجد $t=6{,}12\ S$ زمن السقوط.

و البعد الأفقي المطلوب هو $x=100\times 6{,}12=612\ m$

ب) معادلة المسار:

من (1) $t=\frac{x}{100}$ نعوض في (2) نجد:

$y=100\left(\frac{x}{100}\right)+5\left(\frac{x}{100}\right)^2$ ومنه نجد:

$y=5\times 10^{-4}\,x^2+x$ معادلة المسار.

3) ا) لنبحث أولا عن الزمن الذي تستغرقه القذيفة لقطع المسافة الأفقية $x=500\ m$ بالسرعة $150\ m.S^{-1}$:

$x=\upsilon\,Cos\,\alpha\,t$ ومنه يكون $x=\frac{t}{\upsilon\,Cos\,\alpha}=\frac{500}{150\,Cos\,60°}=6{,}66\ S$

و يكون الارتفاع الموافق هو $Y=\upsilon\,Sin\,\alpha\,t-\frac{1}{2}g\,t^2$

$$=150\times\frac{\sqrt{2}}{2}(6{,}66)-5\,(6{,}66)^2\cong 643{,}38\ m$$

وهذا الارتفاع غير كاف لإصابة الطائرة التي تحلق على ارتفاع $800\ m$، لذلك فلا يمكن إصابتها.

ب) لنبحث عن الشروط المناسبة التي تجعل إصابة الطائرة ممكنة:

- يمكن إصابة الطائرة إذا استطعنا جعل المدى الشاقولي للقذيفة مساويا على الأقل الارتفاع الذي تحلق عليه الطائرة.

لتكن (α) زاوية القذف بالسرعة $150\ m.S^{-1}$:

من المعادلة $\upsilon=\upsilon\,Sin\,\alpha-g\,t$ نبحث عن زمن الوصول إلى الذروة، و ذلك بوضع $\upsilon_y=0$

فيكون $t=\frac{\upsilon^2\,Sin\,\alpha}{g}$

و بالتعويض في المعادلة $y=\upsilon\,Sin\,\alpha-\frac{1}{2}g\,t^2$ نجد:

$y_0=\frac{\upsilon\,Sin^2\,\alpha}{2\,g}$ ومنه يكون $Sin\,\alpha=\sqrt{\frac{2\,g\,y}{\upsilon}}$

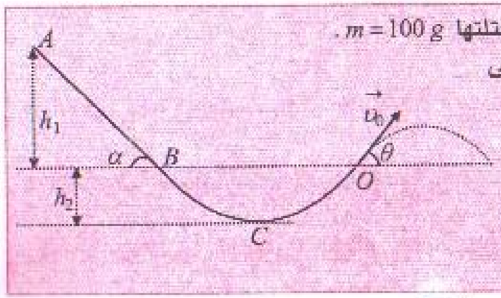
عدديا $Sin\,\alpha=\sqrt{\frac{2\times 10\times 800}{(150)^2}}=0{,}843$ ومنه $\alpha\cong 57{,}46°$ زاوية القذف.

و يكون الزمن اللازم لإصابة الهدف هو $t=\frac{x\,Sin\,\alpha}{g}=\frac{150\times 0{,}843}{10}=12{,}64\ S$

و يحدث هذا على مسافة أفقية من مرمى الطائرة هي:

$$x=\upsilon\,Cos\,\alpha\,t=150\times Cos\,(57{,}46)\times 12{,}64\cong 1020\ m$$

تطبيق 5 تطبيق القانون الثاني لنيوتن على حركات مختلفة



كرية صغيرة نقطية كتلتها $m=100\ g$. تترك عند النقطة A أعلى مستوى مائل طوله $AB=2{,}5\ m$ يميل على الأفق بزاوية $\alpha=30°$ لتنزل ابتداء من السكون تحت تأثير ثقلها دون

احتكاك، و عند النقطة B يصبح المسار عبارة عن جزء كروي موجود في مستوى شاقولي، نصف قطره $r = 1\,m$ ، ثم يصبح بعد ذلك افقيا كما في الشكل. الارتفاع $h_2 = 0{,}40\,m$

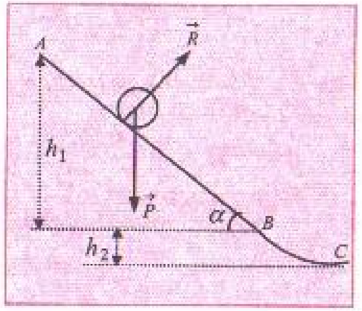
1- استنتج بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة سرعة الكرية عند النقطة B ، ثم C.

2- استنتج بتطبيق قانون نيوتن الثاني، مقدار رد فعل المسار على الكرية عند النقطة C.

3- عند النقطة (O) تقذف الكرية في الفضاء بالزاوية θ التي يصنعها شعاع سرعتها مع الأفق.

- بين أن $\alpha = \theta$ و أن $\upsilon_O = \upsilon_B$ ، ثم اكتب معادلتي الحركة في معلم مستو مبدؤه (O). اوجد معادلة مسار القذيفة، و استنتج الارتفاع الأعظمي h_{max} الذي تبلغه الكرية بالنسبة للنقطة (C). $(g = 10\,m.S^{-2})$

✓ الحل :



1) سرعة الكرية عند النقطة (B) :

القوى المقاومة للحركة مهملة، فيكون حسب مبدأ انحفاظ الطاقة:

$$E_C(B) - E_C(A) = W_{AB}(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2} m \upsilon_B^2 - 0 = m\,g\,h_1$$

حيث يكون $h_1 = AB\ Sin\,\alpha$ فنحصل على ما يلي:

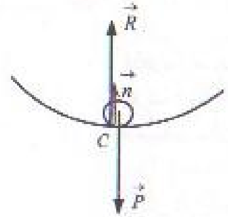
$$\upsilon_B = \sqrt{2\,g\,AB\ Sin\,\alpha} = \sqrt{2\times10\times2{,}5\times0{,}5} = 5\,m.S^{-1}$$

كذلك يكون $E_C(C) - E_C(A) = m\,g\,(h_1 + h_2)$

ومنه نجد

$$\upsilon_C = \sqrt{2\,g\,(AB\ Sin\,\alpha + h_2)} = \sqrt{2\times10\,(2{,}5\times0{,}5+0{,}4)} = 5{,}74\,m.S^{-1}$$

2) إيجاد قيمة رد فعل المسار عند النقطة (C) :



$\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}$ بالإسقاط على الناظم يكون $R - m\,g = m.a_N$

ومنه $R - m\left(g + \frac{\upsilon_C^2}{r}\right) = 0{,}1\left(10 + \frac{(5{,}74)^2}{1}\right) = 4{,}29\,N$

3) دراسة الحركة في المعلم (o, x, y) :

- بالتناظر يكون $\theta = \alpha = 30°$.

و حسب مبدأ انحفاظ الطاقة يكون $E_B = E_O$

$E_C(B) + E_{PP}(B) = E_C(O) + E_{PP}(O)$ و حيث أن $E_{PP}(B) = E_{PP}(O)$

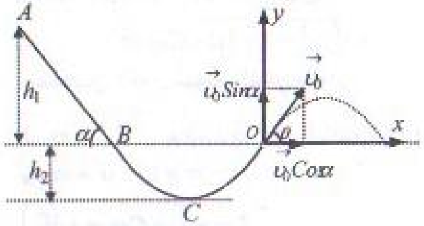
لوقوع النقطتين B و O في نفس المستوي الأفقي فإنه يكون $E_C(B) = E_C(O)$

ومنه نجد أن $\upsilon_O = \upsilon_B = 5\,m.S^{-1}$

- معادلتا الحركة $x = \upsilon_0\,Cos\,\theta\,.t = 5\times\frac{\sqrt{3}}{2}.t$ ....(1)

$y = -\frac{1}{2}g\,t^2 + \upsilon_0\,Sin\,\theta\,t = 5t^2 + 2{,}5\,t$ ....(2)

من العلاقتين (1) و (2) نحصل على معادلة المسار $y = \frac{4}{15}x^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}t$



- إيجاد الارتفاع الأعظمي $h_{max} = h_2 + h_3$

حيث يكون h_3 هو المدى الشاقولي للقذيفة تحصل عليه كما يلي:

- عند ذروة المسار يكون $\upsilon_y = 0$ ينتج :

$\upsilon_y = 0$ بوضع $\upsilon_y = \frac{d\,y}{d\,t} = 10\,t + 2{,}5$

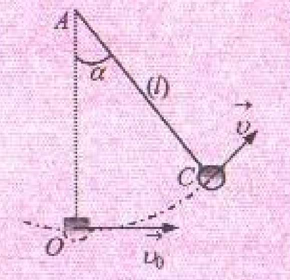
نجد $t = \frac{2{,}5}{10} = 0{,}25\,S$

بالتعويض في المعادلة (2) نجد $h_3 = 5\,(0{,}25)^2 + 2{,}5\,(0{,}25) \approx 0{,}94\,m$

ومنه نجد $h_{max} = 0{,}40 + 0{,}94 = 1{,}34\,m$

تطبيق 6 تطبيق قانون نيوتن الثاني على حركات مختلفة

نعلق كرية صغيرة نقطية كتلتها $m = 100\,g$ بخيط عديم الإمتطاط طوله $l = 0{,}50\,m$ ، و ابتداء من موضع التوازن الشاقولي ندفعها افقيا بسرعة ابتدائية $\vec{\upsilon_0}$ ، و عندما تصبح سرعتها $\vec{\upsilon}$ يصنع الخيط زاوية α مع الشاقول.



1- عبر بدلالة α ، g ، υ_0 عن المقادير التالية:

ا) السرعة υ. ب) قوة الشد في الخيط T.

2- احسب من أجل $\alpha = 30°$ ، $\upsilon_0 = 3\,m.S^{-1}$ قيم υ ، a_N ، T.

3- ما هي القيمة الصغرى لـ υ_0 التي من اجلها يبقى الخيط مشدودا مهما كانت α ؟

4- من اجل $\upsilon_0 = 3\,m.S^{-1}$ ينقطع الخيط عندما تصبح السرعة $\upsilon = 2\,m.S^{-1}$

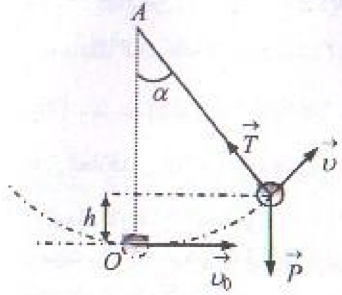
ا) صف حركة الكرية بعد ذلك، و اوجد معادلة مسارها.

ب) ما هو البعد بين المستوى الأفقي المار بالنقطة (O) و الموضع الذي تغير فيه اتجاه حركتها ؟

ج) ما هي السرعة التي تعود بها الكرية إلى المستوى الأفقي المار بالنقطة (O) ؟

✓ الحل :

1) إيجاد T ، a_N ، υ



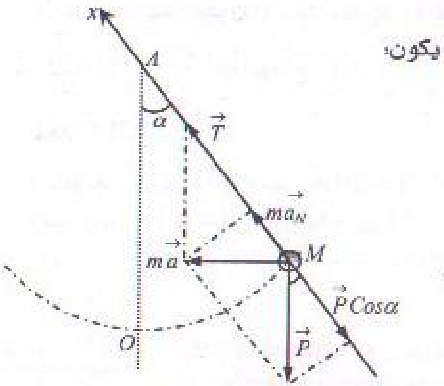
$$E_C(C) - E_C(O) = W_{OC}(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2} m\upsilon^2 - \frac{1}{2} m \upsilon_0^2 = -m g h$$

بوضع: $h = l(1-\cos\alpha)$ يكون:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2gl(1-\cos\theta)} \text{ .... (1)}$$

- بتطبيق قانون نيوتن الثاني يكون:



$\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}$. بالإسقاط على الناظم (Mx) يكون:

$$T - m g \cos\alpha = m a_N$$

$$T = m\left(g\cos\alpha + \frac{\upsilon^2}{r}\right)$$

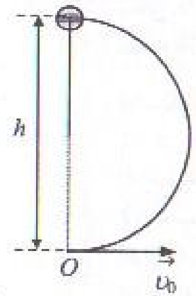
بوضع $r = l$ و تعويض قيمة υ من المعادلة (1) نحصل على ما يلي:

$$T = m g(3\cos\alpha - 2) + m\frac{\upsilon^2}{l} \text{ .... (2)}$$

2) تطبيق عددي

$T = 2{,}08\,N$ ، $\upsilon = 2{,}77\,m.S^{-1}$

3) السرعة الابتدائية الصغرى υ_0



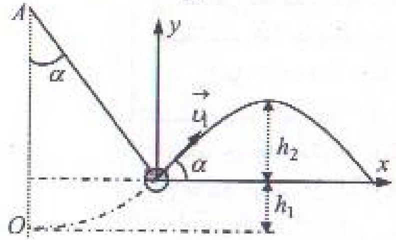
يكون الخيط مشدودا في حالة السكون $(\upsilon_0 = 0)$.كما يمكنه ان يكون كذلك إذا قذفت الكرة أفقيا ابتداء من وضعية التوازن (O) و بلغت اعلى نقطة من مسارها بسرعة منعدمة فيكون:

$$E_{C_2} - E_{C_1} = W_{1\to 2}(\vec{P})$$

$$0 - \frac{1}{2} m \upsilon_0^2 = -m g h$$

بوضع $h = 2l$ يكون:

$$\upsilon_0 = \sqrt[2]{g\,l} = \sqrt[2]{9{,}8\times 0{,}50} = 4{,}43\,m.S^{-1}$$



4) أ) لحظة انقطاع الخيط تقذف الكرية بسرعة $\vec{\upsilon_1}$ يصنع شعاعها الزاوية α مع الأفق (نفس الزاوية التي يصنعها الخيط مع الشاقول) و يكون:

$$\cos\alpha = 1 - \frac{\upsilon_0^2 - \upsilon^2}{2gl} = \frac{(3)^2-(2)^2}{2\times 9{,}8\times 0{,}5} = 0{,}5$$

ومنه نجد: $\alpha = 60°$

المعادلات الزمنية لحركة:

$$x = \upsilon_1 \cos\alpha\, t \text{ .... (1)}$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + \upsilon_1 \sin\alpha\, t \text{ .... (2)}$$

بإيجاد t من (1) و تعويضها في (2) نحصل على معادلة المسار:

$$y = -\frac{g}{2\upsilon_1^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha . x$$

$$= -\frac{9{,}8}{2(2)^2\times 0{,}25}x^2 + \sqrt{3}\,x$$

$$y = -5x^2 + \sqrt{3}\,x$$

ب) حساب المسافة الشاقولية $h_1 + h_2$ ،

$$h_1 = l(1-\cos\alpha)$$

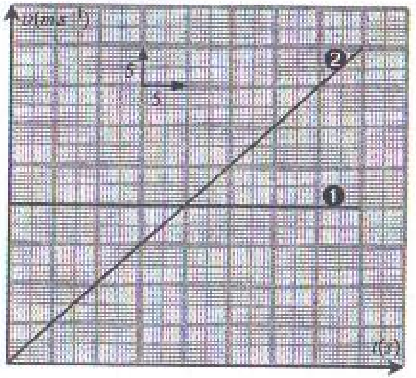
المدى الشاقولي للقذيفة هو $h_1 = \frac{\upsilon_1^2 \sin\alpha}{2g}$

ومنه يكون:

$$h = l(1-\cos\alpha) + \frac{\upsilon_1^2}{2g}\sin\alpha = 0{,}5(1-0{,}5) + \frac{(2)^2}{2\times 9{,}8}\times(0{,}5) = 0{,}35\,m$$

تمارين و مسائل

1 يمثل الشكل الجانبي مخططي المركبتين $\vec{v}_X$ ، $\vec{v}_Y$ لسرعة متحرك قذف في اللحظة $t=0$ من المبدأ (O) أفقيا بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$.



1- أي المنحنيين يمثل $\vec{v}_Y$ ؟

و أيهما يمثل $\vec{v}_X$ ؟ علل.

2- ما هي قيمة السرعة الابتدائية v_0 للقذف ؟

3- ما هي في اللحظة $t=4\,S$ فاصلة الجسم الساقط ؟

4- ليكن $\vec{v}=\vec{v}_X+\vec{v}_Y$ هو شعاع السرعة اللحظية للحركة

املأ الجدول التالي، ثم ارسم بيان السرعة الحظية $v=f(t)$.

$t\,(S)$	0	1	2	3	4
$v_X\,(m.S^{-1})$					
$v_Y\,(m.S^{-1})$					
$v\,(m.S^{-1})$					

5- بين كيف تحسب فاصلة المتحرك في كل لحظة ؟

- املأ الجدول التالي:

$t\,(S)$	0	1	2	3	4
$X\,(m)$					

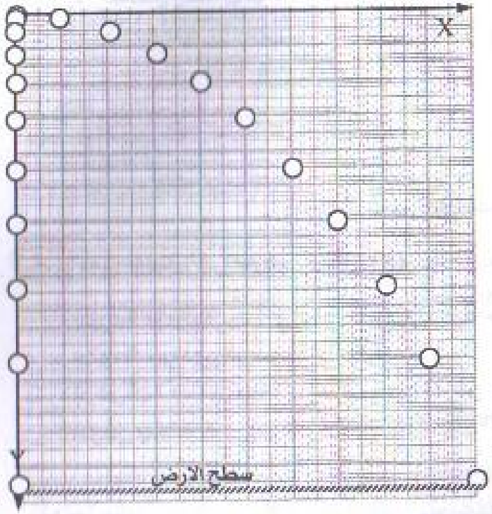
- ارسم عندئذ بيان الدالة $X=f(t)$.

2 * - من نقطة (O) تقع على ارتفاع (h) من سطح الأرض، نترك كرتين A ، B لتسقطا تحت تأثير ثقلهما، في نفس اللحظة $t=0$ بحيث:

- الكرة A تترك حرة دون سرعة ابتدائية.

- الكرة B تقذف قذفا أفقيا.

يعطي الشكل المرافق المواقع المتتالية للكرتين خلال فواصل متساوية و متعاقبة $(\tau = 0{,}20\,S)$.



1- أي الكرتين تصل أولا إلى سطح الأرض ؟

2- هل تؤثر على الكرتين أثناء الهبوط نفس القوة، ام قوتان مختلفتان ؟

3- استنتج قيمة الارتفاع (h) .

4- هل يكون للكرتين في اللحظة $t=5\tau$ ؛

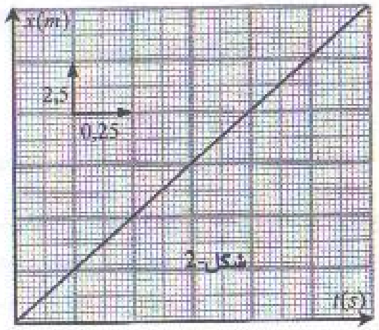
أ) نفس السرعة اللحظية ؟

ب) نفس المركبة الشاقولية $\vec{v}_Y$ للسرعة ؟

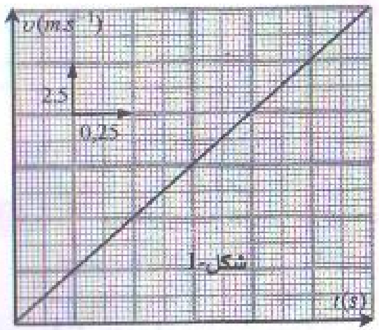
ج) نفس المركبة الأفقية $\vec{v}_X$ للسرعة ؟

5- ما هي فاصلة موقع سقوط الكرة B ، و ما هي السرعة الابتدائية v_0 لقذفها ؟

3 * - يمثل الشكل (1) مخطط المركبة الشاقولية لشعاع سرعة كرة قذفت أفقيا من نقطة O تقع على ارتفاع (h) من سطح الأرض بسرعة ابتدائية، و يمثل الشكل (2) فاصلتها (X) في معلم الحركة حتى لحظة الاصطدام بالأرض؛



شكل-2



شكل-1

1- ما طبيعة الحركة على المحور (OX) ؟ علل.

2- هل تكون الحركة على المحور (OY) منتظمة ؟

3- احسب معدل تغير السرعة على المحور (OY) .

4- بأي سرعة ابتدائية v_0 تم قذف الكرة ؟

- ما هي فاصلة موقع السقوط X على سطح الأرض ؟
5- استنتج رسما بيانيا للدالة $Y = f(t^2)$، أوجد عندئذ الارتفاع (h) الذي سقطت منه الكرة.

الجواب :

3- $\frac{\Delta v_Y}{\Delta t} = 10\,m.S^{-2}$

4- $v_0 = 20\,m.S^{-1}$ ، $X = 30\,m$

5- $h = 11{,}25\,m$

4 * - من نقطة O تقع على ارتفاع معين h من سطح الأرض، يقذف جسم (A) أفقيا بسرعة ابتدائية $\vec{v_0}$، في الحين الذي يترك فيه جسم آخر (B) ليسقط من نفس الارتفاع سقوطا حرا دون أي سرعة ابتدائية.
برهن أن الجسمين يصلان معا إلى سطح الأرض، و أوجد المسافة الفاصلة بينهما على سطح الأرض بدلالة h. (تؤخذ $g = 10\,m.S^{-2}$ ، $v_0 = 20\,m.S^{-1}$)

الجواب : $x = 2\sqrt{20\,h}$

5 * - يسقط جسم من ارتفاع $100\,m$ سقوطا حرا بدون سرعة ابتدائية، و بعد $4\,S$ من سقوطه، تؤثر عليه ريح أفقية تدفعه بسرعة $20\,m.S^{-1}$.
ا) أوجد سرعة و اتجاه الجسم في تلك اللحظة، ثم أوجد معادلة مساره.
ب) احسب الزمن الكلي لوصوله إلى الأرض و الموقع الذي يسقط فيه.
ج) احسب السرعة التي يصطدم بها بسطح الأرض، و أوجد اتجاه شعاع السرعة.

الجواب :

ا) $44{,}72\,m.S^{-1}$ ، $\alpha = 63{,}43°$

ب) $4{,}47\,S$ ، $9{,}4\,m$

جـ) $49\,m.S^{-1}$ ، $\alpha = 66°$ ، $(y = \frac{1}{80}x^2 + 2x)$

6 ** يهدف إصابة هدف بحري تطلق قذيفة من هضبة تطل على البحر و ترتفع عن مستواه بمقدار $l = 200\,m$، فتغادر موقعها بسرعة ابتدائية قدرها $100\,m.S^{-1}$، يصنع شعاعها زاوية $45°$ مع الأفق. المطلوب بأخذ $g = 10\,m.S^{-2}$.
1- إيجاد موقع القذيفة بعد $2\,S$ من بدء الحركة.
2- حساب طويلة شعاع السرعة اللحظية في تلك اللحظة.
3- حساب الزمن اللازم لبلوغ أعلى نقطة من المسار، و إيجاد إحداثيي ذروة المسار.
4- حساب زمن إصابة الهدف بالنسبة لنقطة القذف O.
5- حساب الطاقة الحركية للقذيفة عند ذروة المسار علما أن كتلتها $m = 10\,Kg$.

الجواب :

1- $\overrightarrow{OM}\,(141{,}4\,,121{,}4)\,m$

2- $v = 87\,m.S^{-1}$

3- $t = 5\sqrt{2}\,S$ ، $M_0\,(500\,,250)\,m$

4- $t = 16{,}55\,S$ ، $M\,(1170, 200)\,m$

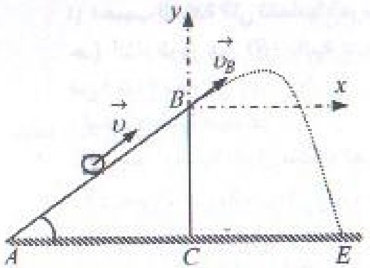
5- $E_C = 2{,}5\times10^4\,J$

7 ** - أوجد سرعة و اتجاه إطلاق قذيفة، بحيث تكاد تلامس حائطا ارتفاعه $25\,m$ و يبعد عن نقطة القذف $50\,m$ و هي مارة أفقيا فوقه.

الجواب :

$v = 10\sqrt{10}\,m.S^{-1}$ ، $\alpha = 45°$

8 ** - مستوى مائل AB طوله $10\,m$ و ارتفاعه $5\,m$ يميل على الأفق بزاوية (α).
1- يقف شخص أسفل المستوي A و يقذف بكرة نحو الأعلى وفق خط الميل الأعظم لمستوي AB، بسرعة ابتدائية قدرها $10\sqrt{2}\,m.S^{-1}$ فتسقط في نقطة E من سطح أرض (الشكل).
المطلوب :
ا) حساب سرعة الكرة عند النقطة B.
ب) حساب أقصى ارتفاع تبلغه الكرة.
جـ) حساب الزمن الكلي لحركة الكرة منذ انطلاقها من (A) و حتى اصطدامها بالنقطة (E).
د) إيجاد موقع سقوط الكرة بالنسبة للشخص المذكور.



2- في الحقيقة أن قوة الاحتكاك المؤثرة على الكرة فوق المستوى المائل تنقص من سرعتها في (B) مما يجعلها تسقط في نقطة (E') من المستوى الأفقي AE بحيث تبعد عن الشخص المذكور بـ $12{,}33\,m$ و تستغرق الكرة $1{,}15\,S$ في عملية السقوط من B إلى E'. فإذا كانت كتلة الكرة $500\,g$.
المطلوب : ا) حساب السرعة الحقيقية في النقطة B.
ب) حساب شدة قوة الاحتكاك المؤثرة على حركة الكرة. (تؤخذ $g = 10\,m.S^{-2}$).

الجواب :

1- ا) $v_B = 10\,m.S^{-1}$ ب) $h = 1{,}25\,m$

جـ) $t = 2{,}44\,S$ د) $x = 22{,}6\,m$

2- ا) $v_B = 3{,}68\,m.S^{-1}$ ب) $f = 2{,}16\,N$

9 ** - مقلاع طول خيطه $l = 1\,m$ يحمل حجرين و يدور في مستوى شاقولي بمعدل $5T\,.\,S^{-1}$. في لحظة معينة ينفلت حجر من المقلاع و ذلك في اللحظة التي يمر فيها من أسفل نقطة A في مساره الدائري، ثم ينفلت الحجر الثاني عندما يمر من الوضعية العليا B التي تلي ذلك مباشرة.

- إذا كان مركز المقلاع (O) يقع على ارتفاع $2{,}5\,m$ من سطح الأرض.

المطلوب : ا) حساب الزمن الفاصل بين لحظتي سقوط الحجرين على سطح الأرض.

ب) المسافة الفاصلة بين موقعي السقوط. (تؤخذ $g = 10 = \pi^2\ U$).

الجواب :

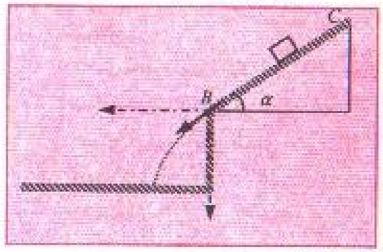
ا) $\Delta t = 0{,}38\,S$

ب) $\Delta x = 43{,}44\,m$

---

10 ** - عربة صغيرة كتلتها $m = 1\,Kg$ يمكنها الانزلاق بدون احتكاك فوق سكة حديدية تميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ طولها $BC = 5\,m$. الاحتكاك مهمل.

1- من النقطة B أسفل المستوي تقذف العربة نحو الأعلى وفق خط الميل الأعظم بسرعة ابتدائية $\upsilon_0 = 5\,m\,.\,S^{-1}$.



ا) احسب المسافة التي تقطعها العربة.

جـ) أثناء المرور من (B) ثانية تسقط العربة من ارتفاع معين:

- أوجد معادلة مسارها.

2- نعيد التجربة الأولى بقذف العربة من (B) نحو الأعلى بالسرعة $10\,m\,.\,S^{-1}$.

ا) أوجد موقع نقطة السقوط (E) من المستوى الأفقي BE.

ب) احسب سرعة الاصطدام عند النقطة (E).

جـ) أوجد المسافة (EN) التي تقطعها العربة فوق المستوي (BN) و تتوقف تماما، علما أن قوة الاحتكاك المؤثرة على العربة هي $f = 5\,N$.

د) استنتج مما سبق رسما بيانيا لمخطط السرعة $\upsilon = f\,(t)$ لحركة العربة منذ انطلاقها من (B) و حتى توقفها التام عند (N).

الجواب :

1. ا) $x = 2{,}5\,m$ ، $t = 2\,S$ ب) $\upsilon = 5\,m\,.\,S^{-1}$ جـ) $y = 0{,}26\,x^2 + 0{,}57\,x$

2. ا) $x = 6{,}9\,m$ ب) $\upsilon \cong 10\,m\,.\,S^{-1}$ جـ) $\overline{EN} = 3{,}67\,m$

---

11 ** - يسقط جسم من ارتفاع $h = 100\,m$ سقوطا حرا بدون سرعة ابتدائية، و بعد $t = 4\,S$ من سقوطه تؤثر عليه ريح أفقية تدفعه بسرعة $\upsilon = 20\,m\,.\,S^{-1}$.

1- أوجد سرعة و اتجاه الجسم في تلك اللحظة ثم أوجد معادلة مساره.

2- احسب الزمن الكلي لوصوله إلى الأرض و الموقع الذي يسقط فيه.

3- احسب السرعة التي يصطدم بها بسطح الأرض و أوجد اتجاه شعاع السرعة.

الجواب :

1. $44{,}72\,m\,.\,S^{-1}$ ، $\alpha = 63{,}43°$ ، (المسار $y = \frac{1}{80}x^2 + 2\,x$)

2. $4{,}47\,S$ ، $9{,}4\,m$

3. $49\,m\,.\,S^{-1}$ ، $\alpha = 66°$

---

12 *** - جسمان نقطيان (A) ، (B) نجري عليهما التجارب التالية:

1- من نقطة O تبعد عن سطح الأرض بـ $30\,m$ نترك الجسم (A) ليسقط سقوطا حرا بدون سرعة ابتدائية في نفس اللحظة التي نقذف فيها الجسم الآخر (B) أفقيا بالسرعة $\upsilon_1 = 10\,m\,.\,S^{-1}$. (تؤخذ $g = 10\,m\,.\,S^{-2}$).

- احسب زمن سقوطهما و المسافة الفاصلة بينهما على سطح الأرض.

2- نعيد نفس التجربة السابقة، و لكن داخل طائرة عمودية تحلق أفقيا على ارتفاع $200\,m$ بسرعة ابتدائية $\upsilon_0 = 144\,Km\,.\,S^{-1}$ بحيث يكون اتجاه قذف الجسم في نفس اتجاه الطائرة و بالسرعة الأفقية $\upsilon_2 = 20\,m\,.\,S^{-1}$ بالنسبة للطائرة.

ا) اكتب معادلة حركة كلا من الجسمين (A) ، (B).

ب) احسب الزمن الذي يستغرقه كل جسم للوصول إلى الأرض.

جـ) احسب المسافة الأفقية التي تفصل موقعي سقوطهما على الأرض.

3- من نقطة (E) على سطح الأرض، نقذف بالجسمين (A) ، (B) معا نحو الأعلى، بحيث يكون : - شعاع سرعة الجسم (A) شاقوليا و شدته $\upsilon_1 = 20\,m\,.\,S^{-1}$.

- شعاع سرعة الجسم (B) يصنع زاوية $\alpha = 60°$ مع الأفق و شدته (υ_2).

نلاحظ عندئذ أن الجسمين (A) ، (B) يصلان معا إلى أعلى نقطة من مسارهما.

ا) احسب زمن الحركة، ثم استنتج شدة شعاع السرعة $\vec{\upsilon}_2$.

ب) احسب أقصى ارتفاع يبلغه الجسمان.

جـ) أوجد معادلتي السرعة لحركتي الجسمين (A) ، (B) و مثل مخططيهما على نفس المعلم.

---

13 *** - 1- يصل متحرك (M) بالسرعة الثابتة $\upsilon_0 = 3\,m\,.\,S^{-1}$ إلى النقطة (B) نهاية أفقي (AB) ، حيث يسقط من ارتفاع (h) فوق مستوى أفقي (CD) في النقطة (E) منه. نقيس فاصلة (E) بالنسبة للشاقول BC فنجدها $2\,m$ ، استنتج من ذلك :

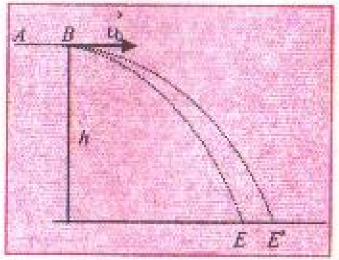
ا) مقدار الارتفاع (h) الذي سقط منه هذا المتحرك.

ب) سرعة الاصطدام بالنقط (E).

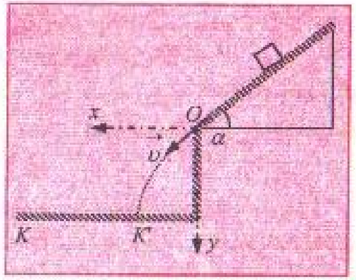
2- يصل متحرك آخر (M') إلى

النقطة (B) بالسرعة $v_0 = 8\,m.S^{-1}$ فيندفع في الفضاء و يسقط في نقطةأخرى (E') من المستوى الأفقي (CD) و يصل بسرعة منعدمة إلى النقطة (D) منه بتسارع ثابت قدره $a = -6\,m.S^{-2}$.

- احسب المسافة $E'D$ التي يقطعها فوق المستوى الأفقي و يتوقف.



3- يصل المتحرك الآن بالسرعة $10\,m.S^{-1}$ إلى النقطة (O) نهاية منحدر يميل خط ميله الأعظم على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ ، حيث يندفع بعد ذلك في الفضاء و يسقط في نقطة K' من مستوى أفقي (KK') حيث يكون الارتفاع $OY = h = 5\,m$ (الشكل المرفق).



المطلوب :

أ) تشكيل المعادلات الزمنية للحركة في مستوى السقوط (OXY).

ب) إيجاد المسار الهندسي للجسم الساقط.

جـ) حساب الزمن اللازم للسقوط و إيجاد موقعه K'.

د) إيجاد شدة و اتجاه شعاع السرعة في نقطة السقوط. (تؤخذ $g = 9{,}80\,m.S^{-2}$).

الجواب :

1. أ) $h = 2{,}18\,m$ ب) $v = 7{,}19\,m.S^{-1}$
2. $x = 5{,}33\,m$
3. أ) $v_x = 5\sqrt{3}\,m.S^{-1}$ ، $v_y = 9{,}8t + 5$ ، $x = 5\sqrt{3}\,t$ ، $y = 4{,}9t^2 + 5t$

ب) $y = 0{,}065\,x^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}\,x$

جـ) $t = 0{,}61\,S$ ، $x = 5{,}28\,m$

د) $v = 14{,}85\,m.S^{-1}$ ، $\alpha \cong 48°$

14 ** - 1- تطلق سفينة حربية قذيفة كتلتها $10\,Kg$ باتجاه دبابة برية تقع على ارتفاع $200\,m$ من سطح البحر، وذلك بسرعة ابتدائية قدرها $200\,m.S^{-1}$ يصنع شعاعها زاوية $60°$ مع الأفق، و يبعد الشاقول الذي يشمل الدبابة عن نقطة القذف مسافة $1200\,m$.

أ) هل تصاب الدبابة ؟ علل.

ب) إذا كان زمن خروج القذيفة من المدفع هو $t = 0{,}05\,S$ ، فاحسب شدة قوة الدفع المطبقة على المدفع.

2- تطلق الآن الدبابة قذيفة اخرى لها نفس الكتلة باتجاه السفينة بسرعة ابتدائية (v_0) افقية.

أ) احسب قيمة (v_0) حتى تصاب السفينة.

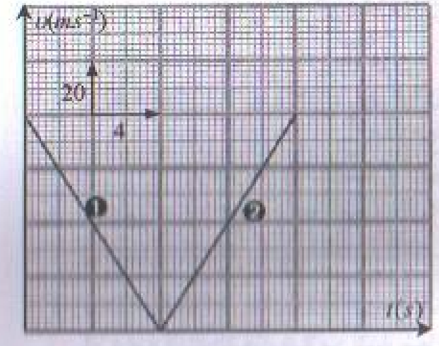
ب) اعط موقع القذيفة حينئذ. (تؤخذ $g = 10\,m.S^{-2}$).

الجواب :

1. لا ب) $F = 4\times10^4\,N$
2. أ) $v \approx 190\,m.S^{-1}$

ب) $x = 361\,m$ ، $y \approx 18\,m$

15 ** - من على سطح الأرض و من النقطة (O) مبدأ الإحداثيات في المعلم المستوي $(OX\,,OY)$ نقذف شاقوليا كرة نحو الأعلى بسرعة ابتدائية $\vec{v_0}$. يمثل الشكل المرفق مخطط سرعتها منذ انطلاقها و حتى عودتها لسطح الأرض.



1- ما هي الرحلة التي يمثلها المنحنيان (1)، (2) ؟

2- في أية لحظة t_2 تصطدم الكرة بالأرض ؟

- ما هي سرعة اصطدامها بالأرض ؟

ماذا تلاحظ ؟

3- احسب باستعمال طريقة المساحات، المسافة الكلية التي قطعتها الكرة منذ انطلاقها، و حتى عودتها لسطح الأرض.

4- املأ الجدول التالي بالاعتماد على البيان:

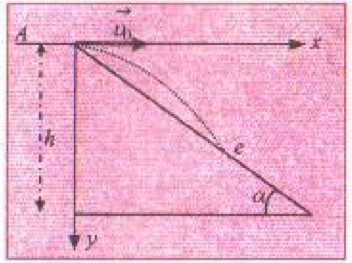
	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8
$t\,(S)$	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$v\,(m.S^{-1})$									
$\Delta v\,(m.S^{-1})$									

- ارسم في المجال الزمني $[2\,S\,,14\,S]$ مخطط التغير في السرعة $\Delta v = f(t)$.

الجواب :

2. $t_1 = 8\,S$ ، $t_2 = 16\,S$ ، $v = 80\,m.S^{-1}$
3. $X = 640\,m$

16 ** - من النقطة A على مستوى أفقي أملس تدفع كرية صغيرة نقطية في اتجاه النقطة (O) بسرعة ابتدائية $v_0 = 2\,m.S^{-1}$ ، و عند



النقطة (O) تغادر مسارها لتسقط في النقطة e من مستوى مائل يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$.

1- أوجد سرعة الكرية عند النقطة (O).

2- اكتب معادلتي الحركة $x(t)$ ، $y(t)$ للكرية في المعلم (O,x,y)، ثم استنتج موقعها $e(x_1, y_2)$.

17 ** - من نقطة (O) على ارتفاع معين من سطح الأرض يقذف جسم أفقيا بسرعة ابتدائية $\vec{\upsilon}_0$. يعطي الجدول التالي قيم المركبتين الأفقية υ_X ، و الشاقولية υ_Y لشعاع السرعة اللحظية $\vec{\upsilon}$ أثناء السقوط بدلالة الزمن :

$t(S)$	0	1	2	3	4	5
$\upsilon_X (m.S^{-1})$	5					
$\upsilon_Y (m.S^{-1})$		10	20	30	40	50
$\upsilon (m.S^{-1})$						

1- ارسم في نقطة كيفية من المسار شعاع السرعة $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_X + \vec{\upsilon}_Y$.

2- ما هي قيمة السرعة الابتدائية υ_0 للقذف ؟

3- ما هي طبيعة حركة الجسم المقذوف على المحور (OX) ؟ المحور (OY) ؟

4- املأ الجدول أعلاه، ثم ارسم بيان الدالة $\upsilon = f(t)$.

5- ما هي فاصلة الجسم المتحرك في اللحظة $t = 5\,S$ ؟

الجواب :

2. $\upsilon_0 = 5\,m.S^{-1}$

5. $X = 25\,m$

18 ** - يدير شخص حجرا في مقلاع باستعمال خيط طوله $l = 1\,m$ بمعدل دورة / ثانية. و في اللحظة التي يصبح فيها الحجر في أعلى نقطة من مساره ينفلت أفقيا بسرعة ابتدائية υ_0 في اللحظة التي يكون فيها واقعا على ارتفاع $2\,m$ من سطح الأرض.

1- احسب السرعة الزاوية ω للدوران، و استنتج قيمة السرعة υ_0.

2- اكتب معادلة الحركة $X = f(t)$ لحركة الحجر لحظة انطلاقه على المحور (OX)، ثم استنتج فاصلة موقع سقوط الحجر X_0 على الأرض، علما أن معادلة الحركة على المحور (OY) هي $y = \frac{1}{8}x^2$.

الجواب :

1. $\omega = 2\pi\,rad.S^{-1}$ ، $\upsilon_0 = 2\pi\,m.S^{-1}$

2. $X = 2\pi t$ ، $X_0 = 4\,m$

19 ** - تعطى المركبتان اللحظيتان، الأفقية و الشاقولية للسرعة اللحظية لقذيفة قذفت من سطح الأرض نحو الأعلى بسرعة ابتدائية $\vec{\upsilon}_0$ يصنع شعاعها زاوية α مع الأفق بالعلاقتين التاليتين $\upsilon_Y = -10t + 50\sqrt{2}$ ، $\upsilon_X = 50\sqrt{2}$

1- ما طبيعة الحركة على كل محور ؟ علل.

2- استنتج الزمن اللازم (t_0) كي تبلغ القذيفة ذروة مسارها M_0.

- ارسم عندئذ مخططي السرعة $\upsilon_X(t)$ ، $\upsilon_Y(t)$ في المجال $[0, t_0]$.

3- ارسم في لحظة كيفية $(t_0 \rangle t \geq 0)$ شعاع السرعة $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_X + \vec{\upsilon}_Y$، ثم استنتج:

أ) السرعة الابتدائية υ_0، و زاوية القذف α الموافقة.

ب) شدة شعاع السرعة اللحظية للحركة و اتجاهه في اللحظة $t = 2\sqrt{2}\,S$.

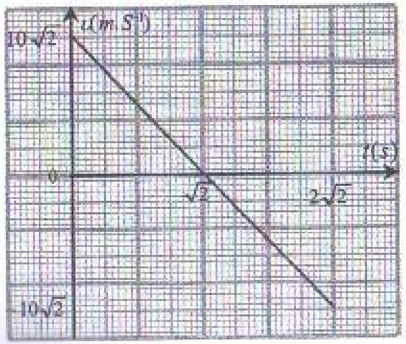
الجواب :

2. $t_0 = 5\sqrt{2}\,S$

3. أ) $\upsilon_0 = 100\,m.S^{-1}$ ، $\alpha = 45°$

ب) $\upsilon = 70{,}83\,m.S^{-1}$ ، $\theta = 31°$

20 ** - يقذف لاعب لكرة المضرب كرية في الفضاء بسرعة ابتدائية قدرها $\upsilon_0 = 20\,m.S^{-1}$ يصنع شعاع سرعتها زاوية θ مع الأفق. تنطلق الكرية من نقطة O موجودة على ارتفاع (h) من سطح الأرض. يمثل الشكل المرفق مخطط المركبة الشاقولية $\vec{\upsilon}_Y$ للسرعة اللحظية $\vec{\upsilon}$ لحركة الكرية منذ انطلاقها و حتى ملامستها لسطح الأرض.



1- ماذا تكون طبيعة الحركة في كل من المجالين الزمنيين $[0, \sqrt{2}\,S]$، $[\sqrt{2}\,S, 2\sqrt{2}\,S]$ ؟ علل.

2- ماذا تمثل اللحظة $t = \sqrt{2}\,S$ ؟

3- باستعمال طريقة المساحات، استنتج المسافة الشاقولية التي قطعتها الكرة في اللحظة $t = 2\sqrt{2}\,S$ ماذا تمثل هذه اللحظة؟

4- ارسم في نقطة كيفية $M(t)$ من المسار، شعاع السرعة اللحظية $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_X + \vec{\upsilon}_Y$ ،

ثم استنتج قيمة الزاوية θ التي يصنعها شعاع السرعة الابتدائية للقذف $\vec{v}_0$.

5- ماذا تمثل اللحظة $t = 2\sqrt{2}\ S$ ؟

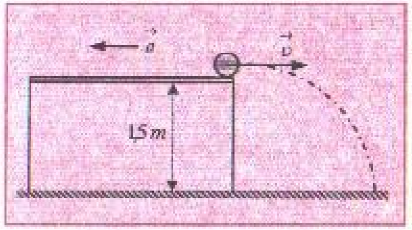
الجواب :

3. $S = 20\,m$

4. $\theta = 45°$

---

21 *** - يتحرك قطار كتلته $100\,T$ ابتداء من السكون بحركة متسارعة بانتظام مدة دقيقة واحدة.



1- لحساب شدة القوة المحركة للقاطرة خلال هذه الفترة الزمنية، نقترح القيام بالتجربة التالية:

- نضع بداخل القطار طاولة ارتفاعها $1,5\,m$ ، و يوجد فوق سطحها كرية صغيرة ساكنة كتلتها $m = 50\,g$ ، يمكنها الانزلاق على سطح الطاولة دون أي احتكاك، و هي تبعد عن حافة الطاولة مسافة $2\,m$. فعندما يتحرك القطار تحت تأثير القوة الجارة، نلاحظ اندفاع الكرية على الطاولة، ثم سقوطها بحيث تقع على أرضية القطار في نقطة تبعد عن الشاقول المار بحافة الطاولة مسافة $1\,m$.

استنتج مقدار التسارع الذي اكتسبه القطار نتيجة تطبيق القوة المذكورة، ثم احسب شدة هذه القوة إذا كانت كافة القوى المقاومة تتمثل في قوة وحيدة شدتها $f = 6000\,N$

2- يتحرك القطار بسرعة ثابتة قدرها $10\,m.S^{-1}$ ، داخل إحدى العربات توجد ذبابة تطير على خط أفقي في جهة حركة القطار بسرعة ثابتة، و تستغرق $10\,S$ للانتقال بين جداري العربة حيث البعد الفاصل بينهما $4\,m$.

أ) ما السرعة الظاهرية للذبابة داخل القطار، و ما المسافة الحقيقية التي قطعتها أثناء طيرانها ؟

ب) ما السرعة الحقيقية التي تطير بها الذبابة داخل القطار بالنسبة لمعلم أرضي خارجي؟

3- أثناء الحركة السابقة يسقط جسم نقطي من سقف العربة. شكل المعادلات الزمنية لحركة سقوطه بالنسبة لـ:

أ) مسافر جالس بالقطار.

ب) مسافر واقف بالمحطة ينتظر قدوم القطار.

الجواب :

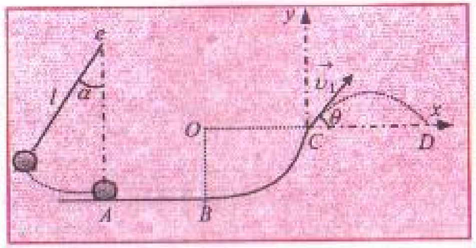
1. أ) $a =$ [illegible] $5\,m.S^{-2}$ ، $F = 82,5 \times 10^3\,N$

2. أ) $v_A = 0,4\,m.S^{-1}$ ، $x = 104\,m$

ب) $v = 10,4\,m.S^{-1}$

3. أ) $\begin{cases} v = g\,t \\ y = \frac{1}{2} g\,t^2 \end{cases}$ ب) $\begin{cases} x = -10\,t \\ y = \frac{1}{2} g\,t^2 \end{cases}$

22 *** - يتكون نواس بسيط من كرية صغيرة نقطية كتلتها $m = 100\,g$ و خيط عديم الامتطاط طوله $l = 1\,m$.



1- يزاح النواس عن وضع توازنه بزاوية (A) $\alpha = \frac{\pi}{3}$ و يترك حرا لحاله دون سرعة ابتدائية.

- احسب سرعة مروره v_A من وضع التوازن.

2- عند المرور من وضع التوازن تضرب الكرية المذكورة كرية أخرى مماثلة لها و ساكنة على مستوى أفقي AB فتكسبها كامل طاقتها الحركية.

أ) بأي سرعة v_0 تغادر الكرية الثانية موضعها ؟

ب) بأي سرعة v_B تصل هذه الكرية إلى النقطة B إذا كانت كافة المقاومات مهملة ؟

3- عند النقطة (B) يصبح المسار عبارة عن جزء كروي $\widehat{BC}$ مركزه (O) و نصف قطره (r) موجود في مستوى شاقولي. و عند النقطة (C) تكون سرعة الكرية هي $1\,m.S^{-1}$ يصنع شعاعها زاوية $\theta = 45°$ مع الأفق، حيث تغادر مسارها في الفضاء لتسقط في النقطة (D) من المستوى الأفقي (CD) .

أ) احسب نصف قطر المسار الدائري (r) .

ب) اكتب معادلتي الحركة $y(t)$ ، $x(t)$ في المعلم (C, x, y) ، ثم استنتج:

- الارتفاع الأعظمي الذي تبلغه الكرة بالنسبة للمستوى AB .

- سرعة و موقع اصطدامها (D) . (تؤخذ $g = 9,80\,m.S^{-2}$).

الجواب :

1. $v_A = 3,13\,m.S^{-1}$

2. أ) $v'_0 = v_A$ ب) $v_B = v_A$

3. أ) $r \approx 0,5\,m$

ب) $h \approx 0,54\,m$ ، $v_D = 1\,m.S^{-1}$ ، $D\,(0,05\,,\,0,036)$

الدرس 9

الانفتاح على عالمي الكم والنسبية

تمهيد

إن "نيوتن" قد أحدث في عصره ثورة علمية بواسطة اكتشافه للجاذبية و القوانين التي تتحكم في حركة الكواكب و الأقمار الصناعية كما مر معنا سابقا، و في مجالات أخرى: كالضوء، ... إلا أن قوانينه لم تستطع تفسير بعض الظواهر الفيزيائية لعدة قرون و حتى نهاية القرن التاسع عشر و القرن العشرون، حيث بدأ عصر الجسيمات و الإلكترونات و ظهر علماء آخرون خرجوا بنظريات جديدة و حديثة و على رأسهم "انشتاين" بنظريته النسبية، ثم ظهرت النظرية الكمية. و هاتان النظريتان قد استطاعتا تفسير كثير من الظواهر التي ظلت لقرون عديدة مبهمة.

- فهل أن قوانين "نيوتن" غير صالحة لعصرنا الحاضر ؟
- ما هي الحدود التي ينتهي فيها الميكانيك الكلاسيكي و يبدأ عندها الميكانيك النسبي و ميكانيك الكم ؟
- ما هو الميكانيك النسبي في حد ذاته و ما هو ميكانيك الكم ؟
- ما هي الظواهر الفيزيائية التي عجز ميكانيك "نيوتن" عن تفسيرها، و كيف استطاع العلم الحديث تفسيرها ؟

إن الإجابة عن هذه التساؤلات تقودنا إلى طرق عالمي النسبية و الكم و لو بشكل وجيز جدا كما سنرى في هذا الدرس.

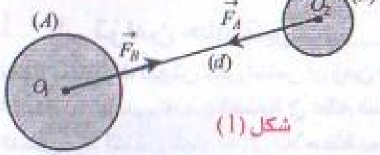
❶ - عجز الميكانيك الكلاسيكي

1 - 1 قوتا التجاذب الميكانيكي و الكهربائي (تذكرة)

رأينا سابقا أن قوة التجاذب الميكانيكي بين جسمين متباعدين بمسافة d تعطى بقانون التجاذب العام لنيوتن (شكل-1):

$$\vec{F_A} = \vec{F_B} = -G\,\frac{m_A . m_B}{d^2}\,\vec{u}$$

حيث يكون ثابت التناسب $G = 6{,}67\times10^{-11}$

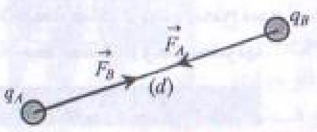


شكل (1)

في حين أن قوة التجاذب (أو التنافر) بين شحنتين نقطيتين q_A ، q_B تبعدان عن بعضهما مسافة (d) تعطى بقانون كولوم (شكل-2)

$$F_A = F_B = K.\frac{|q_A|.|q_B|}{d^2}$$

حيث يكون ثابت التناسب $K = 9\times10^{9}$



شكل (2)

مثال - ♦

في ذرة الهيدروجين يوجد بروتون واحد شحنته $+e = 1{,}6\times10^{-19}\,C$ و كتلته $m_p = 1{,}67\times10^{-27}\,Kg$. و إلكترون شحنته $-e = -1{,}6\times10^{-19}\,C$ و كتلته $m_e = 9{,}11\times10^{-31}\,Kg$.

تكون نسبة القوتين التجاذبيتين (الميكانيكية $\vec{F_g}$ و الكهربائية $\vec{F_e}$) هي:

$$\frac{F_g}{F_e} = \frac{G.m_p.m_e}{K.|q|^2} = \frac{6{,}67\times10^{-11}\times1{,}67\times10^{-27}\times9{,}11\times10^{-31}}{9\times10^{9}\times(1{,}6\times10^{-19})^2}$$

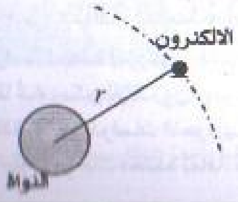
$$= 4{,}4\times10^{-40}$$

نتيجة

إن قوة التجاذب الميكانيكي تكون ضعيفة جدا أمام قوة التجاذب الكهربائي، فيمكن إهمالها في العالم المكروسكوبي.

1 - 2 حجم ذرات الهيدروجين

رأينا حسب النتيجة السابقة أن القوة الوحيدة التي يمكن اعتبارها في ذرة الهيدروجين هي قوة التجاذب الكهربائي الناشئة بين البروتون و الإلكترون،



$F = K\frac{e^2}{r^2}$ حيث r نصف قطر الذرة.

فشدة هذه القوة تكون متناسبة عكسا مع مربع بعد الإلكترون عن مركز الذرة (النواة). و هذا يعني أنه يمكن للإلكترون أن يدور حول النواة في مسارات مختلفة و على أبعاد مختلفة مما يجعل لذرات الهيدروجين حجوما مختلفة. إلا أن الدراسات التجريبية التي تعتمد على علم البلورات تبين أن الدقائق المجهرية ليست ذات بنية مستمرة مما يجعل ذرات و شوارد العنصر الواحد متماثلة الحجوم تماما. و هذا ما تبينه النظرية الكمية فعلا.

1 - 3 تزامن حادثتين

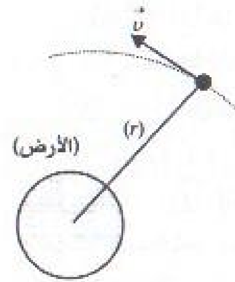
يقوم ميكانيك نيوتن على أساس أن زمن ملاحظة الظاهرة يوافق تماما زمن حدوثها، و هذا الاعتقاد لا معنى له من الصحة في عالم السرعات الكبيرة جدا التي تقارب سرعة الضوء (الميكانيك النسبي)، إذ تنتقل المعلومة إلى الملاحظة بسرعة الضوء.

فملاحظة ظاهرة على سطح نجم أو كوكب يبعد عنا ملايين أو ملايير الكيلومترات يجعلنا لا نلاحظ الظاهرة وقت حدوثها.

نتيجة

يبقى ميكانيك نيوتن صالحا للتطبيق على الأجسام التي تكون سرعاتها أقل بكثير من سرعة الضوء.

2 - حدود ميكانيك نيوتن



2 - 1 طاقة الجملة (كوكب - قمر)

رأينا سابقا أن توازن قمر صناعي حول الأرض على بعد معين (r) من مركزها، يعطي له سرعة معينة تعطى بالعلاقة $v = \sqrt{g\,r}$

فتكون الطاقة الحركية له هي $E_C = \frac{1}{2} m v^2$

و هذه العلاقة تبين أنه لاحدود للطاقة الحركية المكتسبة، فهي تزداد بزيادة الارتفاع و يمكن و ضع القمر الصناعي على أي ارتفاع نريده. و يحدث هذا بالنسبة لأية جملة (كوكب- قمر).

2 - 2 طاقة الجملة (بروتون - إلكترون)

أن دراسة الجملة (بروتون- إلكترون) في ذرة الهيدروجين و في إطار الميكانيك النيوتوني يبين كما رأينا سابقا أنه يمكن للإلكترون أن يرسم حول النواة مسارات مختلفة مما يعطي للجملة طاقات حركية مختلفة. إلا أن الدراسات التجريبية لطيف ذرة الهيدروجين تبين أن أطياف الإصدار أو الامتصاص تكون ذات أطوال موجات محددة تماما، مما يبين أن الطاقة مكممة و لا يمكن أن تكون مستمرة.

نتيجة

- إن النظام الشمسي (كوكب- شمس) أو (كوكب- قمر) لا يخضع فقط لميكانيك نيوتن الذي يعجز عن تفسير بعض الظواهر الطبيعية، و إنما يكتمل بتدعيم ميكانيك الكم.
- إن النظام المجهري الشبيه بالنظام الشمسي (ذرة- نواة) لا يمكن تفسير ظواهره إلى بواسطة ميكانيك الكم.
- عندما ينتهي ميكانيك نيوتن عند حدود معينة يظهر الميكانيك النسبي و ميكانيك الكم.

3 - تفسير بعض الظواهر الفيزيائية

3 - 1 مفهوم الفوتون - تفسير الأطياف الذرية

Plank (1858- 1947)

بين العالم "بلانك" عام 1900 أن الطاقة المحمولة على الموجات الكهرومغناطيسية تكون بشكل (كمات) منفصلة. و فسر " انشتاين" في عام 1905 أن هذه الكمات من الطاقة تكون محمولة من طرف جسيمات دقيقة سماها (الفوتونات)[1]. و هذا يقودنا إلى فرضية (بلانك - انشتاين) التالية:

إن الضوء ذو طبيعة (جسيمية - موجية). فالضوء وحيد اللون يتكون من حبيبات من الطاقة (كمات) تدعى الفوتونات. و تعطى طاقة الفوتون الواحد بالعلاقة التالية $E = h.\nu = \frac{h.C}{\lambda}$

حيث $h = 6{,}62\times10^{-34}\ J.S$ ثابت بلانك. ν و λ تواتر الإشعاع و طول الموجة على الترتيب.

و ترتبط طول موجة الإشعاع بتواتره حسب العلاقة $C = \lambda.\nu$.

يمثل التواتر عدد الاهتزازات في الثانية الواحدة. و هكذا نرى أن أي شعاع كهرومغناطيسي يرافقه انبعاث أو امتصاص لفوتون واحد طاقته $E = h.\nu$. و أن تقاطع الخطوط في الطيف يبين أن الأطوال الموجية لها قيم محددة تماما، فنقول أنها مكممة.

3 - 2 فرضية بور - سويات الطاقة

(1885- 1962)

عمل "بور" أول تطبيق ناجح لفرضية الكم على البنى الإلكترونية في الذرات، و تمكن بعد القيام بدراسات عميقة من وضع الفرضيات التالية في عام 1913 .

[1] الفوتون هو جسيم دقيق غير مادي و غير مشحون عبارة عن حبيبة من الطاقة (كم واحد) تنتقل بسرعة الضوء $C = 3\times10^8\ m.S^{-1}$.

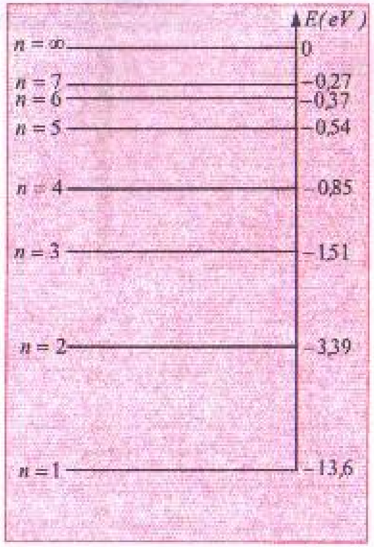
1- تدور الإلكترونات في الذرة على مدارات معينة (مكممة) تدعى المدارات المستقرة أو سويات الطاقة حيث يتميز كل منها بطاقة معينة. و هي لا تشع طاقة عندما تكون الإلكترونات بها.

2- عندما يقفز الإلكترون من سوية طاقة مرتفعة إلى سوية طاقة أدنى فإنه يشع كما واحدا تعطى طاقته بالفرق بين طاقتي السويتين $E_2 - E_1 = h.\nu$.

و عندما يقفز الإلكترون من سوية أدنى إلى سوية أعلى فإنه يمتص كما واحدا.

3- إن مدار الإلكترون في أية سوية طاقة هو دائري مركزه النواة الذرية.

يعطي الشكل القابل سويات طاقة ذرة الهيدروجين.



▲ سويات الطاقة في ذرة الهيدروجين

تعميم :

لكل ذرة عنصر كيميائي سويات طاقة معينة و محددة تماما.

و يحدث نفس الشيء بالنسبة للجزيئات. فأثناء تحول نووي معين فإن النواة الناتجة عندما تكون في حالة مثارة، فإنها تشع إشعاعا كهرومغناطيسيا من النوع (γ) بشكل فوتونات تميز النواة الباعثة.

نتيجة

إن الطاقات التي تميز الذرة أو الجزيء أو النواة تكون مكممة.

إن الانتقال من سوية طاقة (n) إلى أخرى p في الذرة أو النواة أو الجزيء يجعل الجملة المجهرية تشع كما واحدا من الطاقة يعطى بالعلاقة التالية:

$$\Delta E = E_n - E_p = h\nu$$

تمرين تدريبي

بالرجوع إلى سويات طاقة ذرة الهيدروجين، أحسب تواتر و طول موجة الإشعاع الناتج عن قفز الإلكترون من سوية الطاقة $n = 2$ إلى سوية الطاقة $n = 1$.

- في أي مجال من الطيف الكهرومغناطيسي يقع هذا الإشعاع؟

✓ الحل :

الفرق بين طاقتي السويتين يمثل طاقة الفوتون الصادر،

$$E_2 - E_1 = -3,39 + 13,6 = 10,21\,eV$$
$$= 10,21 \times 1,6 \times 10^{-19} = 1,936 \times 10^{-19}\,J$$

حسب العلاقة $E_2 - E_1 = h.\nu$ نحصل على تواتر الإشعاع الناتج:

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{1,936 \times 10^{-19}}{6,62 \times 10^{-34}} \approx 0,29 \times 10^{15}\,HZ$$

و يكون طول موجة هذا الإشعاع هو:

$$\lambda = \frac{C}{\nu} = \frac{3 \times 10^8}{0,29 \times 10^{15}} = 1,035 \times 10^{-6}\,m$$
$$= 1035 \times 10^{-9}\,nm$$

و هذا الإشعاع يقع في مجال الأشعة ما بعد البنفسجية.

4 - الميكانيك النسبي و ميكانيك الكم

يعتمد الميكانيك النسبي لأنشتاين على النظرية النسبية التي أخرجها عام 1905، والتي تفسر كثيرا من الظواهر الضوئية و الفلكية التي عجز الميكانيك الكلاسيكي عن تفسيرها إذ تتخذ الضوء هو المقياس الوحيد للسرعات. فعندما نحاول تفسير الحركات الأكثر وضوحا للأرض والكواكب و الشمس، نجد أن قوانين نيوتن تكون كافية للإجابة على تساؤلاتنا. و لكن ما إن تقارب السرعة النسبية بين جسمين سرعة الضوء حتى تبدأ أشياء بالغة الغرابة في الحدوث، و لا يمكن تفسيرها بقوانين نيوتن.

إن بنية الذرة المعروفة و انبعاث و امتصاص الأطياف الذرية المختلفة و التحولات النووية لا يمكن تفسيرها بقوانين نيوتن، و إنما تفسر حسب النظرية الكمية التي تحدد المفاهيم و تكممها دون أن يكون لها استمرارية لا نهائية كما يتضح ذلك من قوانين نيوتن، ففي ميكانيك الكم يعتمد تفسير الظواهر على الفوتونات التي يحدث بواسطتها تبادل الطاقة مع المادة.

خلاصة

1- يتشابه قانونا التجاذب الكوني لـ "نيوتن" و الكهربائي لـ "كولون" في مفهومهما:
- فالأول يعبر عن مبدأ الأفعال المتبادلة بين جسمين ماديين في الطبيعة.
- و الثاني يعبر عن مبدأ الأفعال المتبادلة بين شحنتين كهربائيتين في الطبيعة.

2- في عالم الجسيمات الدقيقة (الماكروسكوبية) يظهر التأثير المتبادل الكهربائي بشدة، حيث يهمل التأثير المتبادل الميكانيكي. في حين يحدث العكس في عالم الأجسام الكبيرة (الكواكب و المجرات).

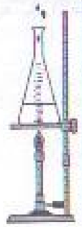
3- إن قوانين نيوتن تستطيع تفسير ظواهر الحركة للكواكب و الشمس، و تعجز عن تفسير ظواهر أخرى فيها. اما في عالم الجسيمات الدقيقة فتعجز تماما عن تفسير بنيتها و عن التحولات النووية المختلفة.

4- إن نظريتي النسبية و الكم هما نظريتان شاملتان تسمحان بتفسير كل الظواهر الفيزيائية التي عجزت عن تفسيرها قوانين نيوتن.

5- تهتم النظرية النسبية بدراسة أبعاد الكون و كل ما يحدث فيه باتخاذها الضوء هو المقياس الوحيد لكل السرعات.

6- تهتم النظرية الكمية بتكميم كل المقادير حتى الطاقوية منها و يظهر تفسيرها واضحا في عالم الذرات و الجزيئات.

أعمال تطبيقية

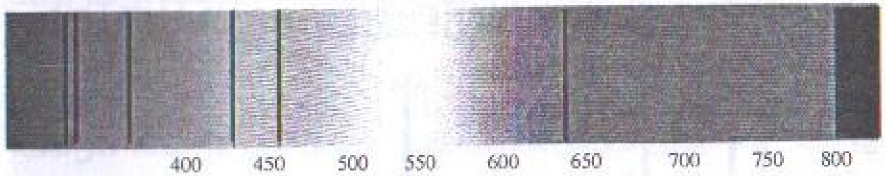


طيف إصدار نجم

1 - الوثيقة

يعطي تحليل طيف الهيدروجين بواسطة المطياف أربع إشعاعات تكون أطوال موجاتها هي: $410\,nm$، $434\,nm$، $486\,nm$، $656\,nm$.

و يعطي الجهاز أثناء تحليل الضوء الصادر عن أحد النجوم الطيف المبين بالشكل التالي:



المطلوب:

1- كيف تفسر ظهور خطوط سوداء لطيف النجم المذكور؟

2- ما هو طول موجة الإشعاع الممتص في المجال $[600\,,700\,nm]$، و ما هو التغير في الطاقة الناتج عن قفز الإلكترون من سوية إلى أخرى؟ قدر النتيجة بوحدة (eV).

3- أ) مثل باستعمال الألوان طيف ذرة الهيدروجين، و أطوال الموجات المذكورة.

ب) هل يحتوي الغلاف الجوي للنجم على الهيدروجين و على عناصر كيميائية أخرى؟ علل.

2 - تحليل الوثيقة

1- يصدر قلب النجم الملتهب طيفا مستمرا. و أثناء اختراقه لطبقة الغازات المحيطة به فإن جزءا من إشعاعات الطيف الصادرة تمتص من طرف هذه الغازات، فتظهر أماكنها في الطيف بشكل خطوط سوداء و هي عبارة عن أماكن الإشعاعات الممتصة من طرف الذرات و الشوارد المشكلة للطبقة المذكورة.

2- بالرجوع إلى مجال التغير اللوني للضوء الأبيض نجد ما يلي:

اللون	بنفسجي	أزرق	أخضر	أصفر	برتقالي	أحمر
طول الموجة (nm)	400 - 424	424 - 491	491 - 575	575 - 585	585 - 647	647 - 800

و بمقارنة الوثيقة السابقة مع هذا المجال نلاحظ أن الشريط الأسود الذي يمثل الإشعاع الممتص يقع في مجال الأشعة (البرتقالية) و تكون طول موجته: $\lambda \approx 640\,nm$

و حسب العلاقة $\Delta E = h\nu$ يكون:

$$\Delta E = \frac{h.C}{\lambda} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{640\times10^{-9}} = 3{,}108\times10^{-19}\,J$$

$$= \frac{3{,}108\times10^{-19}}{1{,}6\times10^{-19}} \approx 1{,}94\,eV$$

3- أ) تمثيل طيف ذرة الهيدروجين:

بمقارنة أطوال موجات طيف إصدار الهيدروجين المعطاة مع جدول طيف الضوء الأبيض نجد الألوان التالية:

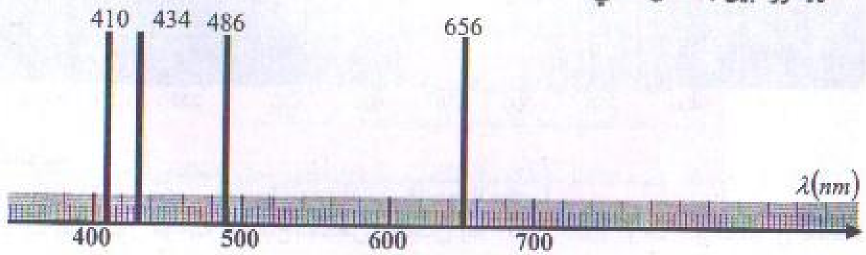
$410\,nm$: لون بنفسجي

$434\,nm$: لون أزرق

$486\,nm$: لون أزرق

$656\,nm$: لون أحمر.

و نحصل بتمثيل هذه الألوان في سلم الأمواج الضوئية على طيف الإصدار المتقطع لغاز الهيدروجين بالشكل التالي:



ب) تظهر الوثيقة المرافقة أن هناك بعض الإشعاعات في الطيف الصادر عن النجم لا تظهر في طيف ذرة الهيدروجين مثل الإشعاعين $510\,nm$ ، $400\,nm$ ، مما يؤكد أن هذا النجم لا يتشكل فقط من الهيدروجين و إنما يتشكل من عناصر كيميائية أخرى بالإضافة للهيدروجين.

وثيقة دراسية

أنشتاين و النظرية النسبية

ذات يوم من أيام عام 1905 اقترب شاب في السادسة و العشرين من عمره من موظف لأحد مكاتب البريد و سلم له ظرفا ضخما يحتوي ثلاثين صفحة هي نتيجة عمل عقلي مضن استمر عدة سنوات يحمل اسم مجلة " *Lipsia Annalen* " للعلوم. و نشرت المجلة العلمية ذلك البحث فارتعدت أوصال العلماء في جميع أنحاء العالم فيما تحمله صفحات المجلة القليلة من شرح واضح لنظريات مذهلة و خطيرة في علم الطبيعة. و من نظرية جديدة تماما و غريبة تبعث على الذهول و الحيرة و الخوف الشديد.

- فمن هو هذا الشاب صاحب هذا البحث الغريب ؟!

إنه العالم " البرت أنشتاين" الذي قال عنه احد العلماء: " إن هناك نوعين من العلماء، فمن ناحية نجد أنشتاين و في الناحية الأخرى جميع العلماء الآخرين" .

ولد " أنشتاين" عام 1879 في " *Ulma* " بألمانيا الجنوبية و كان و هو صغير يفضل العزلة و التأمل في الطبيعة و حتى في المدرسة كان لا يجيب عن الأسئلة التي توجه له إلا بعد التفكير الطويل حتى يعطي الأجوبة الدامغة. و تابع " أنشتاين دراسته الثانوية، ثم الجامعية بجامعة " زيورخ " و كانت هوايته تنصب على الفيزياء، فدرس أعمال كبار علمائها و اشتغل بلا هوادة في معمل الجامعة، و رغم توظيفه فقد كان يستغل أوقات فراغه للبحث عن أسرار الكون.

في عام 1905 نشر أول أعماله عن نظريته الشهيرة " النسبية" فاشتهر بذلك و استدعي لإلقاء المحاضرات في الجامعات . في عام 1916 نشر إضافات هامة إلى نظريته النسبية و فسر بعض الظواهر الفلكية التي كانت تثير دهشة العلماء آنذاك فنال بذلك شهرة عظيمة و استدعى لإلقاء المحاضرات في أكبر المعاهد العلمية العالمية بفرنسا و هولندا و اسبانيا و اليابان و روسيا و الولايات المتحدة.

▲ انشتاين في إحدى محاضراته

و حصل على جائزة نوبل في العلوم عام 1921، ثم انتقل نهائيا عام 1933 إلى أمريكا و أصبح أستاذا في معهد الدراسات العليا بـ " نيو جيرسي". و في عام 1945 انسحب من التدريس و استمر في أبحاثه حتى يوم وفاته يوم 18 افريل 1955.

و لقد عمل أنشتاين في أعوام حياته الأخيرة فيما يطلق عليه اسم " نظرية المجال الموحد" التي

أشار بها إلى القوانين العامة التي تتحكم في عالمين يختلفان من الناحية الظاهرية. و هما التوسع الصغير (أي الذرات و القوى الكهربائية المغناطيسية التي تتحكم فيها)، و التوسع الكبير (أي الأجسام السماوية).

◆ ما هي النظرية النسبية ؟

عندما سئل أنشتاين عن ماهية النظرية النسبية أجاب قائلا: " لقد كان الاعتقاد السائد قبل الآن هو لو انه قدر للأشياء المادية في العالم ان تختفي فإن ما سيبقى هما الزمن و الفضاء. أما وفقا لنظرية النسبية فإن الزمن و الفضاء سيختفيان مع تلك الأشياء ".

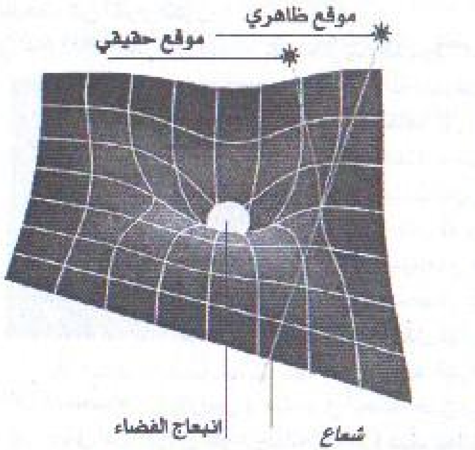
فالزمن و الفضاء إذن تحددهما الأجسام السماوية و هما موجودان نتيجة لوجود الأرض والشمس و الكواكب التي لا حصر لها. بل هناك ما هو أكثر من ذلك، فالزمن على سبيل المثال ليس مقياسا مطلقا و لكن يتغير بتغير سرعة الجسم الذي يقاس عليه الزمن. و لنتصور أن رجلا يسافر على صاروخ بسرعة تزيد على $200000\ Km/S$. فالزمن بالنسبة لهذا الرجل سوف يبطئ بصورة كبيرة بالنسبة للزمن على الأرض إلا انه لن يفطن لشيء على الإطلاق. و ما يتأثر بتلك السرعة ليست فقط ساعته التي ستسير ببطء شديد و إنما سيتأثر بها قلبه أيضا الذي سيبطئ ضرباته. و بمعنى آخر فإنه سيفطن إلى أن قلبه يؤدي النبضات الـ 70 العادية في الدقيقة التي كان يؤديها فوق الأرض و لكن في الوقت الذي تتم فيه نبضة واحدة تكون قد انقضت فوق الأرض ساعات و ساعات ...

فإذا عاد ذلك الرجل إلى الأرض (و على سبيل المثال بعد عام واحد) بحساب ساعته، فلن يجد شيئا مما تركه عند سفره لأنه ستكون قد انقضت في الأرض أعوام و أعوام.

إن نسبية الزمن المذكورة ما هي إلا شيء بسيط من نظرية أنشتاين و يكفي القول أن قليلين جدا من العلماء الذين يمكنهم استيعاب هذه النظرية في أعماقها.

◆ بعض نتائج نظرية النسبية

إن قيمة الزمن و الفضاء تتغير تبعا للظروف التي تقاس فيها. إلا أن هناك مقياس واحد في العالم يكون دوما صحيحا و هو سرعة الضوء

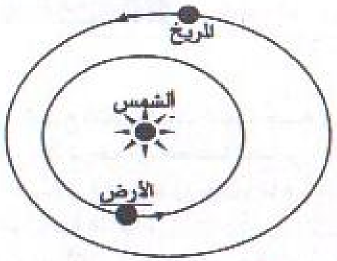


($3\times10^{8}\ m.S^{-1}$) . و ليس هناك أي جسم في العالم يمكن تجاوز هذه السرعة.

و لقد عارض هذه النظرية في جزء منها عالم ياباني معاصر هو "*Yukawa*" دون أن نعرف حتى الآن إذا كان على خطأ أم على صواب.

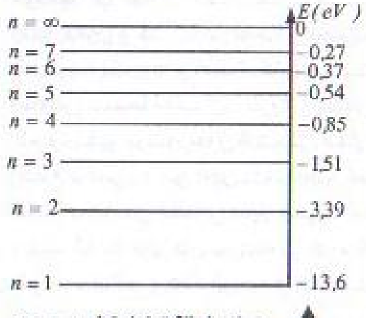
و تبعا لنظرية أنشتاين فإن الجسم الذي يزيد من سرعته يزداد حجمه و كتلته. فإذا بلغت سرعته سرعة الضوء أصبح لا نهائيا في الكبر. و من هنا يستدل على استحالة وصول الجسم المادي إلى مثل هذه السرعة.

و قد أجريت على هذه النظرية بدورها تجربة حاسمة و هي أن علماء الفضاء لم يكونوا على معرفة بسلوك خاص لكوكب " المريخ " فإن تلك النقطة من المدار التي يكون فيها الكوكب عند أصغر مسافة من الشمس كانت تغير موقعها. أي أنها كانت تتحرك من عام إلى عام بقدر معين و هذا القدر لم تكن نظرية نيوتن في الجاذبية لتبرره. و لقد اكتشف أنشتاين السر الغامض عندما أثبت أن " المريخ " عكس الكواكب الأخرى فهو يرسم حول الشمس مدارا إهليلجيا (قطع ناقص) و من أجل ذلك فإنه عندما يكون أكثر بعدا عن الشمس يسير بسرعة معينة. و عند اقترابه منها فإن سرعته تزداد بشكل كبير فتزداد كتلته. و هذه الزيادة في الكتلة هي التي تحدد انتقال تلك النقطة من المدار التي يكون فيها الكوكب عند أصغر مسافة من الشمس



▲ مسار المريخ حول الشمس

تطبيقات نموذجية



سويات الطاقة في ذرة الهيدروجين

في جميع التطبيقات النموذجية و التمارين المقترحة نرجع إلى المخطط الجانبي الذي يعطي طاقة ذرة الهيدروجين و نأخذ الثوابت الفيزيائية التالية:

سرعة الضوء $C \approx 3\times10^{8}\ m.S^{-1}$

ثابت بلانك $h=6{,}63\times10^{-34}\ J.S$

علاقة التحويل $1\,eV=1{,}60\times10^{-19}\ J$

تطبيق 1 سويات الطاقة في ذرة الهيدروجين

بالعودة إلى مخطط الطاقة لذرة الهيدروجين:

1- احسب طاقة التشرد لذرة الهيدروجين E_0 (و هي الطاقة الواجب إعطاؤها للإلكترون لفصله نهائيا عن السوية الأساسية).

2- احسب طاقة الفوتون الصادر عن ذرة الهيدروجين عند قفز الإلكترون من السوية $n=3$ إلى السوية $n=1$، ثم استنتج تواتر الإشعاع الناتج و طول موجته. حدد المجال الذي يقع فيه هذا الإشعاع.

✓الحل :

1) طاقة تشرد ذرة الهيدروجين:

- طاقة السوية الأساسية $(n=1)$ هي $E_0=-13{,}6\,eV$
- طاقة التشرد هي الطاقة الواجب توفرها لإبعاد الإلكترون عن الذرة فيكون:

$$E=|E_0|=13{,}6\,eV$$

2) طاقة الفوتون الصادر:

$$E=E_2-E_1=-1{,}5+13{,}6=12{,}09\,eV$$
$$=12{,}09\times1{,}60\times10^{-19}=19{,}344\times10^{-19}\,J$$

و حسب العلاقة $E=h.\nu$ يكون:

$$\nu=\frac{E}{h}=\frac{19{,}344\times10^{-19}}{6{,}63\times10^{-34}}=2{,}92\times10^{15}\,HZ$$

طول موجة الإشعاع الناتج:

$$\lambda=\frac{C}{\nu}=\frac{3\times10^{8}}{2{,}92\times10^{15}}=1{,}0274\times10^{-7}\,m=102{,}74\times10^{-9}\,n.m$$

و هذا الطيف يقع في مجال الأشعة ما بعد البنفسجية.

تطبيق 2 أطوال الموجات الموافقة لسلسلة طيفية

عندما يقفز الإلكترون في ذرة الهيدروجين من سوية طاقة ما، نحو السوية $n=4$ نحصل على طيف إصدار يدعى سلسلة "براكيت".

- أوجد أطوال الموجات الموافقة لهذه السلسلة مبينا ترتيبها في السلم الكهرومغناطيسي.

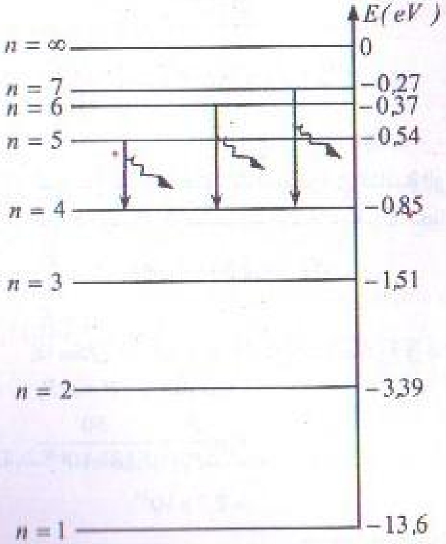
✓الحل :

- نحصل على هذه السلسلة عندما يقفز الإلكترون من السويات 7، 6، 5 نحو السوية 4 نجد ما يلي:

$$E_5=-0{,}54\,eV \quad ، \quad E_4=-0{,}85\,eV$$
$$E_7=-0{,}27\,eV \quad ، \quad E_6=-0{,}37\,eV$$

و تكون طاقات الإشعاعات الناتجة عن قفز الإلكترون من سوية إلى أخرى هي:

$$E_7-E_4=-0{,}27+0{,}85=0{,}58\,eV$$
$$=0{,}58\times1{,}6\times10^{-19}=0{,}928\times10^{-19}\,J$$
$$E_6-E_4=-0{,}37+0{,}85=0{,}48\,eV$$
$$=0{,}48\times1{,}6\times10^{-19}=0{,}768\times10^{-19}\,J$$
$$E_5-E_4=-0{,}54+0{,}85=0{,}31\,eV$$
$$=0{,}31\times1{,}6\times10^{-19}=0{,}496\times10^{-19}\,J$$



و تكون تواترات الإشعاعات الناتجة هي:

$$\nu_1=\frac{E_7-E_4}{h}$$
$$=\frac{0{,}928\times10^{-19}}{6{,}63\times10^{-34}}\approx0{,}140\times10^{15}\,HZ$$
$$\nu_2=\frac{E_6-E_4}{h}$$
$$=\frac{0{,}768\times10^{-19}}{6{,}63\times10^{-34}}\approx0{,}116\times10^{15}\,HZ$$
$$\nu_3=\frac{E_5-E_4}{h}$$
$$=\frac{0{,}496\times10^{-19}}{6{,}63\times10^{-34}}\approx0{,}075\times10^{15}\,HZ$$

و تكون أطوال الموجات الموافقة هي:

$$\lambda_1 = \frac{C}{\nu_1} = \frac{3\times10^8}{0{,}140\times10^{15}} = 21{,}43\times10^{-7}\ m = 2143\ n\ m$$

$$\lambda_2 = \frac{C}{\nu_2} = \frac{3\times10^8}{0{,}116\times10^{15}} = 25{,}86\times10^{-7}\ m = 2586\ n\ m$$

$$\lambda_3 = \frac{C}{\nu_3} = \frac{3\times10^8}{0{,}075\times10^{15}} = 40{,}0\times10^{-7}\ m = 4000\ n\ m$$

و منطقة هذا الطيف ما قبل الأشعة الحمراء.

تطبيق 3 طاقة إشعاع وحساب عدد الفوتونات الصادرة في الثانية

تعطي عينة مشعة إشعاعا استطاعته $P = 50\,W$ و طول موجته $\lambda = 10{,}6\ \mu m$.

1- احسب بالجول طاقة الفوتون الموافق لهذا الإشعاع.

2- استنتج عدد الفوتونات الصادرة في الثانية الواحدة.

✓ الحل :

1) طاقة الفوتون $E = h.\nu$

من العلاقة $\lambda = \dfrac{C}{\nu}$

يكون $\nu = \dfrac{C}{\lambda}$

و منه نجد

$$E = h.\frac{C}{\lambda} = 6{,}63\times10^{-34}\times\frac{3\times10^8}{10{,}6\times10^{-6}}$$

$$= 1{,}88\times10^{-20}\ J$$

2) استنتاج عدد الفوتونات الصادرة في الثانية الواحدة:

إذا كانت P_1 الاستطاعة الإشعاعية، E الطاقة الموافقة يكون:

$P_1 = \dfrac{E}{t}$. ففي وحدة الزمن يكون :

$$P_1 = E$$

إذا كان n هو عدد الفوتونات الصادرة في الثانية الواحدة تكون الاستطاعة الكلية هي:

$P = n\,P_1$ و منه نجد:

$$n = \frac{P}{P_1} = \frac{50}{1{,}88\times10^{-20}}$$

$$\approx 2{,}7\times10^{21}$$

تطبيق ـ 4 الدراسة الطيفية لذرتي الصوديوم و الهليوم

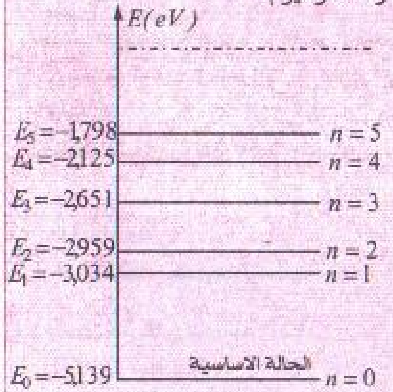
خلال حدوث ظاهرة الكسوف الكلي للشمس في 18 أوت 1868 قام اثنان من العلماء آنذاك بتحليل طيف الهالة الضوئية المحيطة بالشمس ولاحظا ظهور خط ساطع في مكان الشريط الأصفر من طيف الضوء الأبيض وهو قريب جدا من خط إصدار الصوديوم الأصفر. وفسر هذان العالمان الظاهرة الملاحظة بوجود عنصر كيميائي جديد هو الهليوم. وبعد 20 سنة من تلك الحادثة تم اكتشاف عنصر الهليوم على سطح الأرض.

يعطى ما يلي :

- سرعة الضوء في الخلاء $C = 2{,}998\times10^8\ m.S^{-1}$
- ثابت بلانك $h = 6{,}626\times10^{-34}\ J.S$
- الإلكترون فولط $1\,e.V = 1{,}602\times10^{-19}\ J$
- طول الموجة الموافقة لخط امتصاص الصوديوم $\lambda_{Na} = 589{,}6\ n\ m$
- طول الموجة الموافقة لخط امتصاص الهليوم $\lambda_{He} = 587{,}6\ n\ m$

I - دراسة الطيف الطاقوي

يعطي الشكل التالي المخطط الطاقوي لذرة الصوديوم:



1- اشرح بمساعدة مخطط مناسب كيفية انبعاث فوتون.

2- أ) إذا كانت E هي طاقة الفوتون المنبعث أثناء إثارة ذرة معينة، فاعط عبارة الطاقة E بدلالة موجة الإشعاع المنبعث λ و ثابت بلانك h وسرعة الضوء C .

ب) احسب بوحدة (eV) قيمة الطاقة E الموافقة لخط امتصاص طيف الصوديوم.

جـ) بين بالاعتماد على المخطط كيفية حدوث هذا الإصدار.

3- علما أن طاقة الفوتون الموافق لإصدار الخط الأصفر في ذرة الهليوم هي $2{,}110\ eV$. بين أن هذا الإصدار لا يوافق ذرة الهليوم.

II - تشكل الهليوم في الشمس

تستطيع نوى الهليوم 3 والهليوم 4 إثارة سلسلة من التفاعلات النووية بالكيفية التالية

$${}^1_1H + {}^1_1H \longrightarrow {}^2_1H + {}^0_1e$$

$${}^1_1H + {}^2_1H \longrightarrow {}^3_2He$$

${}^{3}_{2}He + {}^{X}_{2}He \longrightarrow {}^{4}_{2}H + y\,{}^{1}_{1}H$

1- ماذا يسمى هذا النوع من التفاعلات النووية ؟

2- ما هي (من بين الأنوية التالية) النوى المتناظرة : ${}^{4}_{2}He$ ، ${}^{1}_{1}H$ ، ${}^{3}_{2}He$

3- أوجد قيمتي X ، y في معادلة التحول الأخيرة.

4- بدراسة أطياف الإصدار للهليوم 3 والهليوم 4 في هالة الشمس :

أ) هل يكون للنواتين المذكورتين نفس البنية الإلكترونية ؟

ب) هل استطاع العالمان المذكوران في البداية التمييز بين النواتين المذكورتين من خلال تحليلهما للطيف المحصل عليه ؟ علل.

(بكالوريا فرنسا - 2007).

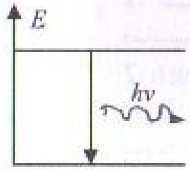
✓الحل :

I - الطيف الطاقوي :

1- ينبعث الفوتون من الذرة المثارة عندما تحاول الرجوع إلى استقرارها الطبيعي أثناء قفز الإلكترون من سوية طاقة أعلى إلى أخرى أدنى.

2- أ) عبارة طاقة الفوتون هي $E = h\nu = \frac{h.C}{\lambda}$

حيث h ثابت بلانك و ν تواتر الإشعاع المنبعث C سرعة الضوء في الفراغ ، λ طول موجة هذا الإشعاع.



ب) طاقة الإشعاع الموافق لخط امتصاص الصوديوم :

$$E(e.V) = \frac{E(J)}{1,602\times10^{-19}}$$

$$= \frac{6,626\times10^{-34}\times2,998\times10^{8}}{589,0\times10^{-9}\times1,602\times10^{19}} = 2,105\,eV$$

جـ) بالاعتماد على المخطط الطاقوي نجد :

$$E_1 - E_0 = -3,034-(-5,139) = 2,105eV$$

فالإصدار يوافق قفز الإلكترون من السوية المثارة E_1 نحو السوية الأساسية E_0 .

3- إثارة ذرة الهليوم :

$$E_1 - E_0 = 2,105eV$$

$$E_1 - E_0 = -2,959+5,139 = 2,180 \rangle 2,110\,eV$$

وهكذا نجد أن طاقات بقية الإشعاعات الأخرى والناتجة عن القفز من بقية السويات إلى السوية الأساسية تكون أكبر.

إن أكبر قيمة للطاقة الإشعاعية نحصل عليها أثناء القفز من السوية E_5 إلى السوية E_1 وهي

$$-1,798+3,034 = 1,236\,eV$$

وهذه القيمة تكون أصغر من القيمة المحصل عليها في حالة الفوتون الصادر عن ذرة الهليوم. وتكون بقية الطاقات الأخرى أضعف مما يفسر أن هذا الإصدار لا يوافق ذرة الصوديوم.

II - تشكل الهليوم في الشمس :

1- إن التحولات النووية التي تحدث في الشمس نتيجة التفاعلات بين نوى نظائر الهيدروجين والهليوم هي تفاعلات اندماج لأنها تتم بين نوى خفيفة جدا.

2- النوى المتناظرة هي التي يكون لها نفس البنية الإلكترونية وتختلف في تركيب النواة :

- فالنواتان ${}^{4}_{2}He$ ، ${}^{3}_{2}He$ متناظرتان.

3- إيجاد قيمتي X ، y :

$${}^{3}_{2}He + {}^{X}_{2}He \longrightarrow {}^{4}_{2}H + y\,{}^{1}_{1}H$$

يعطي قانونا انحفاظ النيوكلونات والشحنات ما يلي :

$3+X=4+Y$ .... (1)

$2+2=2+Y$ .... (2)

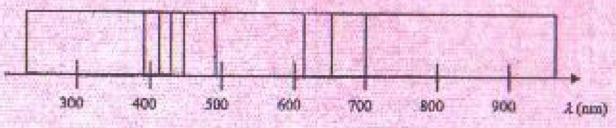
من المعادلة (2) نجد أن $Y=2$ ومن المعادلة (1) نجد $X=3$.

4- أ) إن النواتان ${}^{4}_{2}He$ ، ${}^{3}_{2}He$ لهما نفس عدد البروتونات وبالتالي نفس عدد الإلكترونات، فلهما نفس البنية الإلكترونية.

ب) نلاحظ أن النواتين ${}^{4}_{2}He$ ، ${}^{3}_{2}He$ لهما نفس البنية الإلكترونية فيكون لهما نفس المخطط الطاقوي وهذا يبين لنا أنه لا يمكن التمييز بينهما تجريبيا بالاعتماد على الطيف الصادر عن الشمس.

تطبيق 5- الدراسة الطيفية لنجم

في ليلتي 12 و 13 ماي عام 2002 استطاع الفلكيون رصد نجم *supernova* الذي ينتمي إلى احدى المجرات البعيدة و ذلك باستعمالهم لجهاز تلسكوب عملاق و تمكنوا حينئذ من تسجيل الطيف الضوئي المنبعث منه ، حيث يمثل الشكل التالي جزءا من هذا الطيف :



1) بين على مخطط هذا الطيف مجالات الضوء المرئي و الإشعاعات فوق البنفسجية و تحت الحمراء .

2) يعطي الشكل التالي المخطط الطا قوي لأحد العناصر الموافق لطيف النجم المحصل عليه ، حيث يوافق السهم المشار إليه الحالة المثارة لذرة العنصر عند انتقال الالكترونات من سوية طاقة عليا إلى أخرى أدنى :

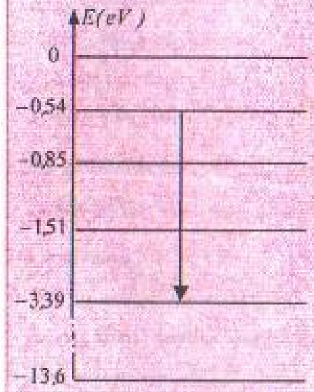
أ) هل أن الطيف الموافق هو طيف إصدار ام امتصاص ؟ علل .

ب) أعط عبارة الطاقة المتبادلة $|\Delta E|$ بين الذرة و الوسط الخارجي اثناء حدوث هذه الإثارة.

ج) اوجد على المخطط قيمة $|\Delta E|$. عبر عن النتيجة بوحدة الجول .

د) احسب حينئذ طول الموجة λ الموافق لهذا الإصدار .

ه) بالاعتماد على جدول الأطوال الموجية التالية الموافقة لمختلف العناصر (($\lambda(nm)$ ، اوجد العنصر المتسبب في إصدار الطيف المذكور.



-عنصر الازوت

396	404	424	445	463	480	505	550	575	595	648	661

عنصر الأكسجين

391	397	420	442	465	616	700

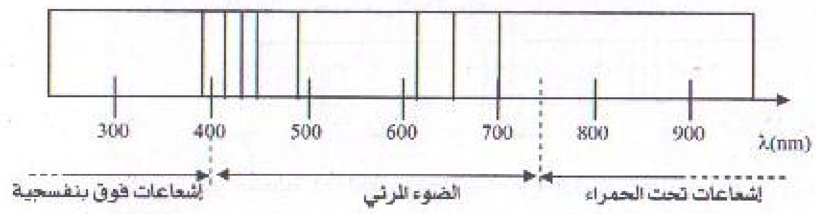
عنصر الهيدروجين

397	412	436	486	656

بكالوريا المغرب -2007

✓ الحل :

1) المجالات الاشعاعية



2-أ) ان الطيف الذي تظهره الوثيقة المرافقة هو طيف انبعاث لان الإشعاع الناتج عن الذرة المثارة يحدث نتيجة قفز الإلكترون من سوية الطاقة $(-0{,}54\,eV)$ إلى سوية الطاقة الأدنى $(-3{,}39\,eV)$

ب) الطاقة المتبادلة بين الذرة و الوسط الخارجي هي $|\Delta E| = h.\nu$

ج) قيمة الطاقة الإشعاعية هي

$$|\Delta E| = |-3{,}39-(-0{,}54)| = |-3{,}39+0{,}54| = 2{,}85\,e\,v$$

$$|\Delta E| = 2{,}85\,e\,v = 2{,}85\times1{,}60\times10^{-19} = 4{,}56\times10^{-19} J$$

د) طول موجة الإشعاع الموافق لطيف الإصدار

من العلاقة $|\Delta E| = \frac{hc}{\lambda}$ يكون :

$$\lambda = \frac{hc}{|\Delta E|}$$

$$\frac{6{,}62.10^{-34}\times3.10^{8}}{4{,}56.10^{-19}} = 4{,}36.10^{-7} m = 436\,n\,m$$

بالاعتماد على جدول الأطوال الموجية المعطى ، نلاحظ ان العنصر الكيميائي المتسبب في هذا الإصدار هو الهيدروجين لان طيفه هو الوحيد الذي يحتوي على الخط الموافق للطول الموجي $\lambda = 436\,n\,m$.

تمارين و مسائل

1 - احسب بالإلكترون فولط طاقات الفوتونات السينية التي أطوال موجاتها على الترتيب 200 أنغستروم ، 10 أنغستروم.

الجواب :

$1{,}2\ MeV$ ، $60\ eV$

2 * - يدور الإلكترون في ذرة الهيدروجين على مدار نصف قطره (r) بحركة دائرية منتظمة.
- أوجد عبارة سرعة دورانه V بدلالة $|e|$ ، m ، r ، G (ثابت التناسب).

3 - أوجد تواتر الإشعاعات و أطوال الموجات الموافقة الناتجة في طيف ذرة الهيدروجين التي نحصل عليها من قفز الألكترون من سويات عليا إلى السوية $n = 5$.

الجواب :

$\lambda = 7{,}50\ \mu M$ ، $\lambda = 4{,}65\ \mu M$ ، $4\times10^{13}\ HZ$ ، $645\times10^{11}\ HZ$

4 * - احسب طول موجة الإشعاع الذي يجب أن يمتصه الإلكترون في ذرة الهيدروجين كي يقفز من السوية الأساسية إلى السوية $n = 3$.

الجواب :

$\lambda = 0{,}1026\ \mu m$

5 * - إذا هبط الإلكترون في ذرة الهيدروجين من سوية ما إلى السوية $n = 2$ فإنه يصدر إشعاعات تقع في مجال الأشعة المرئية تدعى سلسلة "بالمر" . و هي أول سلسلة تم اكتشافها من طرف " بالمر" عام 1885 .

1- أوجد الطاقة الموافقة للإشعاعات الصادرة في هذه السلسلة.

2- ما هو أصغر طول موجة توافق الإشعاع الصادر عندما يعود الإلكترون إلى السوية $n = 2$ ؟ هل هذا الإشعاع مرئي ؟

الجواب :

1. $E_5 = 3{,}40\ eV$ ، $E_4 = 3{,}02\ eV$ ، $E_3 = 2{,}86\ eV$ ، $E_2 = 2{,}55\ eV$ ، $E_1 = 1{,}89\ eV$
2. $\lambda = 365\ nm$

6 * - احسب بالجول و بالإلكترون فولط طاقة الفوتونات الموافقة للإشعاعات الكهرومغناطيسية التالية:

أ) إشعاعات راديوية $1400\ m$

ب) إشعاعات تحت الحمراء $2\ \mu m$

ج) إشعاعات فوق البنفسجية $200\ nm$

د) إشعاعات سينية (X) ، $0{,}50\ nm$

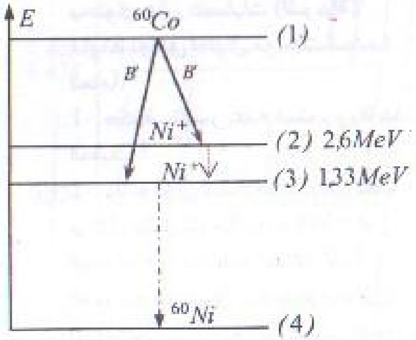
7 * - عند تحليل الطيف الإشعاعي لذرة الزئبق نجد أطوال الموجات التالية:

$\lambda_3 = 570\ nm$ ، $\lambda_2 = 546{,}1\ nm$ ، $\lambda_1 = 435{,}8\ nm$

1- احسب بالجول و بالإلكترون فولط طاقات الفوتونات الموافقة لهذه الإشعاعات.

2- احسب بالنسبة لكل إشعاع التغير الموافق لطاقة الذرة مقدرا بوحدة (eV) .

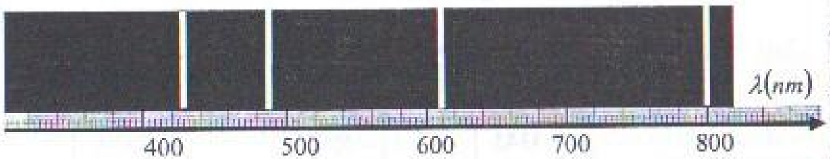
8 ** - يصدر الكوبالت 60 الإشعاعات β^- حسب المخطط المبين بالشكل:



1- ما نوع الإشعاعات الصادرة عند القفز من السوية $n = 2$ إلى السوية $n = 3$ ؟ و من السوية $n = 3$ إلى السوية $n = 4$ ؟

2- ما هي أطوال الموجات الموافقة ؟

9 ** - يبين الشكل المرفق الطيف الضوئي الصادر عن أحد المصابيح المضيئة، حيث يُعطى طول الموجة بوحدة (nm) .



1- ما هي الألوان الموافقة لهذا الطيف ؟ و ما نوع طيف الإصدار هذا ؟

2- احسب أطوال الموجات الموافقة ؟

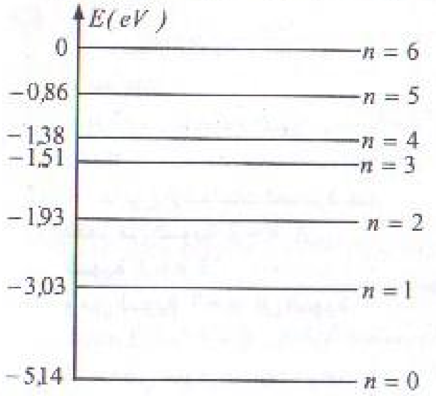
10 * - أطوال موجات الطيف الإشعاعي للهليوم هي $447\ nm$ ، $414\ nm$ ، $403\ nm$

1- بمقارنتك لألوان طيف الضوء الأبيض، مثل طيف ذرة الهليوم.

2- احسب طاقات الفوتونات الموافقة لهذه الإشعاعات.

11 - تبلغ كتلة الأرض القيمة $6\times10^{24}\ Kg$ ، و الشمس القيمة $2\times10^{30}\ Kg$. فإذا كانت المسافة بينهما $r = 1{,}5\times10^{8}\ Km$. فاحسب شدة قوة التجاذب الميكانيكية بينهما.

12 * - بمساعدة مطياف كتلي نقوم بتحليل الضوء الصادر عن مصباح لبخار الصوديوم، فنجد أن الطيف المحصل عليه يحتوي على عصابات (أشرطة) ملونة توافق أطوال موجات محددة تماما.



1- كيف تفسر عدم استمرارية هذا الطيف ؟

2- نلاحظ أن الشريط الأكثر لمعانا يوافق طول الموجة $\lambda = 589\ nm$.

انطلاقا من مخطط الطاقة لذرة الصوديوم و المبين جانبا، اوجد بين اي سويتي طاقة يحدث إصدار الإشعاع المذكور عند قفز الإلكترون من سوية إلى أخرى.

الجواب:

$E_1 - E_0 = 2{,}11\ eV$

13 ** في طيف الإصدار لذرة الهيدروجين نجد الخطوط الثلاثة التالية المعرفة بأطوال موجاتها:

$\lambda = (nm)$	$\lambda_1 = 434{,}1$	$\lambda_2 = 486{,}1$	$\lambda_3 = 656$

بالرجوع إلى مخطط سويات الطاقة لذرة الهيدروجين، يطلب ما يلي:

1- علل عدم استمرار طيف الانبعاث في ذرة الهيدروجين.

2- اعتمادا على المخطط المذكور، فسر ما يلي:

أ) الحالة الأساسية $(n=1)$.

ب) الحالة المثارة.

ج) طاقة التشرد.

3- أ) أعط عبارة طاقة الفوتون بدلالة طول موجة الإشعاع الموافق (λ) .

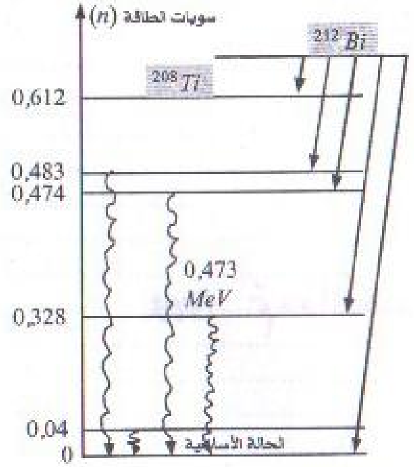
ب) احسب بوحدة (eV) طاقات الفوتونات ذات أطوال الموجات λ_1 ، λ_2 ، λ_3 .

ج) برهن أن الخطوط الثلاثة السابقة توافق تحولات تؤدي بذرة الهيدروجين المثارة إلى نفس السوية $n=2$.

الجواب:

3- أ) $E_1 = 2{,}85\ eV$ ، $E_2 = 2{,}55\ eV$ ، $E_3 = 1{,}89\ eV$

14 ** - يبين الشكل المرفق مخطط التحول الطاقي للإشعاع المنبعث بواسطة البزموث ^{212}Bi متحولا إلى التاليوم ^{208}Ti .



المطلوب:

1- تحقق من أن هذه الإشعاعات تتم بواسطة α .

2- لماذا لا يكون لجميع إشعاعات α نفس الطاقة ؟

3- احسب أطول موجة توافق الإشعاع γ المنبعث.

تم هذا الكتاب بعون الله تعالى

بسم الله الرحمن الرحيم

كلمة الناشر

كنا طلبة ... و كانت الكتب العلمية تأتينا من الخارج .... كنا نتسابق لشرائها من المكتبات بلهفة و شوق ... و أشد لهفتنا كانت على الكتب الفيزياء و الرياضيات التي تحمل أصعب التمارين والمسائل ... و كنا نبحث عن الجديد ... فأحببنا الكتاب و أحببنا الجديد.

لهذا كانت سلسلة الجديد في " ... " هي الأولى في مجموعات الكتب التي نأمل أن نصدرها للتعليم المتوسط و الثانوي والجامعي و قد أصدرنا البعض منها في الفيزياء و الكيمياء والعلوم و الرياضيات و الأدب ، و إنها ستكون " إنشاء الله " من أبرز الكتب في الساحة العلمية حتى على مستوى الوطن العربي .

ومع أن هذا الكلام حق ، فإنني أحمد الله سبحانه و تعالى أن يصادف خروج هذه السلسلة انبثاق فجر الآمال في أن تسترد الجزائر حياتها الغالية — حياة الشهداء — و أن تهتدي بهدي نبينا الأعظم صلى الله عليه و سلم و تستعيد سيرة أبي بكر وعمر ... آمين .

كريطوس بوجمعة

رقم الإيداع القانوني: 1191-2007 ردمك: 4-48-894-9961-978

الثمن: 340 دج