الحجمية الإبتدائية لإختفاء N_2O_5 واستنتج السرعة الحجمية الإبتدائية لتشكل NO_2 و O_2

ب / عرّف ثم أحسب زمن نصف التفاعل

ج / عين تركيب الوسط المتفاعل بالتراكيز عند اللحظة $t = t_{1/2}$

4) أحسب السرعة الحجمية المتوسطة لإختفاء N_2O_5 في المجال [20 , 40min]

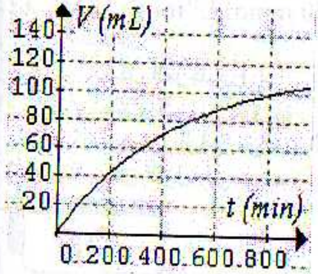
5) أحسب اللحظات أين يكون فيه $\frac{[N_2O_5]}{2}$ ، $\frac{[N_2O_5]}{4}$ ، $\frac{[N_2O_5]}{8}$ و $\frac{[N_2O_5]}{16}$

قارنها مع $t_{1/2}$. ماهي الدلالة الفيزيائية التي تدليها هذه النتيجة ؟

6) ما هو حجم الأكسجين المنطلق لما $t \longrightarrow \infty$ ؟ $V_m = 25$ L

04#

نضع شريط من ألمينيوم (AL) كتلته $m_0=0,80g$ ثم نضيف إليه حجم $V_A=60,0mL$ من محلول حمض كلور الماء $(H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)})$ تركيزه $C_A=0,180\ mol.L^{-1}$ و نسد الدورق بعد أن نوصله بتجهيز يسمح بحجز الغاز المنطلق و قياس حجمه من لحظة إلى أخرى فتحصلنا على البيان.



1) مثل مخططا للتجربة و الطريقة التي تسمح بكشف هذا الغاز.

2) أكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول الكيميائي التام الحادث في الدورق علما أن الثنائيتين المشاركتين هما

$Al^{3+}_{(aq)} / Al_{(s)}$ و $H^+_{(aq)} / H_{2(g)}$

3) انشئ جدول لتقدم التفاعل.

ثم إستنتج قيمة تقدم التفاعل الأعظمي x_{max}

و حجم $V_{(H_2)}$ النهائي ،علما أن $V_m= 23L.\ mol^{-1}$

4) هل تكفي $m_0=0.80g$ لإجراء هذا التفاعل؟

5) عرف ثم احسب زمن نصف التفاعل.

6) نعيد التجربة السابقة لكن $C_A'=2C_A$ اختر الإجابة الصحيحه من بين :

أ) $t'_{1/2} > t_{1/2}$ ب) $t'_{1/2} = t_{1/2}$ ج) $t'_{1/2} < t_{1/2}$

ب) أرسم المنحنى الجديد على البيان السابق $M(Al) = 27g\ mol^{-1}$

05#

في اللحظة t=0 نمزج 1 mol من الإيثانول C_2H_6O و 1 mol من حمض الإيثانويك C_2H_4O

حسب التفاعل : $C_2H_6O + C_2H_4O_2 = C_4H_8O_2 + H_2O$

كمية المادة n للأستر المتشكل تعطى بالعلاقة : $n(t)=\frac{0,67}{t+17}$ حيث t [h] , n [mol]

1) أحسب السرعة المتوسطة لتشكل الأستر ما بين t= 0 و t= 50h

2) أحسب سرعة تشكل الأستر عند اللحظة t =20h

3) أحسب $\lim_{t\longrightarrow\infty} n(t)$. هل يصبح التفاعل تام ؟إستنتج سرعة تشكل الأستر عندئذ

06#

بشير يحتوى على $V_R= 200ml$ لحمض (الاوكساليك) $H_2C_2O_4$ المحمض بحمض الكبريت تركيزه $C_R=5\ mmol.L^{-1}$. نضيف إلى المحلول السابق عند اللحظة t = 0 ، $V_0 = 4ml$ من المحلول برمنغنات البوتاسيوم لونه بنفسجي تركيزه $C_0=2.10^{-2}\ mol.L^{-1}$ عند درجة حرارة 20° . عند اللحظة t= 65 S نلاحظ إختفاء اللون البنفسجي. الثنائيتين المشاركتين في هذا التفاعل هما :

$CO_2/ H_2C_2O_4$, MnO_4^-/ Mn^{2+}

1) اكتب معادلة التفاعل الحاصل

2) أحسب السرعة الحجمية المتوسطة v_1 لإختفاء شاردة البرمغنات MnO_4^- عند 20° .

3) نعيد نفس التجربة السابقة عند T= 40° فنلاحظ أن إختفاء اللون يتم بعد t = 18 S

أحسب السرعة الحجمية المتوسطة v2 لإختفاء شاردة البرمغنات MnO_4^- .

4) أوجد نسبة السرعتين . ماذا نستنتج؟

07#

يتفاعل إيثانوات الإيتيل $C_2H_4O_2$ مع الصودا (NaOH) ليتشكل كحول و حمض .

نمذج التحول الكيميائي الحاصل بالتفاعل التام الذي معادلته:

$$C_4H_4O_2\ _{(aq)} + Na^+\ _{(aq)} + OH^-\ _{(aq)} = CH_3COO^-\ _{(aq)} + Na^+\ _{(aq)} + C_2H_6O\ _{(aq)}$$

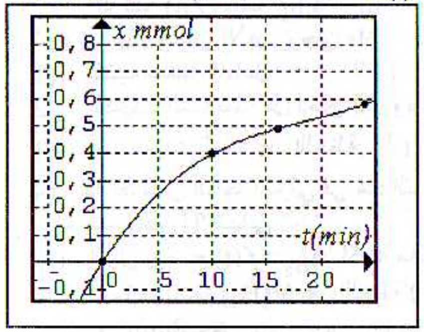
في اللحظة t = 0 نمزج محلول لإيثانوات الإيتيل تركيزه $C_0 = 0,01\ mol.L^{-1}$ و محلول من الصودا تركيزه $C = C_0$ فنتحصل على محلول حجمه 100,0 mL .

نغمس في المزيج مسبار جهاز الناقلية عند 30°

1) أنجز جدولا لتقدم التفاعل .

2) لماذا ناقلية المحلول تتناقص ؟

3) أكتب عبارة الناقلية النوعية σ_t في لحظة ما بدلالة x (t) ، V ، C و λ .حدد المقدار الثابت



4) في اللحظة t = 0 تأخذ الناقلية النوعية القيمة σ_0 ولما $t \longrightarrow \infty$ تأخذ القيمة σ_∞ (ثابتة).

أ/أكتب عبارة كل من σ_0 و σ_∞.

ب/ أحسب قيمة كل من σ_0 و σ_∞.

5) برهن أن التقدم $x(t)$ يعطى بالعبارة :

$$x(t)=CV.\frac{\sigma_0-\sigma_t}{\sigma_0-\sigma_\infty}$$

6) العبارة السابقة سمحت لنا برسم البيان

أ / عرف السرعة الحجمية للتفاعل

ب/ إشرح تطور هذه السرعة .

ما هو العامل الحركي الذي يعلل هذا التطور؟

7) عرّف زمن نصف التفاعل و أوجد قيمته .

$\lambda\ (mS.m^2.mol^{-1})$ $\lambda(Na^+) = 5,0$ $\lambda(OH^-) = 20,0$ $\lambda(CH_3CO_2^-) = 4,1$

08#

ليكن تفاعل أكسدة إرجاع المنمذج في المعادلة التالية:

$$Mg + 2H_3O^+ = Mg^{2+} + 2H_2O + H_2$$

نضع m=2g من المغنيزيوم Mg في داخل بيشر يحتوى على 50ml من حمض كلور الماء تركيزه $C_0 = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ ، ثم نقيس قيمة PH المحلول في مجالات منتظمة بواسطة PH متر

فنتحصل على النتائج التالية:

t min	0	2	4	6	8	10	12	14
PH	2.00	2.12	2.27	2.44	2.66	2.95	3.41	4.36

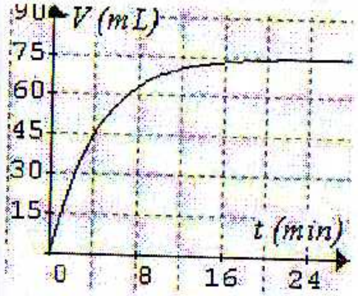
1) أنجز جدول لتقدم التفاعل
2) برهن أن المغنزيوم موجود بالزيادة
3) برهن أن تركيز Mg يعطى بالعلاقة : $[Mg^{2+}] = \frac{1}{2}(10^{-2} - [H_3O^+])$
4) ارسم على نفس البيان المنحنيين $[H_3O^+]=g(t)$, $[Mg^{2+}]=f(t)$
5) احسب سرعة التفاعل عنداللحظات t_1=2mn و t_2=10mn ، ماذا تستنتج؟ و ما هو العامل المؤثر؟
6) أوجد إحداثيات نقطة تقاطع البينين .ماذا تستنتج فيما يخص السرعات اللحظية ؟

$M_g = 24g\ mol^{-1}$

09#

نسكب حجم V=200ml من محلول حمض كلور الماء تركيزه $C = 1\ mol.L^{-1}$ على مسحوق من الزنك (Zn) كتلته m = 4.8g . شوارد الأوكسنيوم H_3O^+ تتفاعل مع مسحوق الزنك لتعطي شوارد Zn^{2+} و غاز الأهيدروجين H_2

1) اكتب معادلة التفاعل
2) الكميات المستعملة هل تحقق الشروط الستوكيومترية
3) حدد كميات المادة عند اللحظة: أ) $t = 0$ ، ب) $t \to \infty$ ج) $t = \frac{1}{2}$
4) إذا علمنا أن الحجم المولي في هذه التجربة يقدر بـــ $V_m = 24L.\ mol^{-1}$ احسب حجم H_2 النهائي .
5) البيان يوضح $n_{H_2} = f(t)$ لكمية مادة H_2



أ. ما هو حجم $V(H_2)$ عند اللحظة t_1=0 و t_2= 8min

ب. عرف السرعة المتوسطة لتشكل H_2 و أحسبها في المجال [0 - 8min]

$M_{(Zn)}=64g\ mol^{-1}$

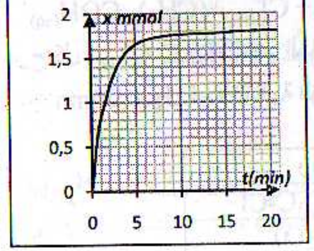
10#

I. دراسة التحول الكيميائي :

تتفاعل n_0=1,8 mmol من 2 كلور -2- ميثيل برونان $(CH_3)_3C\text{-}Cl$ مع الماء فيشكل كحول. ننمذج التحول الكيميائي الحاصل بالتفاعل الذي معادلته:

$$(CH_3)_3C\text{-}Cl_{(aq)} + 2H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)} + (CH_3)_3COH_{(aq)}$$

1) أنجز جدولا لتدقدم التفاعل .
2) أكتب عبارة الناقلية النوعية σ_t في لحظة ما بدلالة :
أ / $[H_3O^+]$ ، $\lambda_{H_3O^+}$ و λ_{Cl^-}
ب / التقدم x ، V ، $\lambda_{H_3O^+}$ و λ_{Cl^-}
3) لما $t \to \infty$ تأخذ الناقلية النوعية القيمة σ_∞ (ثابتة) حيث $\sigma_\infty = 374\ mS.m^{-1}$.
تحقق من أن التحول المقترح تام . حجم المزيج V=205 mL
4) عبر عن النسبة $\frac{\sigma(t)}{\sigma_\infty}$ ، ثم إستنتج عبارة $x(t)$ بدلالة x_{max} ، σ_t ، σ_∞ .
5) أ / أوجد قيمة $x(t)$ لما $m.Sm^{-1}$



II. إستغلال النتائج
1) عبارة I\ 4) سمحت لنا برسم البيا
أ / عرف السرعة الحجمية .
ب / إشرح الطريقة التي تسمح بتعين ، السرعة بيانا في لحظة ما .
ج / كيف تتطور هذه السرعة خلال التد
2) ما هو العامل الحركي الذي يعلل هذ
3) عرف زمن نصف التفاعل و أرجد
4) نعيد نفس التجربة عند درجة حرارة
قيمة زمن نصف التفاعل هل هي نفسها ، أصغر أو أكبر من سابقتها ؟علل .

$\lambda_{Cl^-} = 76,3.10^{-4}\ S.m^2.mol^{-1}$ $\lambda_{H_3O^+} = 349,8.\ 10^{-4}\ S.m^2.mol^{-1}$

11#

بيروكسيد الهدروجين المعروف بماء الأوكسجيني H_2O_2 يتفكك ببطئ إلى ماء وأوكسجين حسب التفاعل

$$H_2O_{2\,(l)} \rightarrow H_2O_{(l)} + \frac{1}{2}\ O_{2\,(g)}$$

المحلول المائي للماء الأوكسيجيني حجمه 1 L و تركيزه $1\ mol.L^{-1}$ يوضع في دورق موصول بأنبوب لالتقاط الأوكسجين المنطلق و حساب حجمه V_{O_2} تحت ضغط ثابت عند مختلف اللحظات.

النتائج المتحصل عليها مدونة في الجدول التالي:

t(h)	0	0.5	7.0	1.5	2.0	2.5	3.0
V_{O_2} (L)	0	2.51	4.53	5.86	7.37	8.36	9.16

t(h)	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	10
V_{O_2} (L)	10.3	11.0	11.4	11.6	11.8	11.9

الحالة الابتدائية	0		بالزيادة	0
الحالة الانتقالية	x			
الحالة النهائية	x_{max}			

2) أوجد العلاقة التي تربط كل من V_{O_2} ، V_m و x . $V_m = 24L\ mol^{-1}$

3) أكمل الجدول موضحا فيه التقدم x في كل لحظة

أ- أرسم $n = f(t)$

ب- استنتج: - زمن نصف التفاعل

- السرعة عند اللحظة $t = 0$, $t = t(½)$

12#

يتفاعل 2 كلور -2- ميثيل بروبان $(CH_3)_3C\text{-}Cl$ مع الماء فيشكل كحول.

ننمذج التحول الكيميائي الحاصل بالتفاعل الذي معادلته:

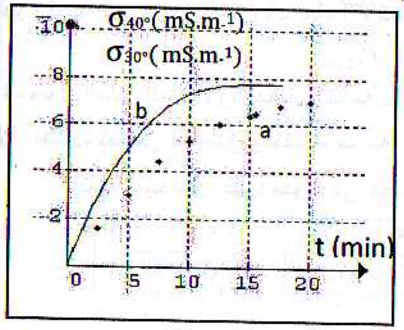
$$(CH_3)_3C\text{-}Cl_{(aq)} + 2H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)} + (CH_3)_3COH_{(aq)}$$

نمزج كل من $(CH_3)_3C\text{-}Cl$ و الماء حسب تجربتين و في كل تجربة نستعمل خلية لقياس الناقلية و بعد 20mn نسجل قيمة الناقلية النوعية لكل تجربة $\sigma = f(t)$ فنتحصل على البيان أدناه:

رقم التجربة	1	2
V_1 mL $(CH_3)_3C\text{-}Cl$	9.25	9.25
2 mL (H_2O)	360	360
درجة الحرارة C°	30	40
الناقلية النوعية	σ_1	σ_2

1) هل المزيج في نسبة ستوكيو مترية . ارفق لكل تجربة المنحنى المرافق. حدد العامل الحركي الذي تبرزه هذه التجربة . هل توجد عوامل أخرى؟

2) لتكن n_0 كمية المادة الإبتدائية لـ $(CH_3)_3\text{-}C\text{-}Cl$, σ_t الناقلية النوعية للمحلول عند اللحظة t و σ_∞ $(t \longrightarrow \infty)$ عندما ينتهي التفاعل ويصبح تام.



3) برهن أن عبارة لتقدم التفاعل x تعطي بالعلاقة :

$$x = \frac{n_0.\sigma_t}{\sigma_\infty}$$

4) تحقق أن خلال 5min : $\frac{x_{30°}}{x_{40°}} = \frac{3}{5}$ و منه

$[Cl^-]_{30°} = 60\% \ [Cl^-]_{40°}$

5) $x_f(40°) > x_f(30°)$ هل هذه النتيجة صحيحة ؟ علل .

المعطيات: $d[(CH_3)_3\text{-}C\text{-}Cl)] = 0{,}85$ / $M[(CH3)_3C\text{-}Cl)] = 92.5\ g\ mol^{-1}$ / $d(H_2O) = 1$

و هيدروكسيد الصوديوم NaOH تركيزه $C_1 = C_2$. $C_1 = 10^{-2}mol.L^{-1}$ هذا التفاعل تام و بطيء يسمى بالتصبن معادلته

$$CH_3COOCH_3 + OH^- = CH_3COO^- + CH_3OH$$

لدراسة حركية هذا التفاعل نقيس $[OH^-]$ بتقنية معينة فحصلنا على الجدول التالي:

(حجم الوسط المتفاعل V = 1L)

t(min)	3	5	7	10	15	21	25
$[OH^-]10^{-3}mol\ L^{-1}$	7.7	6.3	5.5	4.5	3.6	3.0	2.5
$[CH_3COO^-]10^{-3}mol.L^{-1}$							

1) أنشئ جدول لتقدم التفاعل

2) أكمل الجدول ثم أرسم البيان $[CH_3COO^-] = f(t)$

$(2cm \longrightarrow 10^{-3}\ mol{\cdot}L^{-1})$ $\quad (1\ cm \longrightarrow 1min)$

3) ما هي التقنية المستعملة لقياس $[OH^-]$ ؟

4) أحسب بيانيا السرعات اللحظية خلال الأزمنة : t_1=6 min , t_2=12min

t_3=18 min . ماذا تستنتج؟ و ما هو العامل الرئيسي المؤثر على هذه النتيجة؟

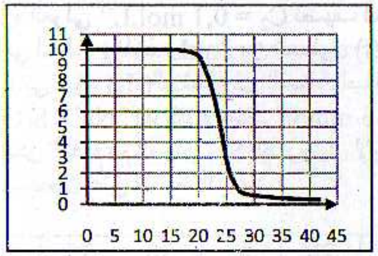
14#

برمنغانات البوتاسيوم $KMnO_4$ يكتسب خواص صيدلانية هائلة و هذا راجع لقوة شاردة Mn_4^{2+} و التي ترجع في وسط حمضي بواسطة حمض الأوكساليك $(H_2C_2O_4)$ حسب تفاعل تام و بطيء و الممثل في المعادلة التالية:

$$2MnO_4^-{}_{(aq)} + 5H_2C_2O_{4(aq)} + 6H_3O^+_{(aq)} = 10\ CO_{2(g)} + 2Mn^{2+} + 14\ H_2O(l)$$

في اللحظة $t = 0$ و عند 25° نمزج $V_1 = 25ml$ من محلول برمنغنات البوتاسيوم $(K^+_{aq} + MnO^-_{4aq})$ تركيزه المولي $C_1 = 0.02mol.L^{-1}$ و $V_2 = 20$ mL من حمض الأوكساليك $H_2C_2O_4$ تركيزه $C_2 = 10\ C_1$ و $V_3 = 5$ ml من حمض الكبريت H_2SO_4 . لدراسة حركية التحول الكيميائي نستعين ببرمجية خاصة ، فنتحصل على المنحني التالي $f(t) = [MnO_4^-]$

1) أكتب المعادلتين النصفيتين المرافقتين للثنائيتين (MnO_4^-/Mn^{2+}) و $(CO_2/H_2C_2O_4)$



2) تحقق من أن كل شوارد MnO_4^- اختفت عند نهاية التفاعل

3) تحقق من أن $[Mn^{2+}]_f$ تعطي بالعبارة

$$[Mn^{2+}]_f = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2 + V_3}$$ ثم أحسبه

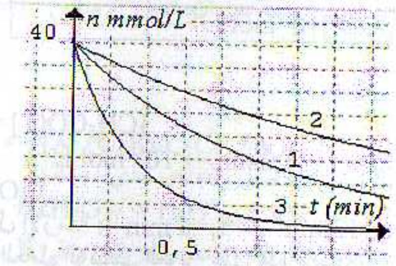
(استعن بجدول لتقدم التفاعل)

4) عرّف ثم أحسب السرعة الحجمية لإختفاء شوارد البرمنغانات عند اللحظات : t_1=0 s , t_2=24 s , t_3=40 s . ماذا تستنتج؟

15#

يتفاعل ثاني أوكسيد الكبريت SO_2 مع الأوكسجين O_2 ليشكل ثلاثي أوكسيد الكبريت SO_3
علما أن هذا التحول تام .

1) حدد الثنائيتين المشاركتين في التفاعل من بين
SO_2/SO_3 , O_2/H_2O , SO_3/SO_2 , O_2/SO_2
2) اكتب معادلة التفاعل .
3) البيان يوضح تغيرات كمية المادة بدلالة الزمن .
كمية المادة : $n_o(O_2) = n_o(SO_2)$ عند اللحظة $t = 0$
المنحني (1) يوافق $n(SO_2) = f(t)$



تحقق من المعلومات التالية (صحيحة / خاطئة). مع التعليل .
أ / المزيج تحقق في نسبة ستوكيومترية
ب/ المنحني (3) يمثل $n(O_2) = g(t)$
ج/ السرعة المتوسطة للإختفاء SO_2 بين اللحظتين $t = 0$ و $t = t_{½}$
قيمتها $0.04\ mol.min^{-1}$
د / المنحني (3) يوافق (وسيط + $n(SO_2)$)

16#

لدراسة تطور التفاعل بين شوارد اليود(I^-) و شوارد بروكسوديكبريتات ($S_2O_8^{-2}$) .
نضيف عند اللحظة $t = 0$ حجما قدره $40\ mL$ من محلول S_1 ليود البوتاسيوم (K^+, I^-) تركيزه المولي $C_1 = 0,5\ mol.L$ إلى $10\ mL$ من محلول S_2 لبروكسوديكبريتات البوتاسيوم $(2K^+, S_2O_8^{-2})$ تركيزه المولي $C_2 = 0,1\ mol.L^{-1}$ نضيف للمزيج الناتج (S) قليلا من صمغ النشاء .
في لحظة t نأخذ $2\ mL$ من المحلول (S) و نضيف إليه $30\ cm^3$ من الماء البارد ، ثم نعاير كمية مادة ثنائي اليود (I_2) المتشكلة في اللحظة السابقة t بواسطة محلول 'S لثيو كبريتات الصوديوم $(2Na^+, S_2O_3^{-2})$ تركيزه المولي C' = 5 mmol.
ليكن 'V حجم المحلول 'S الضروري لإختفاء اللون الأزرق الذي يدل على وجود ثنائي اليود) .
فنتحصل على النتائج التالية :

t (s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
V' mL	0	8	12	14	15,2	15,6	15,9	16	16

1) أ / لماذا أضفنا صمغ النشاء للمحلول S ؟
ب / لماذا أضفنا الماء البارد للحجم المأخوذ ؟
2) أنجز جدول لتقدم التفاعل علما أن الثنائيتين الداخلتين في تفاعل المعايرة هما :
$(S_2O_3^{2-}(aq) / S_4O_6^{-2}(aq))$ $(I_2(aq) / I^-(aq))$

3) أكتب معادلة التفاعل الكيميائي الذي يحدث أثناء المعايرة . ماهي مميزاته ؟
4) برهن أن : $n(I_2) = \frac{C'V'}{2}$
5) أرسم بيان الدالة $n(I_2) = f(t)$ بإستعمال السلم :
$1\ cm \rightarrow 10\ mmol$ $1cm \rightarrow 5\ min$
6) إنطلاقا من البيان:
أ / أوجد قيمة السرعة الحجمية المتوسطة لتشكل ثنائي اليود بين اللحظتين :
$t=10\ min$ و $t_2 = 20\ min$
ب / أوجد قيمة السرعة الحجمية اللحظية لتشكل ثنائي اليود في اللحظة $t = 5\ min$.
7) إذا علمت أن الثنائيات الداخلة في التفاعل المدروس هي :
$(S_2O_8^{2-}(aq) / SO_4^{2-}(aq))$,$(I^-(aq) / I_2(aq))$
أ / أكتب معادلة التفاعل الذي يحدث عند مزج المحلولين S_1 و S_2
ب / إستنتج العلاقة بين سرعة اختفاء $S_2O_8^{2-}$ و سرعة التفاعل .
ج / أحسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 5\ min$

17#

نضع في بالونة 2 g من كربونات الكالسيوم $CaCO_3(s)$ و محلول حمض كلور الماء (H_3O^+, Cl^-) حجمه 100mL و تركيزه $0,1\ mol.L^{-1}$ ، معادلة التفاعل المنمذج للتفاعل المدروس هي :

$$CaCO_3(s) + 2H_3O^+(aq) = Ca^{2+}(aq) + CO_2(g) + 3H_2O(l)$$

نقوم بمتابعة هذا التحوّل الكيميائي بواسطة قياس الناقلية في كل لحظة .

1) ماهي الأفراد الكيميائية المسؤولة عن الناقلية ؟ ماهو الفرد الخامل .
2) نلاحظ تجريبيا تناقص في الناقلية النوعية للوسط التجريبي . علل ؟
3) أنشئ جدول لتقدم التفاعل
4) أحسب الناقلية النوعية σ_0 للمحلول عند اللحظة $t = 0$
5) برهن أن الناقلية النوعية σ مرتبطة بالتقدم x بالعلاقة : $\sigma = 4,25 - 580\,x$

$\lambda(Ca^{2+}) = 12,0\ mS.m^2.mol^{-1}$ $\lambda(Cl^-) = 7,5\ mS.m^2.mol^{-1}$ $\lambda(H_3O^+) = 35,0\ mS.m^2.mol^{-1}$

حكمة

قال ذو القرنين رضي الله عنه : رتعنا في الدنيا جاهلين
و عشنا فيها غافلين ، و أخرجنا منها كارهين

مسائل

مسألة 1

نقوم بدراسة التفاعل في وسط حمضي بين شوارد الإيود $I^-_{(aq)}$ الناتجة من محلول (KI) و ماء الأوكسجيني $H_2O_{2(aq)}$. ننمذج التحول الكيميائي بالمعادلة

$$H_2O_{2(l)} + 2H_3O^+ + 2I^-(aq) = 4H_2O_{(l)} + I_{2(aq)}$$

نحقق ثلاثة تجارب A, B, C . القياسات التجريبية نلخصها في الجدول التالي:

	$H_2SO_4(1,0\ mol.L^{-1})$	KI $(0,10\ mol.L^{-1})$	$H_2O_2(0,10\ mol.L^{-1})$	ماء مقطر
مزيجA	10,0 mL	18,0 mL	2,0 mL	0
مزيج B	10,0 mL	10,0 mL	2,0 mL	8.0mL
مزيج C	10,0mL	10,0mL	1,0mL	9.0mL

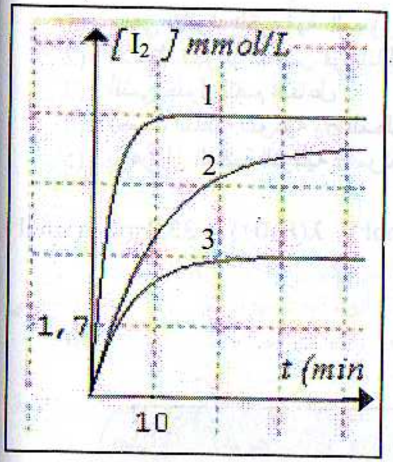
البيان التالي يوافق تراكيز I_2 المتشكلة خلال الزمن t

I. دراسة الحالة الإبتدائية

1) أحسب كمية المادة الابتدائية $n_0(H_2O_2)$, $n_0(I^-)$ لكل مزيج
2) حدد لكل مزيج المتفاعل المحد

II. دراسة البيانات

1) أحسب $[I_2]_f$ لكل مزيج عند إنتهاء التفاعل .
2) هل كل التفاعلات تنتهي عند اللحظة t =30min ؟
3) أرفق لكل مزيج المنحنى الموافق .



III. إيجاد سرعة التفاعل :

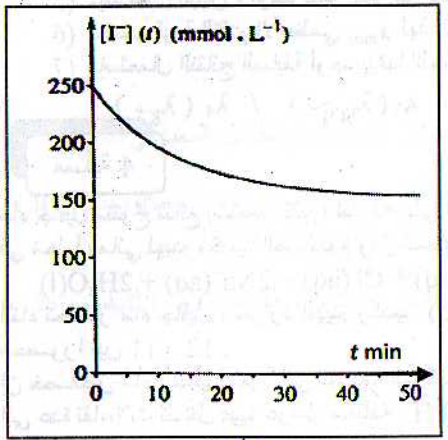
1) عرّف السرعة الحجمية اللحظية لتشكل ثنائي إيود I_2 .
2) قارن سرعة تشكل I_2 عند اللحظة t = 5 min في لكل مزيج .
3) ما هو العامل المؤثر على تغير السرعة خلال الزمن .

IV/ دور H_2SO_4 حمض الكبريت

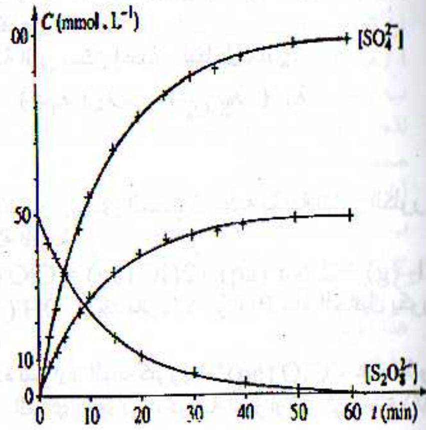
1) هل يمكن إعتبار H_2SO_4 (H_3o^+) كوسيط في هذا التفاعل .
2) إشرح كيف يمكننا تجريبيا دراسة تأثير تركيز حمض الكبريت على سرعة التفاعل .

نمزج V_1=50 ml من محلول عديم اللون لبروكسوديكبريتات البوتاسيوم $(2K^+_{(aq)} + S_2O_8{}^{2-}{}_{(aq)})$ تركيزه C_1 مع V_2= 50ml من محلول عديم اللون ليود البوتاسيوم $(K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)})$ تركيزه C_2
نتابع تطورات هذا التحول الكيميائي فنتحصل على البيانين (1) ,(2) .

عند اللحظة t = 2 min يكون $[I_2]_{t=(2min)} = 8\ mmol.\ L^{-1}$



بيان 2



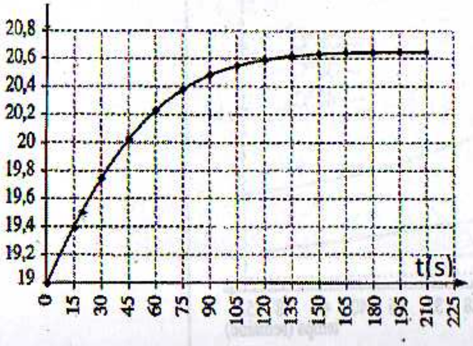
بيان1

1) إعتمادا على البيانين :
أ/ اكتب معادلة التفاعل الحاصل .
ب/ اوجد قيمة كل من C_1 , C_2 , x_f (التقدم النهائي) .
2) أ / أنجز جدول لتقدم التفاعل
ب /برهن أن $[I^-]_t = [I^-]_0 - 2[I_2]_t$.
3) أ / احسب بيانيا السرعة الحجمية لتشكل I_2 و السرعة الحجمية لإختفاء شوارد (I^-) .
ب / قارن ما بين السرعتين. هل كانت هذه النتيجة متوقعة؟ علل:
ج /استنتج سرعة تشكل شوارد الكبريتات $SO_4{}^{2-}$. قارنها مع قيمتها البيانية .

مسألة 3

في بيشر نسكب حجما $V_1 = 40$ mL من محلول لبروكسوديكبريتات البوتاسيوم $(2K^+ + S_2O_8{}^{2-})$ تركيزه $C_1 = 1,0.\ 10^{-1}$ mol .L^{-1} . عند اللحظة t = 0 نضيف حجم $V_2 = 60$mL من محلول مائي ليود البوتاسيوم $(K^+ + I^-)$ تركيزه $C_2 = 1,5.\ 10^{-1}$ mol .
جهاز لقياس الناقلية موصول بنظام لجمع المعلومات تسمح بتتبع تطور المحلول خلال الزمن فنتحصل على البيان

ننمذج التحول الكيميائي بتفاعل معادلته : $2I^- + S_2O_8{}^{2-} = I_2 + 2SO_4{}^{2-}$



1) أكتب المعادلتين الإلكترونيتين لكل ثنائيتين الداخلة في التفاعل .
2) إستنتج معادلة التفاعل بين شوارد $S_2O_8{}^{2-}$ و شوارد I^-
3) ليكن x التقدم عند اللحظة t
أ / أكتب عبارات التراكيز للشوارد الموجودة في المحلول بدلالة x و حجم V_T للمحلول .
ب / برهن أن العلاقة بين الناقلية G و التقدم x من الشكل :

$$G = \frac{1}{V_T}(A + Bx)$$

حيث $A = 1,9$ mS L^{-1} و $B = 42$ mS. L. mol^{-1}

4) عرّف السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة التقدم x . ثم إستنتج عبارته بدلالة الناقلية G
5) بإستعمال البيان ، أوجد قيمة السرعة الحجمية عند اللحظة t = 1 min
6) أحسب قيمة التقدم الأعظمي x_{max} لهذا التفاعل .
7) بإستعمال النتائج السابقة أوجد بيانيا اللحظة التي يمكن إعتبار التفاعل منتهيا .

$\lambda_1\ (\lambda_{S_2O_8^-})\ /\ \lambda_2\ (\lambda_{I^-})\ /\ \lambda_3\ (\lambda_{SO_4^{2-}})\ /\ \lambda_4\ (\lambda_{K^+})$

مسألة 4

ماء جافيل منتوج شائع يستعمل كثيرا لقدرته على التطهير . يمكن الحصول عليه بإذابة ثنائي الكلور الغازي في محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم وفق المعادلة التالية :

$$(1)\quad Cl_2\,(g) + 2\,Na^+(aq) + 2HO^-(aq) = ClO^-(aq) + Cl^-(aq) + 2Na^+(aq) + 2H_2O(l)$$

أثناء تحضير ماء جافيل ، شوارد الهيدروكسيد $OH^-(aq)$ توجد بالزيادة . و PH ماء الجافيل يكون محصورا بين 11 و 12 .

إن خصائص ماء الجافيل تعود إلى الطبيعة المؤكسدة لشوارد الهيبوكلوريت $ClO^-(aq)$ ، هذه الشوارد تؤد إلى عدة تفاعلات تتدخل فيها عوامل مختلفة : PH ، التركيز المولي ، درجة الحرارة ، الإشعاع (UV) الوسائط (شوارد معدنية) .

تتفاعل شوارد الهيبوكلوريت خاصة بحضور الماء :

في الوسط الأساسي وفق المعادلة : $(2)\quad ClO^-(aq) = Cl^-(aq) + \frac{1}{2}O_2\,(g)$

في الوسط الحمضي $(3)\quad ClO^-(aq) + Cl^-(aq) + 2H_3O^+(aq) = Cl_2\,(g) + 3H_2O\,(l)$

تقرأ بعض التوصيات على غلاف التعبئة لماء الجافيل و هي :

- يحفظ في مكان بارد ، بعيدا عن الشمس و الضوء .
- لا يستعمل مع منتوجات أخرى ، فعندما يلامس حمضا ينطلق غاز سام .

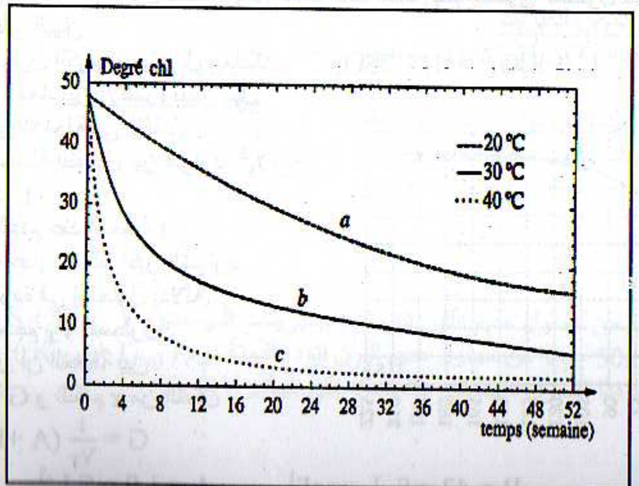
تركيز ماء الجافيل :

يعرف ماء جافيل غالبا بدرجته الكلورومترية (Chl°) فهي توافق حجما لثنائي الكلور الغازي (مقدرا باللتر) و المقاس في الشروط النظامية و اللازم إستعماله لصنع لتر واحد من ماء جافيل حسب المعادلة (1)

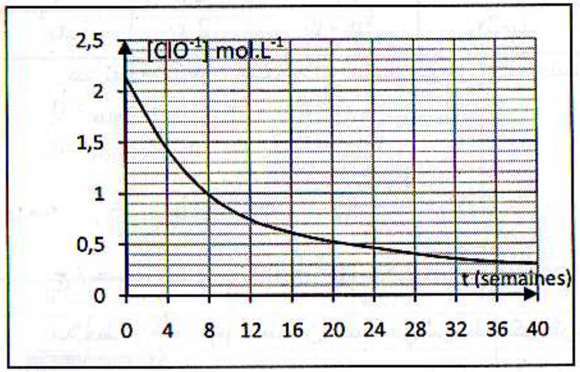
في هذه الشروط الحجم المولي $V_m = 22,4\ L.mol^{-1}$.

تجهيز	في قارورات (1 أو 2 لتر)	في أكياس (250mLمركز)
°Chl	12°	48°

الشكل أدناه يحدد تطور التفاعل (2) في درجات حرارة مختلفة .

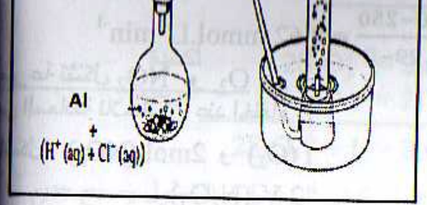


1) إستنتج من تعريف الدرجة الكلورومترية ، التركيز المولي لشوارد الهيبوكلوريت $ClO^-(aq)$ في ماء جافيل عند 48°Chl
2) إن تفحّص الشكل يبيّن تأثير عاملين حركين .
أ / ما هما ؟ برر إجابتك
ب / هل التوصية يحفظ في مكان بارد محققة ؟
3) ننجز الوثيقة المرفقة لتطورات تركيز $[ClO^-]$ خلال الزمن لماء الجافيل المعبأ في أكياس محفوظة عند 30°
أ / أعط العلاقة التي تربط التقدم x للتفاعل (2) و التركيز المولي لشوارد الهيبوكلوريت $[ClO^-]$
ب / أعط عبارة السرعة الحجمية للتفاعل (2) بدلالة x ، ثم بدلالة $[ClO^-]$
ج / أحسب السرعة الحجمية عند اللحظة t = 4 Semaines
4) لا توجد مدة صلاحية الإستعمال على غلاف تعبئة قارورات ماء جافيل بخلاف الأكياس ، علل هذا الإختلاف .
5) ما هو الغاز السام المقصود في التوصيات ؟
6) يعبأ ماء جافيل في قوارير معتمة opaque ، لماذا ؟



حكمة

قال لقمان لإبنه : يا بني عصفور في قدرك خير من ثور في قدر غيرك



2) شوارد Cl^- المنفرجة لا تدخل في التفاعل

معادلة التفاعل : عبارة عن تفاعل أكسدة إرجاع

أكسدة $Al = Al^{3+} + 3e^-$ (X2)

إرجاع $2H^+ + 2e^- = H_2$ (X3)

$$6H^+ + 2Al = 2Al^{3+} + 3H_2$$

3) جدول لتقدم التفاعل

المعادلة الكيميائية		$6H^+$ +	$2Al$ =	$2Al^{3+}$ +	$3H_2$
حالة ابتدائية	$x = 0$	n_A	n_o	0	0
انتقالية	$x(t)$	$n_A - 6x(t)$	$n_o - 2x(t)$	$2x(t)$	$3x(t)$

$$n_A = C_A V_A = 0{,}180 \times 60 \times 10^{-3} = 10{,}8 \text{ mmol}$$

$$n_o = \frac{m_0}{M} = \frac{0{,}80}{27} = 30 \text{ mmol}$$

$$x_{max\,1} \leq \frac{n_A}{6} = \frac{10{,}8}{6} = 1{,}8 \text{ mmol} \Leftarrow n_A - 6\,max_1 \geq 0$$

$$x_{max\,2} \leq \frac{n_0}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ mmol} \Leftarrow n_0 - 2x_{max\,2} \geq 0$$

قيمة x_{max} التي توافق المتراجحتان هي : $x_{max} = 1{,}8$ mmol (H^+ هو المتفاعل المحد)

- بما أن التفاعل تام : التقدم النهائي $x_f = x_{max} = 1{,}8$ mmol
- حجم $V_f(H_2)$ $\quad n(H_2) = 3x_f = \frac{V_f(H_2)}{V_m}$

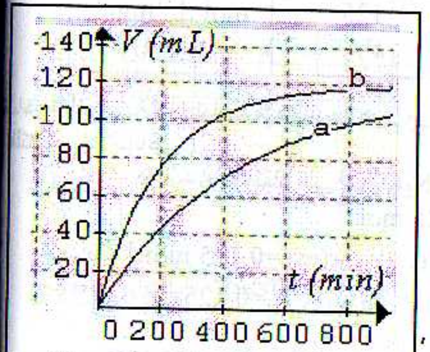
ومنه $V_f(H_2) = 3x_f . Vm$

$$V_f(H_2) = 3 \times 1{,}8\ 10^{-3} \times 22{,}23 \cong 120\ 10^{-3} \text{ L} = 120 \text{ mL}$$

4) كمية الـAl كافية لسببين : أولا (H^+ هو المتفاعل المحد)

ثانيا $n_o - 2x_{max} = 30 - 2 \times 1{,}8 = 26{,}4 \text{ mmol} > 0$

5) زمن نصف التفاعل هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي(الأعظمي) .



و الذي يوافق $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$

$$V(H_2)(t_{1/2}) = \frac{Vf(H2)}{2}$$

$$V(H_2)(t_{1/2}) = \frac{120}{2} = 60 \text{ mL}$$

بالإسقاط على محور الفواصل للبيان نتحصل على :

$t_{1/2} \cong 314$ s

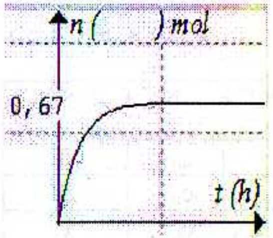
1) السرعة المتوسطية :Vm $\quad V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{n(50) - n(0)}{50 - 0}$

حيث : $n(0) = 0$ و $n(50) = \frac{0{,}67 \times 50}{50 + 17} = 0{,}5$ mol

$$V_m = \frac{0{,}5 - 0}{50} = 10^{-2} \text{ mol h}^{-1}$$

2) سرعة تشكل الأستر عند $t = 20$ h : $V = \frac{dn}{dt}$ (نشتق بالنسبة للزمن)

$$V = \frac{d}{dt}\left(\frac{0{,}67\,t}{t+17}\right) = \frac{0{,}67(t+17) - 1\,(0{,}67\,t)}{(t+17)^2} = \frac{11{,}4}{(t+17)^2}$$



$$V(t=20) = \frac{11{,}4}{(20+17)^2} = 8{,}33\ 10^{-2} \text{ molh}^{-1}$$

3) لدينا $\lim_{t\to\infty} n(t) = \lim_{t\to\infty} \frac{0{,}67\,t}{t+17} = 0{,}67$

للتوضيح : $\lim_{t\to\infty} t + 17 = t$

$$\Leftarrow \lim_{t\to\infty} \frac{0{,}67\,t}{t} = 0{,}67$$

$$n(max) = 0{,}67 \text{mol}$$

حسب النص إنطلقنا من 1 mol من كحول و 1 mol من حمض. إذا كان التفاعل تام لتشكل 1 mol من الأستر.

بما أن $x_{max} = 0{,}67 < 1$ mol فتفاعل محدود (غير تام)

اما السرعة تشكل الأستر : $V = \frac{11{,}4}{(t+17)^2} \Rightarrow \lim_{t\to\infty}\left(\frac{11{,}4}{(t+17)^2}\right) = 0$

و هذه النتيجة منتظرة لأن $n_{max} = 0{,}67$ mol لما $t \longrightarrow \infty$

1) معادلة الأكسدة و الإرجاع :

الأكسدة $H_2C_2O_4 = 2CO_2 + 2H^+ + 2e^-$ (x5)

الإرجاع $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- = Mn^{2+} + 4H_2O$ (x2)

$$2MnO_4^- + 5\,H_2C_2O_4 + 6H^+ = 10CO_2 + 2Mn^{2+} + 8H_2O$$

2) السرعة الحجمية لإختفاء شارة (MnO_4^-) :

$$v_1 = \frac{d}{dt}[MnO_4^-] = -\frac{[MnO_4^-]_{65} - [MnO_4^-]_0}{65 - 0}$$

$$[MnO_4^-]_0 = \frac{n_0}{V_T} = \frac{C_0V_0}{V_R+C_0} = \frac{2\,10^{-2} \times 4\,10^{-3}}{(4+200)\,10^{-3}} = 3,92\,10^{-4}\ mol.L^{-1}$$

(إختفاء اللون : دلالة على أن MnO^-_4 قد استهلكت كلية (متفاعل محد) $[MnO_4^-]_{65} = 0$

و منه v_1 تحت درجة حرارة $T_1 = 20°$:

$$v_1 = -\frac{0 - 3,92\,10^{-4}}{65-0} = 6,03\,10^{-6}\ mol.L^{-1}s^{-1}$$

2) عند درجة حرارة $(T_2= 40°)$, $t_2 = 18\ s$

$$v_2 = \frac{0 - 3,92\,10^{-4}}{18-0} = 2,18\,10^{-5}\ mol.L^{-1}s^{-1}$$

لما نرفع من درجة الحرارة تزيد سرعة الاختفاء ، بحيث :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{2,18\,10^{-5}}{6,03\,10^{-6}} = 3,6 \Leftarrow v_2 = 3,6\,v_1$$

07#

1) جدول التقدم

معادلة التفاعل	$C_4H_8O_2$ +	Na^+ +	OH^- =	CH_3COO^- +	Na^+ +	C_2H_6O
$t = 0$	C_0V	C_0V	C_0V	0	C_0V	0
t	$C_0V - x$	C_0V	$C_0V - x$	x	C_0V	$2x$
t_f	$C_0V - x_f$	C_0V	$C_0V - x_f$	x_f	C_0V	x_f

2) أثناء تفاعل التصبن تركيز شوارد Na^+ تبقى ثابتة و تستبدل في المحلول شوارد OH^- بشوارد $CH_3CO_2^-$

بما أن $\lambda_{CH_3COO^-} < \lambda_{OH^-}$ فإن ناقلية المحلول المتفاعل يتناقص مع مرور الزمن

3) عبارة الناقلية عند اللحظة t :

$$\sigma t = \lambda_{Na^+}[a^+]_t + \lambda_{OH^-}[OH^-]_t + \lambda_{CH_3COO^-}[CH_3COO^-]_t$$

$$\sigma_t = \lambda_{(Na^+)}\frac{n(Na^+)_t}{V} + \lambda_{(OH^-)}\frac{n(OH^-)_t}{V} + (\lambda_{CH_3COO^-})\frac{n(CH_3COO^-)_t}{V}$$

$$\sigma_t = \lambda_{(Na^+)}\frac{C_0V}{V} + \lambda_{(OH^-)}\frac{C_0V - x(t)}{V} + \lambda_{(CH_3COO^-)}\frac{x(t)}{V}$$

$$\boldsymbol{\sigma_t = (\lambda_{(Na^+)} + \lambda_{OH^-})C_0 + \frac{x(t)}{V}(\lambda_{(CH_3COO^-)} - \lambda_{OH^-})\ ....(1)}$$

المقدار الثابت هو : $(\lambda_{Na^+} + \lambda_{OH^-})C_0$

3) عند اللحظة $t = 0$ ، $x(t = 0) = 0$ نعوض $x(t) = 0$ في (1)

$$\boldsymbol{\sigma_0 = \sigma\,(t = 0) = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{OH^-})C_0}$$

$$\sigma_0 = (5,0 + 20,0)10^{-3}.10^{-2}.10^3 = 25.10^{-2}\ S.m^{-1}$$

عبارة σ_∞ : بما أن التفاعل تام $x = x_f = x_{max} = C_0V$

فتصبح العبارة (1) :

$$\sigma_\infty = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{OH^-})C_0 + \frac{x_{max}}{V}(\lambda_{CH_3COO^-} - \lambda_{OH^-})$$

$$\sigma_\infty = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{OH^-})C_0 + \frac{C_0V}{V}(\lambda_{CH_3COO^-} - \lambda_{OH^-})$$

$$\sigma_\infty = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{CH_3COO^-})C_0$$

$$\boldsymbol{\sigma_\infty = (5,0 + 4,1)}\ 10^{-3}.10^{-2}.10^3 = 9,4.10^{-2}\ S.m^{-1}$$

4) نبرهن أن $x(t) = C_0V\left(\frac{\sigma_0 - \sigma_t}{\sigma_0 - \sigma_\infty}\right)$

$$C_0V\left(\frac{\sigma_0 - \sigma_t}{\sigma_0 - \sigma_\infty}\right) = C_0V\,\frac{\sigma_0 - \left[\sigma_0 + \frac{x(t)}{V}(\lambda_{CH_3COO^-} - \lambda_{OH^-})\right]}{(\lambda_{Na^+} + \lambda_{OH^-})C_0 - (\lambda_{Na^+} + \lambda_{CH_3COO^-})C_0}$$

$$C_0V\left(\frac{\sigma_0 - \sigma_t}{\sigma_0 - \sigma_\infty}\right) = C_0V\,\frac{\frac{x(t)}{V}(\lambda_{CH_3COO^-} - \lambda_{OH^-})}{(\lambda_{OH^-} - \lambda_{CH_3COO^-})C_0}$$

في الأخير نجد $C_0V\left(\frac{\sigma_0 - \sigma_t}{\sigma_0 - \sigma_\infty}\right) = \frac{C_0V\,(\lambda_{OH^-} - \lambda_{CH_3COO^-})}{C_0V\,(\lambda_{OH^-} - \lambda_{CH_3COO^-})}.\,x(t)$

$$C_0V\left(\frac{\sigma_0 - \sigma_t}{\sigma_0 - \sigma_\infty}\right) = x(t)$$

5) أ/ تعريف السرعة الحجمية للتفاعل : $v = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$

ب/السرعة تتناقص لتناقص تراكيز المتفاعلات

6) لحساب $x(t_{\frac{1}{2}})$ نبحث أولا عن x_{max}

$$x_{max} = C_0V = 1,0 \times 10^{-2} \times 0,1 = 1,0\,10^{-3}\ mol = 1\ mmol$$

$$x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{x_{max}}{2} = \frac{1,0}{2} = 0,50\ mmol$$

بالإسقاط على البيان نجد : $t_{\frac{1}{2}} \cong 16\ min$

08#

1) جدول لتقدم التفاعل

معادلة التفاعل		Mg +	$2\,H_3O^+$ =	Mg^{2+} +	H_2 +	$2\,H_2O$
حالة ابتدائية	$x = 0$	$8,3.10^{-2}$	$5,10^{-4}$	0	0	بالزيادة
حالة انتقالية	$x(t)$	$8,3.10^{-2} - x$	$5,10^{-4} - 2x$	x	x	بالزيادة

- $n_0(Mg) = \frac{m}{M} = \frac{2}{24} = 8,3.10^{-2}mol$
- $n_0(H_3O^+) = C\,V = 10^{-2}x0,05 = 5.10^{-4}mol$

2) نحصل على التقدم الأعظمي x_{max} :

- $x_{max_1} \leq 8,3.10^{-2}\ mol \Leftarrow 8,3.10^{-2} - x_{max_1} \geq 0$
- $x_{max_2} \leq 2,5.10^{-4}mol \Leftarrow 5.10^{-4} - 2x_{max_2} \geq 0$

نستنتج أن $x_{max} = 2,5.10^{-4}mol$ هو الذي يحقق المتراجحتان و بالتالي H_3O^+ يصبح المتفاعل المحد و أن Mg موجود بوفرة (بالزيادة)

3) نبحث عن العلاقة التي تربط كل من H_3O^+ و Mg^{+2}

من الجدول : $n(H_3O^+) = 5,10^{-4} - 2x$ و $n(Mg^{+2}) = x$

و بالتالي : $n(H_3O^+) = 5.10^{-4} - 2\,n(Mg^{+2})$

نكمل الجدول : $[H_3O^+] = 10^{-PH}$

t(min)	0	2	4	6	8	10	12	14
PH	2,00	2,12	2,27	2,44	2,66	2,95	3,41	4,36
$[H_3O^+]$ $10^{-3}mol.L^{-1}$	10	7,6	5,4	3,6	2,2	1,1	0,39	0,044
$[Mg^{+2}]$ $10^{-3}mol.L^{-1}$	0	1,2	2,3	3,2	3,9	4,4	4,8	4,98

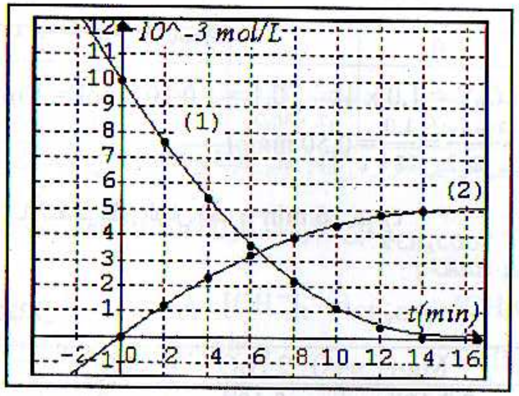
4) رسم البيان : البيان (1) $[H_3O^+]$ و البيان (2) $[Mg^{2+}]$

5) حساب سرعة التفاعل :

$$V(2min) = \frac{[Mg^{2+}]_4 - [Mg^{2+}]_0}{4-0} = \frac{(2,3-0)10^{-3}}{4-0} = 0,57.10^{-3}\ mol.L^{-1}min^{-1}$$

$$V(10min) = \frac{[Mg^{2+}]_{12} - [Mg^{2+}]_8}{12-8} = \frac{(4,8-3,9)10^{-3}}{4} = 0,23.\ 10^{-3}\ mol.L^{-1}min^{-1}$$

نلاحظ أن السرعة في تناقص نظرا لتناقص تركيز H_3O^+ المتفاعل.



6) إحداثيات نقطة تقاطع البينين : t=6,3 min و $C=3,4.10^{-3}\ mol.L^{-1}min^{-1}$

$$v(H_3O^+) = -\frac{3,4-8,3}{6,3-0} = 0,777\ mol.L^{-1}min^{-1}$$

$$v(Mg^{2+}) = \frac{3,4-0,95}{6,3-0} = 0,388\ mol.L^{-1}min^{-1}$$

عندئذ $v(H_3O^+)=2v(Mg^{2+})$

09#

1) معادلة تفاعل أكسدة و إرجاع

$Zn = Zn^{+2} + 2e^-$ أكسدة

$2H_3O^+ + 2e^- = H_2 + 2H_2O$ إرجاع

$$Zn + 2H_3O^+ = Zn^{+2} + H_2 + 2H_2O$$

حالة انتقالية	$x(t)$	$0,075 - x$	$0,2 - 2x$	x	x	بالزيادة

- $n_0(Zn) = \frac{m}{M} = \frac{4,8}{64} = 0,075\ mol$
- $n_0(H_3O^+) = C\ V = 1x0,2 = 0,200\ mol$

التقدم الأعظمي x_{max} لكل متفاعل :

$x_{max_1} \leq 0,075\ mol \Leftarrow 0,075 - x_{max_1} \geq 0$

$x_{max_2} \leq 0,1mol \Leftarrow 0,2 - 2x_{max_2} \geq 0$

نلاحظ أن $x_{max_1} \neq x_{max_2}$ إذن الكميات المستعملة لا تحقق الشروط الستكيومترية

و أن $x_{max} = 0,075\ mol$ و بالتالي يصبح Zn هو متفاعل المحد أما شوارد H_3O^+ فتوجد بالزيادة.

3) t = 0 (أنظر الجدول أعلاه)

$t = \infty$: $x_f = x_{max} = 0,075\ mol$

$t = ½$: $x = \frac{x_{max}}{2} = 0,0375\ mol$

و نلخص النتائج في الجدول التالي

اللحظات	Zn +	$2H_3O^+$ =	Zn^{+2} +	H_2 +	$2H_2O$
t = 0	0,075	0,2	0	0	بالزيادة
$t \longrightarrow \infty$	0	0,05	0,075	0,075	بالزيادة
$t = \frac{1}{2}$	0,0375	0,125	0,0375	0,0375	بالزيادة

4) حجم $V_f(H_2)$

$$x_f = x_{max} = n(H_2)_f = \frac{V_f(H_2)}{V_m}$$

$$V_f(H_2) = x_{max}\ .V_m = 0,075 \times 24 = 1,8\ L$$

أ/

t (min)	0	8
$n(H_2)mmol$	0	68
$V(H_2) = n(H_2).Vm(L)$	0	1,63

ب/ السرعة المتوسطة لتشكل H_2 : $V_m = +\frac{\Delta n\ (H_2)}{\Delta t}$

$$V_m = \frac{n\ (t=8) - n\ (t=0)}{8-0} = \frac{68\ 10^{-3} - 0}{8-0} = 8,5\ 10^{-3}\ mol.L^{-1}min^{-1}$$

ملاحظة : في هذه الحالة لا نتكلم عن السرعة الحجمية $(V = \frac{1}{V_T}\frac{dn}{dt})$ لأن جزيئات H_2 (الغازية) تغادر المحلول

10#

I.

1) ننجز جدول لتقدم التفاعل

	$(CH_3)_3CCl$ +	$2H_2O$ =	H_3O^+ +	Cl^- +	$(CH_3)_3COH$
t = 0	n_0	n_1	0	0	0
t_t	$n_0 - x_t$	$n_1 - 2x_t$	x_t	x_t	x_t

- الجدول يبين أن $n(H_3O^+) = n(Cl^-) = x$

بالقسمة على الحجم V نتحصل على $[H_3O^+] = [Cl^-]$

2) أ / الناقلية النوعية للمحلول مرتبطة بالتركيز المولي لكل الأفراد الشاردية التي يحويها المحلول :

$$\sigma_t = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{Cl^-}[Cl^-]$$

بما أن $[H_3O^+] = [Cl^-]$ فإن $\sigma_t = [H_3O^+](\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-})$.........(1)

ب / نعلم أن $[H_3O^+] = \frac{x}{V} \Leftarrow x = [H_3O^+]V$

باستعمال المعادلة (1) $\sigma_t = \frac{x}{V}(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-})$.........(2)

حتى يكون التحول تام يجب أن يكون $(CH3)_3C.Cl$ هو المتفاعل المحد بمعنى : $n_0 - x_f = 0$

نحسب أولا قيمة ($x_f = x_{max} = x_\infty$)

باستعمال العلاقة (2) : لما $t \longrightarrow \infty$ لدينا الثنائية (x_∞ , σ_∞) و التي نعبر عنها بالمعادلة :

$$\sigma_\infty = \frac{x_\infty}{V}(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-}).........(3)$$

و منه $x_\infty = \frac{\sigma_\infty . V}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-}} = \frac{0,374 \times 205\ 10^{-6}}{(349,8 + 76,3)\ 10^{-4}} = 1,8\ 10^{-3}$ mol

نلاحظ أن $n_0 = x_\infty = 1,8\ 10^{-3}$ mol و منه $n_0 - x_\infty = 0$ الذي يسمح بالتحقق أن التفاعل بالفعل تام

3) باستعمال العلاقات : (2) و (3)

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_\infty} = \frac{\frac{x}{V(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-})}}{\frac{x_{max}}{V(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-})}} = \frac{x}{x_{max}}\ ....(4)$$

$$x = x_{max}\frac{\sigma_t}{\sigma_\infty}$$

4) لما $\sigma = 0,200\ S.m^{-1}$: $x = 1,8\ 10^{-3}\ \frac{0,200}{0,374} = 0,96\ 10^{-3}$ mol

.II

1) أ / تعريف السرعة الحجمية : $v = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$

ب / لإيجاد سرعة التفاعل في لحظة ما نرسم ميل المماس للبيان $x = f(t)$ عند الفاصلة t ثم نحسب معامل التوجيه بأخذ نقطتين على المماس و الذي يمثل $\left(\frac{dx}{dt}\right)_t$ ثم نقسم قيمة معامل التوجيه على حجم المزيج المتفاعل V .

ج / سرعة التفاعل تتناسب طردا مع معامل التوجيه . إذا رسمنا عدة ممسات للبيان نلاحظ بيانيا أن ميل المماس يتناقص مع مرور الزمن بحيث كلما كان $t \nearrow$ كان الميل $\swarrow$ و منه v (t) يتناقص مع مرور الزمن

2) العامل الحركي المؤثر هو تركيز المتفاعل $(CH_3)_3$-C-Cl أثناء التفاعل الكيميائي يتناقص مما يؤدي إلى التناقص في السرعة مع مرور الزمن

3) زمن نصف العمر هي المدة الزمنية التي يكون فيها التقدم x مساويا لنصف قيمته النهائية x_f

$$x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{x_f}{2} = \frac{x_{max}}{2} = \frac{1,8\ 10^{-3}}{2} = 0,9\ 10^{-3}$$

بالإسقاط على البيان نجد $t_{\frac{1}{2}} \cong 1,25$ min

4) أ / بما أن درجة الحرارة أكبر من سابقتها ، و أن درجة الحرارة عامل حركي فإن سرعة التفاعل تزداد مع مرور الزمن و أن التقدم الأعظمي x_{max} يبلغ قيمته القصوى في أقرب الأوقات و بالتالي $t_{\frac{1}{2}}$ يكون أصغر من السابق

11#

1) أ/ جدول لتقدم التفاعل

		$2H_2O_2$	$\longrightarrow 2H_2O$	+ O_2
t = 0	$x = 0$	$n_0 = 1$	بالزيادة	0
t > 0	$x(t)$	$1 - 2x$	بالزيادة	x
t_f	x_{max}	$1 - 2x_{max}$	بالزيادة	x_{max}
		0	بالزيادة	0,5

$n_0 = C\,V = 1x1 = 1$mol

قيمة التقدم الأعظمي x_{max}

$x_{max} = 0,5 \Leftarrow 1 - 2x_{max} = 0$

ب/ العلاقة بين V_m, V, x : $n(O_2) = x = \frac{V(O_2)}{V_m} = \frac{V(O_2)}{24}$

ج/ اتمام الجدول :

t(h)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$V(O_2)$	0	2,51	4,53	5,86	7,37	8,36	9,16
$x = \frac{V(O_2)}{24}$ mmol	0	0,105	0,189	0,244	0,307	0,348	0,382

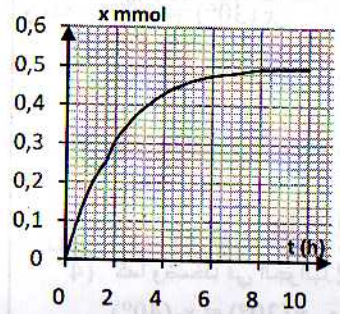
t(h)	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	10
$V(O_2)$	10,3	11,0	11,4	11,6	11,8	11,9
$x = \frac{V(O_2)}{24}$ mmol	0,429	0,458	0,475	0,483	0,492	0,496

2) رسم البيان $x = f(t)$

أ/ زمن نصف تفاعل هذه المدة الزمنية أين يكون فيه نصف المتفاعل المحد أستهلك

بالإسقاط على محور $x = \frac{x_{max}}{2} = \frac{0,5}{2} = 0,25$ ml

الازمنة $t_{\frac{1}{2}} = 1,6$h



ب/ حساب السرعة : $v = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$; V =1L :

$$v(t = 0) = \frac{1}{1}\left(\frac{0,5-0}{2,1-0}\right) = 0,24\ mol.L^{-1}.h^{-1}$$

$$v(t = t_{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{1}\left(\frac{0,4-0,1}{2,5-0}\right) = 0,12\ mol.L^{-1}.h^{-1}$$

1) ننجز جدول لتقدم التفاعل

		$(CH_3)_3C.Cl$ +	$2H_2O$ =	H_3O^+ +	Cl^- +	$(CH_3)_3COH$
0	x=0	n_0	n_1	0	0	0
	x_f	$n_0 - x_f$	$n_1 - 2x_f$	x_f	x_f	x_f

نتحصل على التقدم الأعضمي x_{max} لما :

$x_{max} = n_0 \Leftarrow n_0 - x_{max} = 0$: $(CH_3)_3CCl$

$x_{max} = \frac{n_1}{2} \Leftarrow n_1 - 2x_{max} = 0$: H_2O

بمعنى آخر يكون التفاعل في نسبة ستكيومترية إذا كان : $n_0 = \frac{n_2}{2}$

بصفة عامة: $d = \rho\ (g/mL) = \frac{m}{V} = \frac{n M}{V} \Rightarrow n = \frac{d V}{M}$

$n_0 = \frac{0,85 \times 9,25}{92} = 0,095$ mol ، $n_1 = \frac{1 \times 360}{18} = 20$ mol

نلاحظ أن $n_0 \neq \frac{n_1}{2}$ و منه التفاعل لا يوجد في نسبة سيكيومترية، و بما أن $n_0 < \frac{n_1}{2}$ ، المتفاعل $(CH_3)_3C\text{-}Cl$ يمثل المتفاعل المحد .

2) نلاحظ أن المنحنى (b) يبلغ قيمته الأعظمية عند $t = 20min$ أما المنحنى (a) يبلغ نفس القيمة خلا زمن $t > 20min$ فالعامل المؤثر في هذه الحالة هي درجة الحرارة ، كلما زادت درجة الحرارة أقتربنا من الحالة النهائية في أقرب الأوقات و منه $a(30°)$ et $b(40°)$
يوجد عامل أخر فيما يخص التجربة ككل ، و هي تناقص تراكيز المتفاعلة لكن لا تحدد في هذه الح منحى كل تجربة

3) عبارة الناقلية النوعية : $\sigma = \lambda_1[H_3O^+] + \lambda_2[Cl^-]$

من جدول لتقدم التفاعل $x(H_3O^+) = x(Cl^-) \Rightarrow \frac{x(H_3O^+)}{V} = \frac{x(CL^-)}{V} \Rightarrow [H_3O^+] = [Cl^-]$

كما يمكننا إستخلاص $[H_3O^+] = [Cl^-]$ مباشرة بالتعديل الكهربائي

$$\sigma = [H_3O^+](\lambda_1 + \lambda_2) = \frac{x}{V}(\lambda_1 + \lambda_2) \quad (1)$$

لما $\sigma \longrightarrow \infty$: $x_f = x_{max} = n_0$ و منه $\sigma_\infty = \frac{n_0}{V}(\lambda_1 + \lambda_2) \quad (2)$

خلال $t = 5min$ نجد بيانيا : $\sigma(30°) = 3$, $\sigma(40°) = 5$, $\sigma(\infty) = 8$

$\frac{\sigma(30°)}{\sigma\infty} = \frac{x(30°)}{n_0} = \frac{3}{8}$, $\frac{\sigma(40°)}{\sigma\infty} = \frac{x(40°)}{n_0} = \frac{5}{8}$

و منه : $x(30°) = \frac{3n_0}{8}$, $x(40°) = \frac{5n_0}{8} \Rightarrow \frac{x(30°)}{x(40°)} = \frac{\frac{3n_0}{8}}{\frac{5n_0}{8}} = \frac{3}{5}$

V (ثابت) $[Cl^-] = \frac{x}{V} \Rightarrow x = [Cl^-]V$

فتصبح النسبة : $\frac{x(30°)}{x(40°)} = \frac{[Cl^-]_{30}.V}{[Cl^-]_{40}.V} = \frac{3}{5}$ و منه $[Cl^-]_{30} = \frac{3}{5}[Cl^-]_{40}$

$$[Cl^-]_{30} = 0,6\ [Cl^-]_{40} = 60\ \%\ [Cl^-]_{40}$$

4) كما وضحنا في الجواب 2 التجربتين تبلغ نفس القيمة النهائية $\sigma_\infty(30) = \sigma(40°)$ و منه $x_f(30°) = x_f(40°)$ مهما تكون درجة الحرارة

1) جدول لتقدم التفاعل

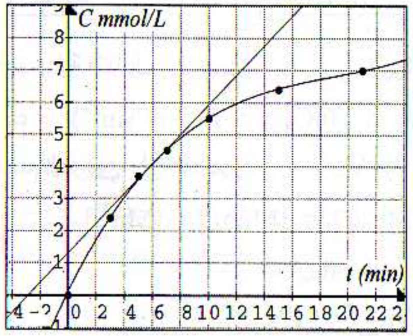
المعادلة الكيميائية	$CH_3CO_2CH_3$ +	OH^- =	$CH_3CO_2^-$ +	CH_3OH
حالة ابتدائية $x = 0$	$n_1 = C_1V$	$n_2 = C_2V$	0	0
انتقالية $x(t)$	$n_1 - x(t)$	$n_2 - x(t)$	$x(t)$	$x(t)$

2) إتمام الجدول : عدد مولات شوارد $CH_3CO_2^-$ المتشكلة = عدد مولات شوارد OH^- المختفية .
OH^- المختفية = OH^- الإبتدائية – OH^- المتبقية عند اللحظة t .
نفرض أن الحجم V ثابت

$$n(CH_3CO_2^-) = n_1(OH^-) - n_t(OH^-)$$

بالقسمة على V : $[CH_3CO_2^-] = [OH^-]_1 - [OH^-]_t$

t(min)	3	5	7	10	15	21	25
$[OH^-]10^{-3}mol\ L^{-1}$	7.7	6.3	5.5	4.5	3.6	3.0	2.5
$C = [CH_3COO^-]10^{-3}mol.L^{-1}$	2,3	3,7	4,5	5,5	6,4	7	7,5



3) التقنية التي تسمح لنا بقياس $[OH^-]$ المتبقي هي طريقة معايرته بحمض قوي مثل حمض كلور الماء و تقاس النتائج عند نقطة التكافؤ

4) حساب السرعات البيانيا (نرسم المماس عند كل نقطة ، ثم نأخذ نقطتين مناسبتين على المماس

$$v = \frac{dC}{dt}$$

$$v(t{=}6\ min) = \frac{(5,5-2,25)10^{-3}}{(9\ -\ 2)}$$

$v(t{=}6\ min) = 0,46.10^{-3}\ mol.L^{-1}min^{-1}$

ملاحظة المماس المرسوم يخص النقطة **t=6min** و على الطالب رسم المماسات المتبقية فيجد :

$$v\ (t{=}12\ min) = \frac{(6,75-5)10^{-3}}{16-7}$$

$v\ (t{=}12\ min) = 0,19.\ 10^{-3}\ mol.L^{-1}min^{-1}$

$$v\ (t{=}18\ min) = \frac{(7-6,3)10^{-3}}{21-13} = 0,09.10^{-3}\ mol.L^{-1}min^{-1}$$

نلاحظ أن السرعة في تناقص ، و هذا راجع إلى تناقص تراكيز الأفراد المتفاعلة مع مرور الزمن .

14#

1) المعادلتين النصفيتين (أكسدة و إرجاع)

أكسدة $H_2C_2O_4 + 2H_2O = 2\,CO_2 + 2H_3O^+ + 2e^-$ (x5)

إرجاع $MnO_4^- + 8H_3O^+ + 5\,e^- = Mn^{2+} + 12H_2O$ (x2)

$$2MnO_4^- + 5H_2C_2O_4 + 6H_3O^+ = 10CO_2 + 2\,Mn^{2+} + 14H_2O$$

2) هل كل شوارد MnO_4^- إختفت؟

تكون المتفاعلات في نسبة ستوكيو مترية إذا تحقق الشرط التالي:

$\frac{n_1}{2}(MnO_4^-) = \frac{n_2}{5}(H_2C_2O_4)$ و منه يجب أن يكون $n_1 = \frac{2}{5}n_2$

نحسب $n_1 = C_1\,V_1 = 0{,}02 \times 25\,10^{-3} = 5\,10^{-4}$ mol

نقارنه مع $n_1 = \frac{2}{5}C_2\,V_2 = \frac{2}{5}0{,}2 \times 20\,10^{-3} = 16\,10^{-4}$ l

نلاحظ أن $n_1 < \frac{2}{5}n_2$

نستنتج أن المتفاعلات لا توجد في نسبة ستوكيو مترية و أن المتفاعل المحد هو (MnO_4^-) و بالتالي يختفي تماما عند نهاية التفاعل .

3) جدول لتقدم التفاعل

	$2MnO_4^-$ +	$5H_2C_2O_4$ +	$6\,H_3O^+$ =	$10\,CO_2$ +	$2\,Mn^{2+}$ +	$14H_2O$
t= 0	n_1	n_2	n_3	0	0	بالزيادة
t (f)	$n_1 - 2x_f$	$n_2 - 5\,x_f$	$n_3 - 6\,x_f$	$10\,x_f$	$2\,x_f$	بالزيادة

عند نهاية التفاعل $n(MnO_4^-)_f = n_1 - 2\,x_f$ و $n(Mn^{2+})_f = 2\,x_f$

$\Leftarrow \quad n(MnO_4^-)_f = n_1 - n(Mn^{2+})_f$

نقسم الطرفين على الحجم V_T : $V_T = V_1 + V_2 + V_3$

$[Mno_4^-]_f = [Mno_4^-]_1 - [Mn^{2+}]_f \quad \Leftarrow \quad [Mn^{2+}]_f = [MnO_4^-]_1 - [MnO_4^-]_f$

بما أن $[Mno_4^-]_f = 0$ اختفى عند نهاية التفاعل فإن:

$$[Mn^{2+}]_f = [Mno_4^-]_1 = \frac{n_1}{V_T} = \frac{C_1V_1}{V_T} = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2+V_3}$$

$$[Mn^{2+}]_f = \frac{0{,}02 \times 25\,10^{-3}}{(25+20+5)10^{-3}} = 10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

4) حساب السرعة الحجمية

تعريف: $v = -\frac{d}{dt}[MnO_4^-]$

نلاحظ بيانيا أن $v(t=0) = 0$, $v = (t = 40) = 0$ لأن الميل معدوم .

عند النقطة $(t = 24s)$ تشكل نقطة إنعطاف ويكون الميل أعظمي وعندئذ تكون السرعة أعظمية

$$v = -\frac{[MnO_4^-]_{26} - [MnO_4^-]_{22,5}}{26-22{,}5} = -\frac{1\,10^{-3} - 8\,10^{-3}}{26-22{,}5} = 2\,10^{-3}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$$

تكون السرعة عند البداية منعدمة ثم تزداد شيئا فشيئا حتى تبلغ قيمة الأعظمية ثم تتراجع في التناقص حتى تنعدم. ملاحظة : (شوارد Mn^{2+} تلعب دور الوسيط في مثل ها التفاعل)

15#

1 - الثنائيتان هما : SO_3/SO_2 , O_2/H_2O

أكسدة $SO_2 + H_2O = SO_3 + 2H^+ + 2e^-$ (x2)

إرجاع $O_2 + 4H^+ + 4e^- = 2H_2O$

$$2SO_2 + 2\,H_2O + O_2 + 4H^+ = 2SO_3 + 4H^+ + 2H_2O$$

2- معادلة التفاعل : من المعادلة السابقة $2SO_2 + O_2 = 2SO_3$

3-أ/ خطأ

لأن في الحالة النهائية نجد : $x_{max_1} = n_0(O_2)$ و $x_{max_2} = \frac{n_0}{2}(SO_2)$

النسبة السيكيومترية توافق $x_{max_1} = x_{max_2}$ بما أن :

حسب النص لما $t = 0$: $n_0(O_2) = n_0(SO_2) = 4$mmol

$x_{max_1} = 4$ mmol / $x_{max_2} = \frac{4}{2} = 2$mmol

$x_{max1} \neq x_{max2}$

ب/ خطأ لأن سرعة التفاعل v :

$$v(O_2) = \frac{1}{2}v(SO_2) \Leftarrow v = \frac{1}{1}\frac{dn(O_2)}{dt} = -\frac{1}{2}\frac{dn}{dt}(SO_2)$$

بما أن المنحنى (1) يوافق $n(SO_2)$ و سرعة SO_2 هي ضعف سرعة (O_2) فالبيان (O_2) $n(O_2)$ يجب أن يكون فوق بيان (1) لأن ميله (سرعته) ضعيفة .

ج/ صحيح لأن: لما $t = 0$: $n_0 = 4$ mmol

$n = \frac{n_0}{2} = 2$ mmol $\Leftarrow$ $t = t_{1/2} = 0{,}5$ min

$$v_m = -\frac{n - n_0}{t_{1/2} - 0} = -\frac{4-2}{0{,}5-0} = 0{,}004\ mmolL\ min^{-1}$$

د/ خطأ لأن :

عند إضافة وسيط تزيد سرعة تفاعل SO_2 و سرعة ممثلة في الميل ، لكن الوسيط لا يغير تركيب الوسط النهائي إذ يجب على البيانين (1) و (3) تؤول إلى نفس x_f و ليس هو الحال.

16#

1) أ / أيود I_2 المتشكل يلون المزيج المتفاعل باللون البني إذا كان تركيزه كافي .

أما إذا كان تركيزه ضعيف فمن الصعب الكشف عن اليود لدى نستعمل صمغ النشاء الذي يتلون بالأزرق بوجود I_2

ب / قبل المعايرة نضيف للحجم المأخوذ الماء البارد لإيقاف التفاعل .

2) معادلة المعايرة :

$2S_2O_3^{2-}(aq) = S_4O_6^{2-}(aq) + 2\,e^-$

$I_2(aq) + 2e^- = 2\,I^-(aq)$

$$I_2(aq) + 2\,S_2O_3^{2-}(aq) = 2\,I^-(aq) + S_4O_6^{2-}(aq)$$

مميزات هذا التفاعل : تام و سريع

3) جدول لتقدم التفاعل :

		$I_{2\,(aq)}$ +	$2\,S_2O_3^{2-}{}_{(aq)}$ =	$2\,I^-{}_{(aq)}$ +	$S_4O_6^{2-}{}_{(aq)}$
الحالة الإبتدائية	$x = 0$	$n(I_2)$	$n_E = C'V'$	0	0
الحالة النهائية	$x = x_{eq}$	$n(I_2) - x_{eq}$	$C'V' - 2\,x_E$	$2\,x_E$	x_E

4) تفاعل المعايرة تام $\Leftrightarrow$ تكون النسب في شروط ستوكيومترية بمعنى أن كل المتفاعلات استهلكت و منه :

$$x_E = n(I_2) \Leftarrow n(I_2) - x_E = 0$$

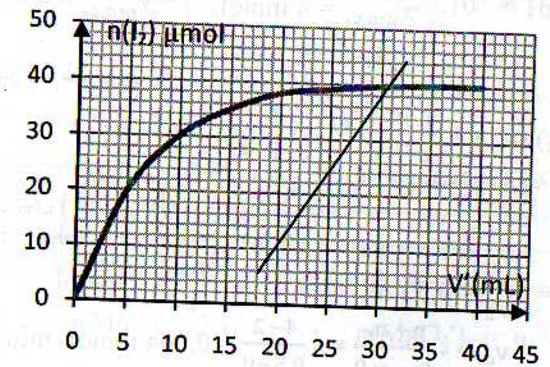
$$x_E = \frac{C'V'}{2} \Leftarrow C'V' - 2x_E = 0$$

و عليه $n(I_2) = \frac{C'V'}{2}$

$n(I_2)$هي كمية المادة الموجودة في الحجم المأخوذ (2 mL)

5) رسم البيان :

t (s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
V' mL	0	8	12	14	15,2	15,6	15,9	16	16
C'V' µmol	0	40	60	70	76	78	79,5	80	40
$n(I_2)$ µmol	0	20	30	35	38	39	39,75	40	40



6) أ / قيمة السرعة الحجمية المتوسطة v_m

$$v_m = \frac{1}{V'}\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{1}{2.10^{-3}}\frac{(38-30)}{(20-10)} = 0,40 \text{ mmol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

ب/ قيمة السرعة الحجمية اللحظية $v(t)$

$$v(5\text{ min}) = \frac{1}{V'}\frac{dn}{dt} = \frac{1}{2.10^{-3}}\frac{(40-10)}{(12-1)} = 1,36 \text{ mmol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

7) أ/معادلة التفاعل الذي يحدث عند مزج المحلولين S_1 و S_2

$$2I^- = I_2 + 2e^-$$

$$S_2O_8^{2-} = 2SO_4^{-2}$$

$$2I^- + S_2O_8^{-2} = I_2 + 2SO_4^{2-}$$

ب/ العلاقة بين سرعة إختفاء $S_2O_8^{2-}$ و سرعة التفاعل . بصفة عامة من المعادلة نستنتج أن

$$v = -\frac{1}{2}\frac{d[I^-]}{dt} = -\frac{1}{2}\frac{d[S_2O_8^{-2}]}{dt} = \frac{1}{4}\frac{d[I_2]}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d[SO_4^{-2}]}{dt}$$

$v = \frac{1}{2}v(I^-) = v(S_2O_8^{-2}) = v(I_2) = \frac{1}{2}v(SO_4^{2-})$ السرعة مقدار دائما موجب

$V(S_2O_8^{-2}) = v$ (التفاعل)

ج / السرعة الحجمية للتفاعل v عند اللحظة $t = 5$ min : $v(I_2) = 1,36 \text{ mmol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$

1) الأفراد الكيميائية المسؤولة عن الناقلية هي الشوارد (H_3O^+ , Cl^- , Ca^{2+})
الفرد الخامل هي شاردة Cl^- (شاردة متفرجة) لا تدخل في التفاعل بحيث تركيزها يبقى ثابت أثناء تحول كيميائي .
ملاحظة : توجد في المحلول شاردة الهدروكسيد OH^- الناتجة عن التفكك الذاتي للماء لكن الوسط الحمضي فشاردة الهدروكسيد تهمل أمام الشوارد الأخرى .

2) تركيز شوارد الأكسونيوم H_3O^+ تتناقص أسرع مما تتزايد فيه تركيز شوارد الكالسيوم Ca^{2+} ($\lambda(H_3O^+) > \lambda(Ca^{2+})$) و بالتالي تنقص الناقلية النوعية للمحلول مع مرور الزمن

3) جدول التقدم

معادلة التفاعل		$CaCO_3$ +	$2H_3O^+$ =	Ca^{2+} +	CO_2 +	$3H_2O$
حالة ابتدائية	$x = 0$	n_0	$n_1 = CV$	0	0	بالزيادة
الحالة عند اللحظة t	$x(t)$	$n_0 - x(t)$	$n_1 - 2x(t)$	$x(t)$	$x(t)$	بالزيادة

$n_1 = CV = 0.1 \times 0.1 = 10^{-2}$ mol ، $n_0 = \frac{m}{M(CaCO_3)} = \frac{2}{100} = 2\ 10^{-2}$ mol

$[Ca^{2+}] = \frac{n(Ca^{2+})}{V}$ و $[Cl^-] = [H_3O^+] = C$

4) عبارة الناقلية النوعية : $\sigma = \lambda(H_3O^+)[H_3O^+] + \lambda(Ca^{2+})[Ca^{2+}] + \lambda(Cl^-)[Cl^-]$……(1)

عند اللحظة $t = 0$, $[Ca^{2+}] = 0$ لم تتشكل بعد شوارد Ca^{2+}

و تصبح عبارة $\sigma_0 = \lambda(H_3O^+)[H_3O^+] + \lambda(Cl^-)[Cl^-] = C(\lambda(H_3O^+) + \lambda(Cl^-))$

$\sigma_0 = 0,1.\ 10^3\ (35,0 + 7,5)\ 10^{-3} = 4,25\ S.m^{-1}$

5) من العلاقة (1) و بإستعمال جدول التقدم :

$$[H_3O^+] = \frac{n_1 - 2x(t)}{V} = \frac{CV - 2x(t)}{V} = C - \frac{2x(t)}{V}$$

$$[Cl^-] = C \quad ، \quad [Ca^{2+}] = \frac{x(t)}{V}$$

$$\sigma = \lambda(H_3O^+)\frac{n_1 - 2x(t)}{V} + \lambda(Ca^{2+})\frac{x(t)}{V} + \lambda(Cl^-)C$$

$$\sigma = \lambda(H_3O^+)(C - \frac{2x(t)}{V}) + \lambda(Ca^{2+})\frac{x(t)}{V} + \lambda(Cl^-)C$$

$$\sigma = C(\lambda(H_3O^+) + \lambda(Cl^-)) + \frac{x(t)}{V}(\lambda(Ca^{2+}) - 2\lambda(H_3O^+))$$

نعلم أن $V = 100 \times 10^{-6}\ m^3$ و $\sigma_0 = C(\lambda(H_3O^+) + \lambda(Cl^-))$

فتصبح عبارة σ $\sigma = \sigma_0 + \frac{x(t)}{V}(\lambda(Ca^{2+}) - 2\lambda(H_3O^+))$

$$\sigma = 4,25 + \frac{x}{100 \times 10^{-6}}(12,0 - 2 \times 35,0)\ 10^{-3}$$

$$\boldsymbol{\sigma = 4,25 - 580\,x}$$

مسألة 1

I. دراسة الحالة الإبتدائية

1) كمية المادة $n_0 = C.V$ (mmol)

$n_0(H_2O_2)$	$n_0(I^-)$	
0,2	1,8	A
0,2	1,0	B
0,1	1,0	C

2) نلاحظ أن $n_0(I^-) > n_0(H_2O_2)$ في كل حالة و منه المتفاعل المحد هو H_2O_2

II. دراسة البيانات :

1) ليكن جدول لتقدم التفاعل

	H_2O_2 +	$2H_3O^+$ +	$2I^-$ =	$4H_2O$ +	I_2
حالة إبتدائية	n_2	10^{-2}	n_1	بالزيادة	0
حالة نهائية	$n_2 - x_f$	$10^{-2} - 2x_f$	$n_1 - 2x_f$	بالزيادة	x_f

عند الحالة النهائية : $x_f = x_{max}$

(H_2O_2) : $n_2 - x_{max} = 0 \Leftarrow x_{max} = n_2 = n_0(H_2O_2)$

(I^-) : $n_1 - 2x_{max} = 0 \Leftarrow x_{max} = \frac{n_1}{2} = \frac{n_0}{2}(I^-)$

بإستعمال جدول I / 1) نلاحظ أن $x_{max} = x_f = n_2$ (لكل مزيج) $V = 30mL$

$$[I_2]_f = \frac{x_f}{V}$$

$[I_2]$	x_f $[I_2]$	$n_2(H_2O_2)$	
$6,7.10^{-3}$ $molL^{-1}$	$0,2.10^{-3}$ mol	$0,2.10^{-3}$ mol	مزيج A
$6,7.10^{-3}$ $molL^{-1}$	$0,2.10^{-3}$ mol	$0,2.10^{-3}$ mol	مزيج B
$3,3.10^{-3}$ $molL^{-1}$	$0,1.10^{-3}$ mol	$0,1.10^{-3}$ mol	مزيج C

2) عند اللحظة $t = 30min$ نلاحظ أن البيانين (1) و (3) يوازيان محور الأزمنة بمعنى أن سرعة التفاعل معدومة و بالتالي دلالة على انتهاء التفاعل، أما البيان (2) فإن $[I_2] = f(t)$ مازالت في تغير و بالتالي السرعة غير منعدمة و التفاعل لم ينته بعد.

3)

- البيان (1) يوافق المزيج A لأن : أ/ التفاعل ينتهي بعد 30min
  ب/ $[I_2]_f = 6,7mmol.L^{-1}$ (بيانيا)
- البيان (2) يوافق المزيج B لأن: أ/ التفاعل لم ينتهي بعد 30min
  ب/ قيمته تؤول في النهاية إلى $[I_2]_f = 6,7mmol.L^{-1}$
- البيان (3) يوافق المزيج C لأن: أ/ التفاعل ينتهي بعد 30min
  ب / قيمته تؤول في النهاية إلى $[I_2]_f = 3,3mmol.L^{-1}$

III. سرعة التفاعل :

1) تعريف السرعة : $v = \frac{1}{V_T}\frac{d}{dt}n(I_2) = \frac{d}{dt}[I_2]$

2) السرعة عند اللحظة $t = 5$ min ممثلة في ميل المماس عند هذه النقطة و عليه نلاحظ أن ميل المماس يكون أكبر في البيان 1 و أصغر في البيان 3 و منه : $v_1 > v_2 > v_3$

3) العامل الرئيسي هو تناقص تراكيز المتفاعلات لأن :
التركيز بشوارد I^- أكبر في البيان 1 و منه السرعة أكبر من جهة أخرى التراكيز المتفاعلات في تناقص أثناء التحول الكيميائي و بالتالي السرعة تنقص

IV. دور H_2SO_4 (H_3O^+)

1) نلاحظ أن تركيز H_3O^+ الإبتدائي لكل مزيج هو نفسه و أنه يختفي مع إختفاء شوارد I^- و لا يظهر في النواتج.
التجارب الثلاثة لا تظهر أثر حمض الكبريت على التفاعل إذن لا يمكن إعتبار شوارد H_3O^+ كوسيط مناسب

2) لدراسة تأثير H_2SO_4 تجريبيا على التفاعل يجب تحقيق تجارب بتراكيز $[H_3O^+]$ مختلفة أما $[I^-]$ و $[H_2O_2]$ يجب أن تكون ثابتة .

مسألة 2

1) أ / التراكيز التي تتناقص تمثل المتفاعلات $(S_2O_8^{2-}, I^-)$ أما التراكيز التي تتزايد فتمثل النواتج (I_2, SO_4^{-2})

معادلة التفاعل : $S_2O_8^{-2} + 2I^- = I_2 + 2SO_4^{2-}$

ب / حساب C_1, C_2 قبل المزيج :

$n_1 = C_1 V_1$ ، $n_2 = C_2 V_2$

في المزيج عند $t = 0$: $V_T = V_1 + V_2 = 100ml = 0,1$ L

- (بيانيا) $[S_2O_8^{2-}] = \frac{n_1}{V_T} = \frac{C_1V_1}{V_T} = 50\ 10^{-3}$ $mol.L^{-1}$

$$\Leftarrow \quad C_1 = 50\ 10^{-3}\frac{V_T}{V_1} = 50\ 10^{-3}\frac{100}{50} = 0,1\ mol.L^{-1}$$

- (بيانيا) $[I^-] = \frac{n_2}{V_T} = \frac{C_2V_2}{V_T} = 250\ 10^{-3}$

$$\Leftarrow \quad C_2 = 250\ 10^{-3}\frac{V_T}{V_2} = 250\ 10^{-3}\frac{100}{50} = 0,5\ mol.L^{-1}$$

- التقدم النهائي x_f : $x_f = n(I_2)_f$

بيانيا : $x_f = [I_2]_f\, x V_T = 49\ 10^{-3} \times 0,1 = 49\ 10^{-4}$ mol

2) أ / جدول لتقدم التفاعل

		$S_2O_8^{-2}$ +	$2I^-$ =	I_2 +	$2SO_4^{2-}$
t=0	$x = 0$	$n_1 = 5\ 10^{-3}$ mol	$n_2 = 25 10^{-3}$	0	0
t>0	$x(t)$	$5 10^{-3} - x$	$25\ 10^{-3} - 2x$	$x(t)$	$2x(t)$
t_f	x_f	$5 10^{-3} - x_f$	$25\ 10^{-3} - 2x_f$	x_f	$2x_f$

ب / $n_2(I^-)_t = n_2 - 2x(t)$ مع $n(I_2)_t = x(t)$ فيصبح $n_2(I^-)_t = n_2 - 2(I_2)_t$

نقسم الطرفين على الحجم V_T : $[I^-]_t = [I]_0 - 2[I_2]_t$

3) السرعة الحجمية لتشكل I_2 و السرعة الحجمية لإختفاء شوارد (I^-)

- أ / سرعة تشكل I_2 : $v(I_2) = \frac{d[I_2]}{dt} = \frac{8-0}{2-0} = 4\ mmol.L^{-1}.min^{-1}$
- ب / سرعة إختفاء I^- : $[I^-]_{t=2min} = [I^-]_0 - 2[I_2]_{t=2min}$

$[I^-]_{t=2min} = 250 - 2(8)\quad [I^-]_t = 234\ mmol.L^{-1}$

$$v(I^-) = -\frac{d[I^-]}{dt} = -\frac{[I^-]_2-[I^-]_0}{2-0} = -\frac{234-250}{2-0} = 8\ mmol.L^{-1}.min^{-1}$$

ب/ نلاحظ أن $v(I^-) = 2\,v(I_2)$ و هذه النتيجة متوقعة لأن سحب العلاقة العامة لسرعة التفاعل v

$$v = -\frac{1}{2}\frac{d[I^-]}{dt} = -\frac{1}{1}\frac{d[S_2O_8^{2-}]}{dt} = \frac{1}{1}\frac{d[I_2]}{dt} = \frac{1}{2}\frac{d[SO_4^{2-}]}{dt}$$

$$v = \frac{1}{2}v(I^-) = v(S_2O_8^{-2}) = v(I_2) = \frac{1}{2}v(SO_4^{-2})$$

من العلاقة العامة : $v(I^-) = 2\,v(I_2) \Leftarrow \frac{1}{2}v(I^-) = v(I_2)$

ج / سرعة تشكل SO_4^{2-} :

من العلاقة السابقة $\frac{1}{2}v(SO_4^{-2}) = \frac{1}{2}v(I^-) \Leftarrow v(SO_4^{-2}) = v(I^-) = 8\ mmol.L^{-1}.min^{-1}$

القيمة البيانية : $[SO_4^{2-}] = \frac{2x(t)}{V_T} = 2[I_2]_t$

$[SO_4^{2-}]_{t=2min} = 2 \times 8 = 16\ mmol.L^{-1}$

$$v(SO_4^{-2}) = \frac{d[SO_4^{2-}]}{dt} = \frac{16-0}{2-0} = 8\ mmol.L^{-1}.min^{-1}$$

القيمتان متوافقتان .

مسألة 3

1) المعادلتين النصفيتين

أكسدة $2I^- = I_2 + 2e^-$

إرجاع $S_2O_8^{2-} + 2e^- = 2SO_4^{2-}$

2) $S_2O_8^{2-} + 2I^- = I_2 + 2SO_4^{2-}$

3) جدول التقدم

معادلة التفاعل		$S_2O_8^{2-}$ +	$2I^-$ =	I_2 +	$2SO_4^{2-}$
الحالة الإبتدائية	$x = 0$	$n_1 = 4\ 10^{-3}$	$n_2 = 9\ 10^{-3}$	0	0
الحالة الإنتقالية	$x > 0$	$n_1 - x$	$n_2 - 2x$	x	$2x$

أ / الشوارد الموجودة في المحلول $(S_2O_8^-, I^-, SO_4^{2-}, K^+)$ $\quad V_T = V_1 + V_2$

عند اللحظة t :

$[S_2O_8^{2-}]_t = \frac{C_1V_1 - x}{V_T}\quad [I^-]_t = \frac{C_2V_2 - 2x}{V_T}\quad [SO_4^{2-}]_t = \frac{2x}{V_T}$

كمية مادة K^+ تأتي من الحلولين ،

$$\begin{cases} KI = K^+ + I^- \\ [K^+] = [I^-] = C_2 \end{cases}\qquad \begin{cases} K_2S_2O_8 = 2K^+ + S_2O_8^{2-} \\ [K^+] = 2[S_2O_8^{-2}] = 2C_1 \end{cases}$$

$$[K^+]_t = \frac{n_1+n_2}{V_T} = \frac{2C_1V_1 + C_2V_2}{V_T}$$

ب / عبارة الناقلية G (تخص الشوارد فقط) $G = \sigma k$

$$\sigma = \lambda_1[S_2O_8^-] + \lambda_2[I^-] + \lambda_3[SO_4^{2-}] + \lambda_4[K^+]$$

$$G = k\left[\lambda_1\left(\frac{C_1V_1 - x}{V_T}\right) + \lambda_2\left(\frac{C_2V_2 - 2x}{V_T}\right) + \lambda_3\left(\frac{2x}{V_T}\right) + \lambda_4\left(\frac{2C_1V_1 + C_2V_2}{V_T}\right)\right]$$

$$G = \frac{k}{V_T}\left[(\lambda_1C_1V_1 + \lambda_2C_2V_2 + 2\lambda_4C_1V_1 + \lambda_4C_2V_2) + (-\lambda_1 - 2\lambda_2 + 2\lambda_3)x\right]$$

فتصبح عبارة الناقلية من الشكل $G = \frac{1}{V}(A + Bx)$ و هو المطلوب

بالمطابقة : $A = k[(C_1V_1(\lambda_1 + 2\lambda_4) + C_2V_2(\lambda_2 + \lambda_4)] = 1,9\ ms.L$

$B = k(-\lambda_1 - 2\lambda_2 + 2\lambda_3) = 42\ ms.L\ mol^{-1}$

4) لتعريف السرعة الحجمية $v(t)$: $\mathbf{v(t) = \frac{1}{V_T}\frac{dx}{dt}}$

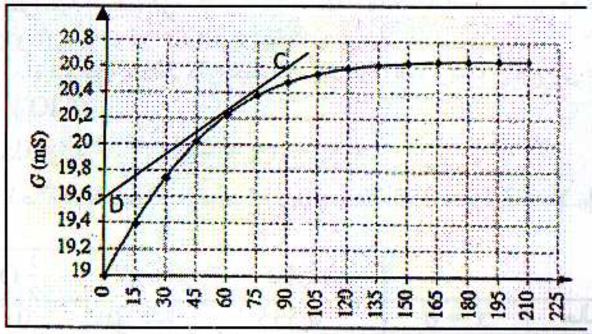
لدينا : $G = \frac{1}{V}(A + Bx) \Leftarrow x = \frac{GV - A}{B}$ نعوضه في عبارة السرعة :

$$v(t) = \frac{1}{V_T}\frac{d\frac{GV-A}{B}}{dt} = \frac{1}{V}\frac{V}{B}\frac{dG}{dt}$$

$$\mathbf{v(t) = \frac{1}{B}\frac{dG}{dt}}$$

5) $v(t = 1\ min = 60s)$ نرسم المماس للبيان عند هذه النقطة و نختار نقطتين من المماس

$$v(1\ min) = \frac{1}{B}\frac{G_C - G_D}{t_C - t_d} = \frac{1}{42\ 10^{-3}}\ \frac{20,6 - 19,52}{90 - 0} = 2,8\ mol.L^{-1}s^{-1}$$



6) حساب قيمة التقدم الأعظمي x_{max}

من جدول التقدم لدينا :

$x_{max} \leq 4\ 10^{-3} \Leftarrow 4{,}0\ 10^{-3} - x_{max} \geq 0 \qquad (S_2O_8^{2-})$

$x_{max} \leq 4{,}5\ \ 10^{-3} \Leftarrow \ 9\ 10^{-3} - 2\,x_{max} \geq 0 \qquad (I^-)$

تتحقق المتراجحتان لما $x_{max} = 4\ 10^{-3}$ mol

7) التحول الكيميائي ينتهي عند الإقتراب من التقدم الأعظمي x_{max}

$$G_{max} = \frac{1}{V}(A + Bx_{max})$$

$$G_{max} = \frac{1}{0{,}1}(1{,}9 + 42 \times 4\ 10^{-3}) = 20{,}68\ ms$$

بالإسقاط على البيان عند هذه القيمة نجد $t_f = 1{,}65$ s

مسألة 4

1) ماء جافيل 48°Chl معناه يجب إستعمال حجم قدره 48 L من الكلور Cl_2 لتحضير 1L من ماء جافيل في الشروط النظامية من درجة الحرارة و الضغط و منه :

$$n(Cl_2) = \frac{V(Cl_2)}{V_m} = \frac{48}{22{,}4} = 2{,}14\ mol$$

من المعادلة (1)

	Cl_2	$+\ 2(Na^+ + OH^-) =$	$ClO^-\ +$	$Cl^-\ +$	$2Na^+\ \ +$	H_2O
$t = 0$	2,14	بالزيادة	0	0	بالزيادة	بالزيادة
$t = t_f$	$2{,}14 - x_{max}$	بالزيادة	x_{max}	x_{max}	بالزيادة	بالزيادة

المتفاعل المحد الوحيد هو Cl_2 بحيث : $2{,}14 - x_{max} = 0 \Leftarrow x_{max} = 2{,}14$ mol

في الحالة النهائية يتشكل : $n(ClO^-)_f = x_{max} = 2{,}4$ L

لتحضير 1 لتر من ماء جافيل

$$[ClO^-] = \frac{(ClO^-)}{V} = \frac{2{,}14}{1} = 2{,}14\ mol.L^{-1}$$

2) أ /العاملان الحركيان هما :

- درجة الحرارة :من تحليل البيان يتبين لنا أن ماء جافيل يتفكك بسرعة كلما كانت درجة الحرارة أكبر و بالتالي درجة الكلورومترية تتناقص بسرعة مع مرور الزمن .
- تناقص تراكيز المتفاعلات: دراسة أي المنحنى الثلاث توضح تناقص في السرعة مع مرور الزمن.

ب / التوصية (يحفظ في مكان بارد) محققة . لأنه عند إنخفاض درجة الحرارة، الدرجة الكلورومترية (تركيز $[ClO^-]$) تتفكك بسرعة .

ماء الجافيل يحافظ على خصائصه لأطول مدة و ذلك راجع إلى طبيعة المؤكسد لشوارد (ClO^-)

3) أ / المعادلة (2) $\quad ClO^- = Cl^- + \frac{1}{2}O_2$

عند الحالة الإبتدائية : $n_0(ClO^-) = [ClO^-]_0\ V = 2{,}15 \times 250.10^{-3} = 0{,}535$ mol

		ClO^-	$=\ \ Cl^-\ +$	$\frac{1}{2}O_2$
حالة إبتدائية	$x = 0$	0,535	بالزيادة	0
حالة نهائية	x	$0{,}535 - x$	x	$\frac{1}{2}x$

عند اللحظة t : $[ClO^-] = \frac{535 - x}{V} \Leftarrow x = 0{,}535 - [ClO^-].\,V$

ب / حسب التعريف : $v(t) = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$

$$v(t) = \frac{1}{V}\frac{d}{dt}(0{,}535 - [ClO^-]\,V) = -\frac{d\,[ClO^-]}{dt}$$

ج / حساب السرعة الحجمية عند : t = 4 Semaines

$$v(t) = -\frac{[ClO^-]_B - [ClO^-]_A}{t_B - t_A} = \frac{0-2}{14-0} = 0{,}143\ mol.L^{-1}Sem^{-1}$$

4) لقوارير ماء جافيل درجة كلورومترية ضعيفة من الأكياس ، إذن تركيز شوارد $[ClO^-]$ أقل ، و منه تطور التحول في المعادلة (2) أكثر بطأ في القوارير منه في الأكياس . فنستنتج أن تركيز ClO^- في القارورة يتغيّر شيئا فشيئا خلال الزمن و لا داعي لوضع مدة الصلاحية .

5) الغاز السام هو Cl_2 (كلور) و المثمثل في المعادلة (3) ، عند إلتماس ماء جافيل بشوارد H_3O^+

6) حسب التوصيات تحفظ بعيدا عن الشمس و الضوء لأن الإشعاعات الفوق بنفسجية تشوّه التفاعلات التي تدخل فيها شوارد (ClO^-) و بالتالي تنقص درجة الكلورومترية ، و منه القارورات المعتمة توقف مثل هذه الإشعاعات .

حكمة

قال حكيم : عجبتُ للبخيل يستعجل الفقر الذي منه هرب ، و يفوته الغنى الذي إياه طلب ، فيعيش في الدنيا عيش الفقراء و يحاسب في الأخرة حساب الأغنياء

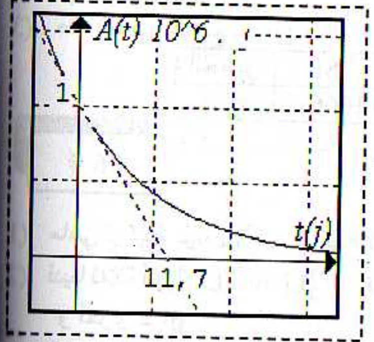
أ/ برهن أن t_1 تعطى بالعلاقة $t_1=\frac{1}{\lambda_{AL}}.Ln(\frac{\lambda_{AL}N_0}{A_1})$

ب/ أحسب t_1 (s) . تحقق من النتيجة بيانيا

$N_A= 6,023 \times 10^{23}\ mol^{-1}$ $Ln2 = 0,69$ $\lambda_{AL} = 345 \times 10^{-5}\ s^{-1}$

08

يستعمل اليود ^{131}I في الطب و هو مشع لجسيم β^- . البيان أدناه يوضح نشاطه الإشعاعي



1) ماهي وحدة A ؟ ماذا تمثل ؟

2) أ / أوجد قيمة ثابت الزمن τ:

ب/ إستنتج λ (ثابت النشاط الإشعاعي)

ج / برهن العلاقة $t=-\frac{1}{\lambda}Ln\frac{A}{A_0}$

ثم أحسب قيمة t لما $A=\frac{3}{10}A_0$

3) عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$. و برهن أنه يعطى بالعلاقة $t_{1/2}=\tau Ln_2$

4) ما هو عدد النوى N_0 الابتدائية المشعة

5) ما هي نسبة النواة المتفككة عند لحظة $t=\tau$

6) أحسب A(t) و N (t) بعد مرور سنة . ماذا تستنتج

09

الرادون (Radon) ^{222}Rn زمن نصف عمره $t_{1/2} = 3,8$ jours و هو مشع α

1) أكتب معادلة التفك هذه النواة

2) أحسب ثابت النشاط الإشعاعي λ

3) نوفر عينة كتلتها m=0,1 mg من الرادون 222 . ما هو عدد النوى الإبتدائية N_0 المشعة الموجودة في هذه العينة

4) ما هو النشاط الإشعاعي لهذه العينة الإبتدائية

5) ما هي المدة الزمنية التي يبلغ فيها النشاط قيمة $1,5 \times 10^{19}$ Bq

$_{85}At$	$_{84}Po$	$_{83}Bi$

10

1) برهن المعادلة $N(t)=\frac{N_0}{2^{\frac{t}{t_{1/2}}}}$

2) أحسب النسبة المئوية $(\frac{N}{N_0})\%$ للأنوية خلال 1 an , 32 j , 8j, علما أن $t_{1/2} = 8j$

11

نواة الراديوم ^{226}Ra تتفكك تلقائيا تصدر إشعاع α، فيشكل نظير الرادون Rn

1) أكتب معادلة التفكك

2) ثابت الإشعاع (^{226}Ra) $\lambda = 1,36 \times 10^{-11}\ s^{-1}$

أحسب زمن نصف عمر ^{226}Ra بـ s ثم بـ années (1 Année=$3,155 \times 10^{7}$ s)

3) عينة تحتوي m=73,6µg من ^{226}Ra . أكمل الجدول

t	0	t½	2 t½	3 t½	4 t½
m(Ra) µg	73,6				

4) يحتوي $^{226}_{88}Ra$ على سلسلة من التفككات α و β^- إلى أن يصل إلى $^{206}_{82}Pb$.

أ/ عرف العائلة المشعة

ب/ ما هو عدد تفككات من نوع α و من نوع β^- التي تسمح مرور ^{226}Ra إلى نواة ^{206}Pb

12

1) أكمل التفاعل النووي التالي : $^{A}_{Z}X + ^{16}_{8}O \longrightarrow ^{18}_{9}F$

2) نظير ^{18}F يفقد 90% من إشعاعه الإبتدائي خلال 399 min

أ / أوجد ثابت الإسعاع لهذا العنصر

ب / إستنتج دور الإشعاع (زمن نصف العمر)

13

البزموت $^{212}_{83}Bi$ يتفكك إلى $^{208}_{81}Tl$ يتبع بإصدار إشعاع γ .

1) أكتب معادلات التفكك .

2) زمن نصف عمر Bi ، $t_{1/2} = 60$ min أحسب ثابت الإشعاع λ . (Ln2 = 0,7)

3) عينة تنتج $1,88 \times 10^{17}$ من التفككات في 6,0 s .

أ/ ماهو نشاط العينة عند لحظة القياس ؟

ب/ ما هو العدد المتوسط للأنوية المشعة المقاسة عندئذ ؟

جـ/ احسب كتلة Bi الموجودة في العينة لحظة القياس .

4) ما هو حجم الهليوم الناتج بعد t = 1min بفرض أن هذا النشاط الإشعاعي يبقى ثابت

5) ماهي قيمة (A) بعد t_3=68h, t_2= 1j, t_1= 1h ماذا تستنتج ؟

$Na = 6,02 \times 10^{23}\ mol^{-1}$ Vm = 22,4 L/mol

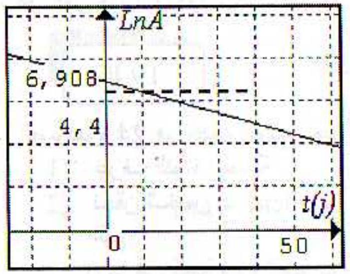
14

يستعمل الفوسفور $^{32}_{15}P$ في الطب و هو منبعث لجسيم β^-

1) أعطي تركيب نواة الفوسفور

2) أكتب معادلة تفكك ^{32}P مع إعطاء قوانين الإنخفاظ و عين نواة البنت من بين :

$_{17}Cl$	$_{16}S$	$_{14}Si$	$_{13}Al$



3) يعطى البيان LnA= f(t)

أ/ أوجد العلاقة النظرية التي تربط LnA و t

ب/ إستنتج بيانيا A_0 و λ ثم أحسب $t_{1/2}$.

Ln2 = 0,7

إذا علمت أن 6,5 µg من الرادون $^{222}_{86}Rn$ تكون في توازن مع 1g من الراديوم $^{226}_{88}Ra$

1) أكتب معادلة التفكك . ما هو نوع الإشعاع الصادر ؟

2) أحسب زمن نصف عمر الراديوم

المعطيات : M (Ra) = 226 g mol^{-1} ، M (Rn) = 222 g mol^{-1}، $t_{1/2}$ (Rn) = 1590 ans

16

يتوفر الكربون الذي يدخل في تركيب المواد العضوية على نسبة قليلة من الأنوية المشعة $^{14}_{6}C$ الت… يؤدي تفككها إلى انبعاث إشعاع β^+

1) أكتب معادلة التفاعل النووي محدد نواة البنت من بين $_5B$, $_6C$, $_7N$, $_8O$
2) أعطى تعريف للدور الإشعاعي و استنتج العلاقة $t_{½} = \frac{Ln2}{\lambda}$
3) الدور الإشعاعي للكربون ^{14}C ، $t_{½}(ans) = 5,5 \times 10^3$ ،إذا كانت m_o كتلة ^{14}C عند اللحظ… $t = 0$.

أوجد بدلالة m_0 الكتلة m عند اللحظة $t_1 = 2\ t_{½}$

4) برهن العلاقة $t = \frac{t_{1/2} Ln\frac{m_0}{m}}{Ln2}$. ثم حدد اللحظة التي يكون فيها $\frac{m}{m_0} = 79\%$
5) تمتص النباتات الحية الكربون الموجود في الغلاف الجوي، و عند موتها يتوقف تطور هذا الإمتصاص ، تعطي عينة من خشب جد قديم 197 تفكك في الدقيقة و تعطى عينة من خشب … العهدة (جديد) لها نفس كتلة العينة السابقة 1350 تفكك في الدقيقة. ما هو عمر الخشب القديم .

17

تفاعل نووي ينتج نظير ^{24}Na (صوديوم) زمن نصف عمره $t_{½} = 15h$.

1) ما هي المدة الزمنية حتى يبقى 1% من هذا النظير؟
2) ما هي النسبة المئوية الباقية خلال 6j ، ماذا تستنتج فيما يخص خطورة هذا النظير المشع؟

18

الثوريوم ^{232}Th ($t_{½}$ = 14 milliard années) هو العنصر الأب لعائلة مشعة عنصرها الأخير هو الرصاص ^{208}Pb .

في الصخور القديمة جدا يتحد Th مع Pb حيث لكل 7g من Th نجد 1g من Pb . نعتبر أن كل Pb ينتج… تفكك Th

ما هو عمر هذه الصخور؟

19

الصوديوم 24 هو عنصر مشع لجسيمات β^- زمن نصف عمره $t_{½}$ (j)

1) عرف النواة المشعة
2) نحقن شخص بـ $10cm^3$ من محلول يحتوي على $^{24}_{11}Na$ تركيزه $10^{-3}mol/L$ فيأخذ مجراه… الدم .

أ/ ما هي كمية مادة الصوديوم في الدم ؟

ب/ إستنتج عدد الأنوية الإبتدائية N_0

3) تعطى العلاقة بين عدد الأنوية N و الزمن t من الشكل

$$Ln N = -46\ 10^{-3}t + 43,241 \quad t(j)$$

أ/ إستنتج زمن نصف العمر و تحقق من قيمة عدد الأنوية الإبتدائية N_0.

ب/ ما هو نشاط الإشعاعي للشخص المحقون ؟

4) أ/ ما هو عدد مولات ^{24}Na المتبقية خلال 6h ؟

ب/خلال هذه المدة (6h) نأخذ $10\ cm^3$ من دم الشخص فنجد $1,5 \times 10^{-8}$ mol من ^{24}Na .

بفرض أن ^{24}Na إنتشر في أعضاء الجسم. فما هو حجم الدم الذي يسري في هذا الشخص؟

20

يصدر بولونيوم $^{210}_{84}Po$ جسيمات α ، و يعطى نواة بنت الرصاص $^{206}_{82}P$

1) أكتب معادلة هذا التفاعل التلقائي
2) نوفر عينة من البولونيوم عند اللحظة $t = 0$ ، كتلتها $m_0 = 210mg$ أحسب عدد النوى المشعة N_0 المحتواة في العينة عند هذه اللحظة
3) الجدول يمثل عدد الانوية N الغير متفككة عند اللحظات t

t jours	0	40	80	120	160	200
$\frac{N}{N_0}$	1	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37
$-Ln\frac{N}{N_0}$						

أ/ أكمل الجدول ثم أرسم البيان $-Ln\frac{N}{N_0} = f(t)$

ب/ إستنتج بيانيا ثابت النشاط الإشعاعي λ ثم أحسب ثابت الزمن τ و زمن نصف عمر لنواة البولونيوم ^{210}Po

4) أحسب النشاط الإشعاعي الإبتدائي A_0؟
5) عند أي لحظة تكون كتلة العينة المتبقية تعادل عشر العينة الإبتدائية ؟

$N_A = 6 \times 10^{23}\ mol^{-1}$

21

مصباح يحتوي على $V= 0,2\ cm^3$ من غاز رادون ^{222}Rn (Radon) الذي نعتبره كغاز مثالي تحت ضغط $P= 0,1bar$ و عند درجة حرارة $T = 30°$ ، دوره $t_{½} = 3,8$ jours .

1) أ/ برهن أن عبارة النشاط الإشعاعي الإبتدائي تعطى بالعلاقة $A_0 = \frac{Ln2}{t_{1/2}} \frac{PV}{RT} N_A$

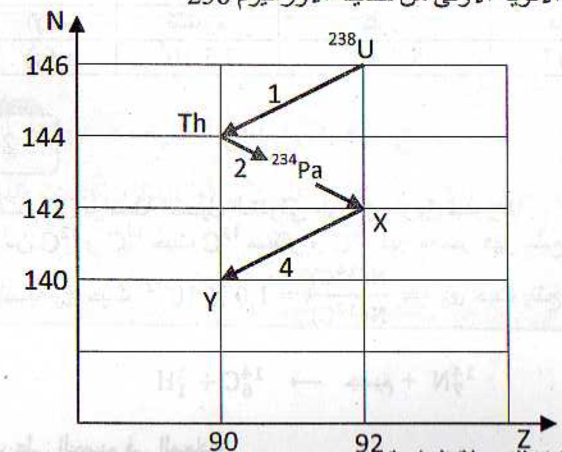
ب/أحسب النشاط الإشعاعي الإبتدائي

2) عيّن اللحظة t أين يكون فيه $A = 60\% A_0$

يعطى : $R = 8,32$ Si (ثابت الغازات المثالية) ، $1\ bar = 10^5$ Pa

22

يعطي المخطط المقابل الانوية الأولى من فصيلة الأورانيوم 238



1) أكتب تعريفا دقيقا للفصيلة المشعة

2) اعتمادا على المخطط حدد العناصر $^{A}_{Z}X$ و $^{A}_{Z}Y$

3) أكتب معادلات التفكك الحاصلة و بين نوع الإشعاع المنبعث؟

4) نوفر على عينة من ^{238}U كتلتها عند اللحظة t تعطى بالعلاقة : $m = 2,5\, e^{\left(-\frac{0,69}{4,5\,10^{9}}\right)t}$

أ/ حدد عدد النوى المشعة الإبتدائية N_0 عند اللحظة $t = 0$ الموجودة في العينة الابتدائية؟

t(ms) / m(mg)

ب/ عرف ثم أحسب الدور الإشعاعي

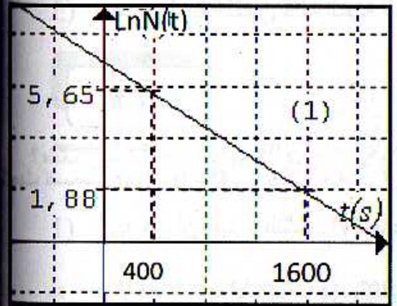
23

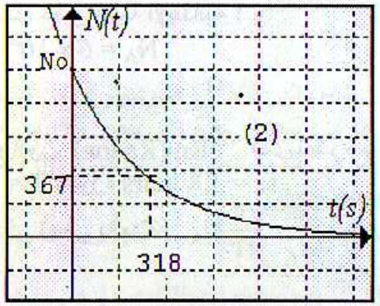
نريد معرفة عنصر نووي مشع .

لهذا الغرض نحقق التجربتين الموضحتين في البيانين (1) و (2)

1) عرّف العنصر المشع

2) اعتمادا على البيانين :





أ/ استنتج ثابت الإشعاع λ و N_0 (عدد الأنوية المشعة الابتدائية) ؟

ب/ ماذا يمثل t =318s ؟

3) ما هو العنصر الموافق من بين

العنصر	^{99}Tc	^{39}Cl	^{52}V
الإسم	تشنيوم	كلور	فاناديوم
τ (s)	$7,5.10^{5}$	$5,2.10^{3}$	318,47

24

تمتص النباتات CO_2 بواسطة التحليل الضوئي ،أو عن طريق جذورها .

CO_2 يتكون من ^{12}C و ^{14}C حيث ^{12}C مستقر و ^{14}C غير مستقر فهو مشع β^-

نفرض أن النسبة α_0 حيث $\alpha_0 = \frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C)} = 1,0 \times 10^{-12}$ حيث ينتج في الغلاف الجوي المرتفع

حسب التفاعل :

$$^{14}_{7}N + \text{جسيم} \longrightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{1}_{1}H$$

1) تعرف على الجسيم في المعادلة

2) أكتب معادلة تفكك $^{14}_{6}C$

3) اشرح لماذا يمكن التاريخ لبعض العناصر بواسطة

4) احسب أقصى عمر t(max) للأشياء التي بمكن التعرف عليها بواسطة هذه الطريقة علما أن أدنى نسبة α_{min}:

$$\alpha_1 = \frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C)} = 1,0.10^{-15} \qquad (\alpha_1 = \alpha_{min})$$

برهن العلاقة التالية أولا : $\left[t_{max} = \frac{t_{1/2}}{Ln2} \times Ln\frac{\alpha_0}{\alpha_1}\right]$

$t_{½}(^{14}C) = 5730$ ans

25

لمعرفة عمر الأحجار التي عاد بها رواد الفضاء APPOLO XI ، نقيس الكميات الموافقة لكل من

(البوتاسيوم 40) ^{40}K (المشع) و الذي يتفكك إلى الأرقون (40 Argon)

(المستقر) المحجوز داخل الصخرة .

عينة كتلتها m= 10,00g من الصخرة تحتوي على حجم V= 82mm³ من ^{40}Ar و كتلة m= 16,6 من البوتاسيوم ^{40}K (الحجوم مقاسة في الشروط المناسبة).

المعطيات : $t_{½}(K) = 1,26 \times 10^{9}$ans $V_m = 22,4$ l $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ mol^{-1}

1) نضع N_{Ar} عدد أنوية ^{40}Ar و N_k عدد أنوية ^{40}K الموجودة في العينة أثناء التحليل أحسب النسبة r حيث $r = \frac{N_{Ar}}{N_K}$

2) نضع N_{K0} عدد أنوية K عند تشكل الصخرة عبر النسبة $\frac{N_K}{N_{K0}}$ بدلالة r .

3) ماهو بعد ثابت الإشعاع λ ؟

4) ما هو عمر الصخرة المحللة ؟

حكمة

قال حكيم : إياك و المزاح فإنه يضيع تاج الشرف و يسقط الهيبة ، و إنك إن مازحت الشريف يحقد عليك ، أو الدنيء يجترئ عليك .

^7_3Li : العنصر الباقي و المستقر حسب النص

^7_3Li ، ^8_3Li ، ^5_3Li عبارة عن نظائر لأن لهما نفس العدد الشحني Z= 3 و عدد النترونات N مختلفة .

07

1) عبارة التناقص الاشعاعي $N = N_0 e^{-\lambda t}$

2) عند اللحظة $t_{1/2}$: $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$

$$-Ln(2) = -\lambda t_{1/2} \Leftarrow Ln(\tfrac{1}{2}) = Ln\, e^{-\lambda t_{1/2}} \Leftarrow \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}}$$

$$t_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda}$$

3) أ/تحديد من البيان كل عينة

نحسب $t_{1/2}(AL)$: $t_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda} = \frac{0,69}{0,00345} \cong 200\ s$

بيانيا : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = \frac{1.10^{20}}{2} = 0,5.\,10^{20}$

بالإسقاط على البيان B نجد $t_{1/2} \cong 200$ s و منه يمكن القول أن البيان B يوافق العينة AL و البيان A يوافق عينة العنصر المجهول

ب / لتحديد العنصر المجهول نبحث عن الكتلة المولية M الموافقة للكتلة m_2 حيث :

$$n_2 = \frac{m_2}{M} = \frac{N_0}{N_A}$$

$$M = m_2 \frac{N_A}{N_0} = 1,66\,10^{-3} \frac{6,023\,10^{23}}{10^{20}} \cong 10\ g\,.\,mol^{-1}$$

$^{10}_5B$ العنصر المجهول : A = M = 10

ج/ حساب كتلة العينة الأولى m_1

$$m_1 = M\frac{N_0}{N_1} = 27\,\frac{10^{20}}{6,023\,10^{23}} = 4,48\,10^{-3}\ g$$

4) النشاط الاشعاعي يعطى بالعلاقة التالية : $A_1(t) = \lambda.N(t_1) = \lambda.\,N_0 e^{-\lambda t_1}$

باستعمال خواص اللوغارتم Ln

$$t_1 = \frac{1}{\lambda} Ln\frac{\lambda N_0}{A_1} \Leftarrow -Ln\frac{\lambda N_0}{A_1} = -\lambda\, t_1 \Leftarrow Ln\left(\frac{A_1}{\lambda N_0}\right) = Ln\, e^{-\lambda t_1}$$

حساب t_1 : $t_1 = \frac{1}{345\,10^{-5}} Ln\left(\frac{345\,10^{-5} x\, 10^{20}}{1380\,10^{13}}\right) = 933\ s$

وهي تقارب النتيجة البيانية

08

1) وحدة A (بيكرل Bq) و هي تمثل 1 تفكك لكل ثانية وهي عبارة عن سرعة التفكك

2) أ/ نتحصل على ثابت الزمن برسم المماس للبيان عند اللحظة t = 0 بيانيا $\tau \cong 11,7\,j$ ما يعادل ($\tau \cong 1,01 x\, 10^6$ s)

ب/ ثابت النشاط الإشعاعي $\lambda = \frac{1}{\tau} = 9,9\,10^{-7}\ s^{-1}$

ب/ حساب t :

لدينا عبارة التناقص الاشعاعي $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ، بضرب الطرفين بـ λ:

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Leftarrow A(t) = A_0\, e^{-\lambda t} \Leftarrow \lambda N(t) = \lambda N_0\, e^{-\lambda t}$$

باستعمال خواص اللوغارتم Ln : $\Leftarrow Ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = Ln(e^{-\lambda t})$

$$t = -\frac{1}{\lambda}\, Ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

$$t = \frac{1}{9,9\,10^{-7}} Ln\frac{3}{10} = 12,16\,10^5\ s$$

3) زمن نصف العمر هو زمن للازم لتناقص نصف العينة الابتدائية : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$ و منه

$$A(t_{1/2}) = \frac{A_0}{2}$$

$$t_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda} = \tau\, Ln2 \Leftarrow Ln\left(\frac{1}{2}\right) = Ln\left(e^{-\lambda t_{1/2}}\right) \Leftarrow \frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\lambda t_{1/2}}$$

4) عدد النوى N_0 : $A_0 = \lambda N_0 \Leftarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{1,0.10^6}{9,9.10^{-7}} \cong 1,0.\,10^{12}$

5) تعطى النسبة المتبقية بالعلاقة : $\frac{N(t)}{N_0}$

$$N(\tau) = N_0\, e^{-(\frac{1}{\tau})\tau} \Leftarrow N(\tau) = N_0\, e^{-\lambda t}$$

$$\frac{N(\tau)}{N_0} = \frac{1}{e} = 0,37 \Leftarrow N(\tau) = N_0\, e^{-1}$$

معناه عند اللحظة $t = \tau$ **بقي37 %** من العينة الابتدائية و **تفكك 63 %**

6) بعد مرور سنة : t = 365 j

$$A(365\,j) = A_0\, e^{-\frac{365}{11,7}} = 10^6 e^{-31,2} = 2,82 x\, 10^{-8}\ Bq$$

$$N(365\,j) = \frac{A(365)}{\lambda} = \frac{2,82\,10^{-8}}{9,9\,10^{-7}} = 2,82 x\, 10^{-2} < 1\ (\text{انواة})$$

بعد سنة لا أثر الإيود ^{131}I في جسم الكائن الحي .

09

1) معادلة التفكك :

$$^{222}_{86}Rn \rightarrow {}^4_2He + {}^A_ZX \qquad \begin{cases} A = 222 - 4 = 218 \\ Z = 86 - 2 = 84 \end{cases}$$

النواة البنت الناتجة هي : $^{218}_{84}Po$ نظير البولونيوم

2) ثابت نشاط الاشعاعي λ : $\lambda = \frac{Ln2}{t_{1/2}} = \frac{Ln2}{3,8} = 0,18\ j^{-1}$

3) عدد النوى N_0

$$N_0 = \frac{m}{M}N_A = \frac{0,1\,10^{-3}}{222}\, 6,02\,10^{23} = 2,7\,10^{17} \Leftarrow \frac{N_0}{N_A} = \frac{m}{M}$$

4) النشاط الاشعاعي الابتدائي A_0

(يجب تحويل λ إلى s^{-1}) λ=0,18x24x3600=15552 s

$$A_0 = \lambda\, N_0 = 15552\ x\ 2,7\,10^{17} = 4,2x\,10^{21}\ Bq$$

5) حساب المدة t : **راجع التمرين 6**

$$t = -\frac{1}{\lambda}\,Ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\frac{1}{0{,}18}\,Ln\left(\frac{1{,}5\ 10^{19}}{4{,}2\ 10^{21}}\right) \cong 31{,}3\ j$$

10

1) $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ، $\lambda = \frac{Ln2}{t_{1/2}}$

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{Ln2}{t_{1/2}}t} \Leftarrow N(t) = N_0 e^{Ln2.\frac{-t}{t_{1/2}}}$$

باستعمال خواص الأس: $e^{xy} = (e^x)^y$ $\quad N(t) = N_0\left(e^{Ln2}\right)^{\frac{-t}{t_{1/2}}} = N_0\, 2^{\frac{-t}{t_{1/2}}} = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{t_{1/2}}}}$

2) النسبة المتبقية $\frac{N(t)}{N_0}$: من العلاقة السابقة $(t_{1/2} = 8)$ $\quad \frac{N(t)}{N_0} = \frac{1}{2^{\frac{t}{t_{1/2}}}} = \frac{1}{2^{\frac{t}{8}}}$

3)

t (j)	8	32	365
$\frac{N(t)}{N_0}$	0,5 = 50%	0,25 = 25%	$1{,}8\ 10^{-12}$

11

1) معادلة التفكك : ${}^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{222}_{86}Rn$

2) زمن نصف العمر : $t_{½} = \frac{Ln2}{\lambda} = 5{,}1 \times 10^{10}\ s \Rightarrow t_{½} \cong 1616{,}5\ ans$

3) ملء الجدول :

t	0	$t_{½}$	$2t_{½}$	$3t_{½}$	$4t_{½}$
m	m_0	$\frac{m_0}{2}$	$\frac{m_0}{4}$	$\frac{m_0}{8}$	$\frac{m_0}{16}$
µg	73,6	36,8	18,4	9,2	4,6

1) أ / العائلة المشعة هي مجموعة من النوى الناتجة من نواة أصلية بعد سلسلة من التفككات

ب / ${}^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{94}_{82}Pb + A\,{}^{4}_{2}He + B\,{}^{0}_{-1}e$

$$\begin{cases} 226 = 206 + 4A + B(0) & \Rightarrow A = 5 \\ 88 = 82 + 2A + 2A - B & \Rightarrow B = 4 \end{cases}$$

إذن يكون إصدار 5 جسيمات α و 4 الكترونات

12

1) معادلة التفاعل : ${}^{2}_{1}H + {}^{16}_{8}O \longrightarrow {}^{18}_{9}F$

2) أ / من العلاقة $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Leftarrow \lambda t = Ln\frac{N_0}{N}$

يفقد 90 % بمعنى تفكك 90 % و بقي 10%

N هو عدد الأنوية المتبقية عند اللحظة t . $N = 100\% - 90\% = 10\% \Leftarrow \frac{N}{N_0} = 10$

$$\lambda = \frac{1}{366}\,Ln\frac{100}{10} = 62{,}9\ 10^{-4}\ min^{-1}$$

ب / دور الإشعاع $(t_{1/2})$: $t_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda} = \frac{0{,}69}{62{,}9\ 10^{-4}} = 110\ min$

13

1) معادلة التفكك :

$${}^{212}_{83}Bi \longrightarrow {}^{208}_{81}Ti^{*} + {}^{4}_{2}He$$
$${}^{208}_{81}Ti^{*} \longrightarrow {}^{208}_{81}Ti + \gamma$$

2) حساب λ : $\lambda = \frac{Ln2}{t_{1/2}} = \frac{0{,}7}{60 \times 60} = 1{,}95\ .\ 10^{-4}\ s^{-1}$

3) أ/ نشاط العينة A (عدد التفككات خلال 1 ثانية)

$$A = \frac{1{,}88\ 10^{17}}{6} = 3{,}1\ 10^{16}\ Bq$$

ب/ عدد الأنوية N : $N = \frac{A}{\lambda} = \frac{3{,}1\ 10^{16}}{1{,}95\ 10^{-4}} = 1{,}6\ 10^{20}$

ج/ كتلة العينة m : $m = \frac{N}{N_A} \times M = \frac{1{,}6\ 10^{20}}{6{,}02\ 10^{23}} \times 212 = 56{,}35\ 10^{-3}\ g$

4) حجم الهيليوم الناتج : حسب الفرضية الموجودة في النص A (ثابت) و منه عدد النوى المتفككة تبقى ثابتة $N = 1{,}6 \times 10^{20}$

عدد الذرات الناتجة ${}^{4}_{2}He$ = عدد الذرات Bi المتفككة $(1{,}6\ 10^{20})$.

بمعنى ينتج $1{,}6\ 10^{20}$ ذرة من الهيليوم .

$$V = \frac{1{,}6\ 10^{20}}{6{,}02\ 10^{23}} \times 22{,}4 = 5{,}95\ 10^{-3}\ L = 5{,}95\ cm^3 \Leftarrow n = \frac{V}{V_m} = \frac{N}{N_A}$$

5) باستعمال العلاقة $A = A_0 e^{-\lambda t}$ نكمل الجدول

t(h)	0	1	24	68h
A Bq	$3{,}1 \times 10^{16}$	$1{,}5 \times 10^{16}$	$1{,}5 \times 10^{9}$	$5{,}75 \times 10^{-5}$

عند اللحظة $t = 68\ h$: $N = \frac{A}{\lambda} = \frac{5{,}75\ 10^{-5}}{1{,}95\ 10^{-4}} = 0{,}29 < 1$

بعد هذه اللحظة العينة لا تحتوي على نواة مشعة

14

1) ${}^{32}_{15}P$: تحتوي نواة الفسفور على $Z = 15$ بروتون و $N = A - Z = 17$ نترون

2) معادلة تفكك نواة ${}^{32}P$: ${}^{32}_{15}P \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{A}_{Z}X$

$$\begin{cases} 32 = 0 + A \Rightarrow A = 32 \\ 15 = -1 + Z \Rightarrow Z = 16 \end{cases}$$

نواة البنت الناتجة هي ${}^{32}_{16}S$

3) أ/ العلاقة النظرية :

$$LnA = LnA_0 + Ln\,e^{-\lambda t} \Leftarrow LnA = Ln\left(A_0 e^{-\lambda t}\right) \Leftarrow A = A_0 e^{-\lambda t}$$

$$LnA = -\lambda t + LnA_0$$

ب/ تحليل البيان : البيان عبارة عن خط مستقيم لا يشمل المبدأ معادلة من الشكل $LnA = -at + b$ (العلاقة البيانية)

حساب المعاملات :

b = 6,908   b (تقاطع البيان مع محور التراتيب)

a (معامل التوجيه) : $-a = \frac{\Delta LnA}{\Delta t} = \frac{(4,4-6,9)}{(50-0)} = -0,05 \Rightarrow a = 0,05$

المطابقة : نطابق العلاقة النظرية بالعلاقة البيانية

$$t_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda} = \frac{0,7}{0,05} = 14j$$

15

1) معادلة التفكك : $^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$ نوع الإشعاع الصادر هو α

2) عند التوازن عدد الذرات المتشكلة من Rn تساوي عدد الذرات المتفككة من Ra في وحدة من الزمن :

$$-\frac{dN(Ra)}{dt} = -\frac{dN(Rn)}{dt}$$

$$\lambda_{Ra}N(Ra) = \lambda_{Rn}N(Rn)$$

لدينا : $\lambda = \frac{Ln2}{t_{1/2}}$ ، $N = \frac{m}{M}N_A$

$$\frac{Ln2}{(t_{1/2})_{Ra}}\frac{m_1}{M_1}N_A = \frac{Ln2}{(t_{1/2})_{Rn}}\frac{m_2}{M_2}N_A$$

$$(t_{1/2})_{Ra} = \frac{m_1}{M_1}\frac{M_2}{m_2}(t_{1/2})_{Rn} = \frac{1}{226}\frac{222}{6,5\,10^{-6}}1590 = 240,3\,10^6 \text{ ans}$$

16

1) معادلة التفاعل النووي β^- لنواة ^{14}C : $^{14}_{6}C \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$ $\left\{\begin{array}{l} A = 14 \\ Z = 7 \end{array}\right.$

النواة الناتجة من هذا التفكك $^{14}_{7}N$

2) الدور الاشعاعي (نصف العمر) هي المدة اللازمة لتفكك نصف العينة الابتدائية

$m(t) = m_0e^{-\lambda t}$ و $m(t_{1/2}) = \frac{m_0}{2}$

$$t_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda} \Leftarrow \frac{m_0}{2} = m_0e^{-\lambda . t_{1/2}} \Leftarrow m(t_{1/2}) = m_0e^{-\lambda . t_{1/2}}$$

3) عند اللحظة $t=2t_{1/2}$ تكون m

$$m(2t_{1/2}) = m_0\, e^{-\frac{Ln2}{t_{1/2}}\times 2t_{1/2}} = m_0\, e^{-Ln4}$$

$$m = \frac{m_0}{4} \qquad \left(e^{-Ln4} = \frac{1}{e^{Ln4}} = \frac{1}{4}\right)$$

4) لنبرهن العلاقة : $\frac{m}{m_0} = e^{-\frac{Ln2}{t_{1/2}}\times t} \Leftarrow m = m_0\, e^{-\lambda t} = m_0\, e^{-\frac{Ln2}{t_{1/2}}\times t}$

باستعمال خواص اللوغاريتم :

$$t = \frac{t_{1/2} . Ln\frac{m_0}{m}}{Ln2} \Leftarrow -Ln\frac{m_0}{m} = -\frac{Ln2}{t_{1/2}}\times t \Leftarrow Ln\frac{m}{m_0} = Ln\left(e^{-\frac{Ln2}{t_{1/2}}\times t}\right)$$

$$\frac{m_0}{m} = \frac{1}{0,79} \Leftarrow \frac{m}{m_0} = 0,79$$

بعد الحساب نجد t = 1852 ans

5) (A_0) نشاط العينة الجديدة و (A) نشاط العينة القديمة

$$t = \frac{t_{1/2}Ln\frac{A_0}{A}}{Ln2} \Leftarrow A = A_0\, e^{-\frac{Ln2}{t_{1/2}}\times t}$$

$$t = \frac{t_{1/2}Ln\frac{A_0}{A}}{Ln2} = \frac{5,5\,10^3\, Ln\frac{1350}{197}}{Ln2} = 15\,123 \text{ ans}$$

إذن عمر العينة القديمة هو t= 15123 ans

17

1) حساب المدة الزمنية : يبقى 1% $\Leftarrow \frac{N(t)}{N_0} = \frac{1}{100}$

قانون التناقص الاشعاعي : $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$

$$Ln\frac{N(t)}{N_0} = Ln\, e^{-\lambda t} \Leftarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$t = -\frac{1}{\lambda}Ln\frac{N(t)}{N_0} = \frac{t_{1/2}}{Ln2}Ln\frac{N(t)}{N_0}$$

$$t = -\frac{15}{0,69}Ln\frac{1}{100} \cong 100 \text{ h}$$

2) النسبة المؤوية المتبقية خلال (6j) :

3) $\frac{N(6j)}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{Ln2}{t_{1/2}}\times t} = e^{-\frac{0,69}{15}6\times 24} = 0,0013 = 0,13\%$

بعد t=6j عدد النوى المشعة تمثل 1/1000 . مثل هذه النواة المشعة التي لها نصف العمر قصير لا تشكل أية خطورة بحيث يكفي عزلها بضعة أيام و يختفي إشعاعها

18

ليكن N_0 عدد ذرات Th الابتدائية لحظة تشكل الصخور و N(t) عدد الذرات المتبقية اليوم حيث : $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$ ، t هو عمر الصخور

عدد ذرات Pb المشكلة من تفكك Th هي N_1 حيث $N_1 = N_0 - N(t)$

نحسب النسبة الكتلية : $\frac{m(Th)}{m(Pb)}$ حسب النص $\frac{m(Th)}{m(Pb)} = \frac{7}{1}$

$$m = \frac{N}{N_A} M \quad \begin{cases} m(Th) = \frac{N(t)}{N_A} 232 \\ m(Pb) = \frac{N_1}{N_A} 208 \end{cases}$$

$$\frac{m(Th)}{m(Pb)} = \frac{232\,N(t)}{208\,N_1} = \frac{232\,N(t)}{208\,(N_0 - N(t))} = \frac{7}{1}$$

$\frac{N_0}{N(t)} = \frac{1}{e^{-\lambda t}} = e^{\lambda t}$ مع العلم ان $\frac{232.1}{208\,(\frac{N_0}{N(t)} - 1)} = 7$

$$\lambda t = Ln\,(1,159) \Leftarrow e^{\lambda t} - 1 = \frac{232.1}{208 \times 7} = 1,159 \Leftarrow \frac{232.1}{208\,(e^{\lambda t} - 1)} = 7$$

$$\Leftarrow \quad t = \frac{Ln\,(1,159)}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{Ln2} Ln\,(1,159).$$

$$t = \frac{14 \times 0,148}{0,69} \cong 3 \text{ milliard annees .}$$

19

1) النواة المشعة هي نواة غير مستقرة تتفكك الى نواة بنت و تصدر إشعاعات (γ ،β^+ ، β^- ، α)

2) أ/ كمية مادة الصوديوم في الدم : $n_0 = CV = 10^{-3} x10\ x10^{-3} = 10^{-5}$ mol

ب/ $N_o = n_0 N_A = 10^{-5} \times 6,02x10^{23} = 6,02\ x10^{18}$

3) أ/ حسب قانون التناقص الاشعاعي: $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$

$Ln\,N(t) = -\lambda\, t + Ln\,N_0 \Leftarrow N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$

و لدينا العلاقة $Ln\,N = -46\ 10^{-3} t + 43,241$

بالمطابقة $\lambda = 46.\ 10^{-3}\ j^{-1} \Leftarrow t_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda} = \frac{0,69}{46.10^{-3}} = 15\ j$

و $Ln\,N_0 = 43,241 \Leftarrow N_0 = e^{43,241} = 6,016\ 10^{18}$ و هي نفس النتيجة تقريبا

ب / النشاط الاشعاعي A_0 : $A_0 = \lambda N_0 = \frac{Ln2}{t_{1/2}} N_0$

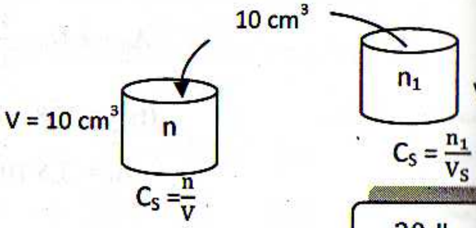
$$A_0 = \frac{0,69}{15.3600} 6,02\ x10^{18} = 7,70\ 10^{13}\ Bq$$

4) بعد $t = 6\ h$ يبقى $N_1(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$ ، نقسم الطرفين على N_A :

$$\frac{N_1(t)}{N_A} = \frac{N_0}{N_A} e^{-\lambda t} \Leftarrow n_1(t) = n_0\, e^{-\lambda t} = \mathbf{n_0\, e}^{-\frac{Ln2}{t_{1/2}} x\, t}$$

$$n_1(6\ h) = 10^{-5}\, e^{-\frac{0,69}{15} 6} = 7,58\ 10^{-6}\ mol$$

ج / ليكن V_S حجم الدم عند اللحظة $t = 6\ h$ تركيزه C_S و عدد مولاته n_1 حيث $C_S = \frac{n_1}{V_S}$



المحلولان لهما نفس اتركيز C_S

$$V_S = \frac{n_1}{n} V \Leftarrow \frac{n_1}{V_S} = \frac{n}{V}$$

$$V_S = \frac{7,58\ .10^{-6}}{1,5.10^{-8}} X\ 10.\ 10^{-3} = 5\ L$$

20

1) معادلة التفكك: $^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{4}_{2}H + {}^{206}_{82}Pb$

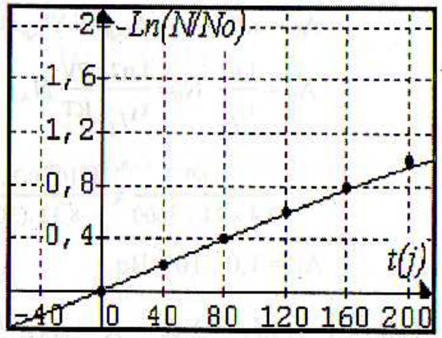
2) عدد الأنوية N_0 المشعة في العينة mo :

$$N_0 = \frac{m}{M} N_A = \frac{210\ 10^{-3}}{210} 6\ .\ 10^{23} = 6\ 10^{20}$$

3) أ / ملء الجدول

t(j)	0	40	80	120	160	200
N/No	1	0,82	0,67	0,55	0,45	0,37
- Ln(N/No)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1

رسم البيان : $-Ln\,(N/No) = f(t)$



البيان عبارة عن خط مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل :

$-Ln\,(N/No) = at$ (العلاقة البيانية)

ب / و لدينا العلاقة النظرية : $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t} \Leftarrow -Ln\frac{N}{N_0} = \lambda t$

بالمطابقة $\lambda = a$ (معامل التوجيه) :

$$\lambda = a = \frac{\Delta\left(-Ln\frac{N}{N_0}\right)}{\Delta t} = \frac{0,8-0,4}{160-80} = 5\ .\ 10^{-3}\ j^{-1}$$

حساب ثابت الزمن τ : $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{5.10^{-3}} = 200\ j$

زمن نصف العمر $t_{1/2}$: $t_{1/2} = \frac{Ln2}{\lambda} = \frac{0,69}{5\ 10^{-3}} = 138\ j$

4) النشاط الإشعاعي A_0 : $A_0 = \lambda N_0 = \frac{Ln2}{t_{1/2}} N_0$

$(t_{1/2} = 138 \times 24 \times 3600\ s)$

بعد الحساب نجد $A_0 = 3,5\ 10^{13}\ Bq$

5) عند اللحظة t : $m(t) = \frac{m_0}{10}$

و لدينا العلاقة $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$

$$t = \frac{Ln10}{\lambda} \Leftarrow Ln\frac{1}{10} = Ln\, e^{-\lambda t} \Leftarrow \frac{m_0}{10} = m_0 e^{-\lambda t}$$

$$t = \frac{2,3}{5\ 10^{-3}} = 460,5\ j$$

21 #

1) قانون الغاز المثالي : $PV = n_0 R T$ / $n_0 = \frac{N_0}{N_A}$

$T(K) = 273+3 = 303$ / $V(m^3) = 0,2 . 10^{-6}$ / $P(Pa) = 1 . 10^5$

$$N_0 = \frac{PV}{RT} N_A \Leftarrow PV = \frac{N_0}{N_A} R T$$

أ/ النشاط الاشعاعي الإبتدائي A_0 : $A_0 = \lambda N_0$

$$A_0 = \frac{Ln2}{t_{1/2}} N_0 = \frac{Ln2}{t_{1/2}} \frac{PV}{RT} N_A$$

$$A_0 = \frac{0,69}{3,8 \times 24 \times 3600} \times \frac{1.10^5.0,2.10^{-6}}{8,32.(303)} \times 6,023.10^{23}$$

$$A_0 = 1,0 . 10^{13}\ Bq$$

2) لدينا العلاقة : $-Ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = -\lambda t \Leftarrow Ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = Ln(e^{-\lambda t}) \Leftarrow A = A_0 e^{-\lambda t}$

$$t = \frac{1}{\lambda} Ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = \frac{t_{1/2}}{Ln2} Ln\frac{A_0}{A} = \frac{3,8}{0,69} Ln\frac{1}{0,6} = 2,8\ j$$

22 #

1) الفصيلة المشعة لنواة معينة هي مجموعة من النوى الناتجة عن نفس النواة الأصلية عبر سلسلة من التفككات

2) من المخطط :

- $^{234}_{92}U$ هي نواة $^{A}_{Z}X \Leftarrow \begin{cases} A = N + Z = 142 + 92 = 234 \\ Z = 92 \end{cases}$
- $^{230}_{90}Th$ هي نواة $^{A}_{Z}Y \Leftarrow \begin{cases} A = N + Z = 140 + 90 = 230 \\ Z = 90 \end{cases}$

3) معادلات التفكك :

معادلة 1 : $^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{234}_{90}Th$ (α)

معادلة 2 : $^{234}_{90}Th \longrightarrow {}^{234}_{91}Pa + {}^{0}_{-1}e$ (β^-)

معادلة 3 : $^{234}_{91}Pa \longrightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{0}_{-1}e$ (β^-)

معادلة 4 : $^{234}_{92}U \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{230}_{90}Th$ (α)

4) لدينا العلاقة : $m = m_0 e^{-\lambda t}$

بالمطابقة : $m_o = 2,5\ mg = 2,5\ 10^{-3}\ g$

أ/ عدد النوى المشعة الإبتدائية N_0 :

$$N_0 = \frac{m_0}{M} N_A = \frac{2,5\ 10^{-3}}{238} 6,02\ 10^{23} = 6,32\ 10^{18}$$

ب/ الدور الاشعاعي : (نصف العمر) و الزمن اللازم لبقاء نصف عدد النوى N_0.

بالمطابقة أيضا : $t_{1/2} = 4,5\ 10^{9}\ ms \Leftarrow \lambda = \frac{Ln2}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{4,5\ 10^{9}}$

$$t_{1/2} = 4,5\ 10^{6}\ s$$

23 #

1) العنصر المشع هو الغير مستقر الذي يتفكك و يصدر اشعاعات مثل (α ، β^- ، β^+ ، γ)

2) من البيان رقم 1 : $Ln\,N(t) = -\lambda t + Ln\,N_0 \Leftarrow N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

- λ (معامل التوجيه) : $\lambda = -\frac{\Delta LnN}{\Delta t} = -\frac{1,88-5,65}{(1,6-0,4)10^3} = 3,14\ 10^{-3}\ s^{-1}$
- ثابت الزمن τ : $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{3,14.10^{-3}} = 318,47s$

من البيان رقم 2

ب/ نلاحظ أن $t=318\ s \cong \tau$ الذي يوافق $37\%\ N_0$

و منه $N_0 = \frac{367}{0,37} = 992 \Leftarrow 0,37N_0 = 367$

3) العنصر الموافق هو الفاناديوم ^{52}V : $\tau = =318,47s$

1) المعادلة تكتب على الشكل : $^{14}_{7}N + ^{A}_{Z}N \rightarrow ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}H$

باستعمال قوانين انحفاظ الشحنة و النكليونات نجد $A = 1$ و $Z = 0$

إذن الجسيم هو نترون $^{1}_{0}n$

2) معادلة تفكك $^{14}_{6}C$: $^{14}_{6}C \rightarrow ^{0}_{-1}e + ^{14}_{7}N$

3) عند موت كائن حي فإنه يتوقف عن امتصاص الكربون .
كمية ^{12}C تبقى ثابتة لأنه عنصر مستقر أما ^{14}C فإن كميته تتناقص لأنه غير مستقر

فتصبح النسبة عند الموت $\alpha(t) = \left[\frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C)}\right]_{t=0} = \alpha_0 = 10^{-12}$

ثم مع مرور الزمن تتناقص لأن ^{14}C يتناقص مع مرور الزمن (غير مستقرة و يتفكك) حسب التناقص الاشعاعي

4) بما أن ^{12}C مستقر غير مشع فإن $N(^{12}C)$ ثابت $\forall t$

أما ^{14}C فهو غير مستقر (مشع) فإن $N(^{14}C) = N_0(^{14}C)(e^{-\lambda t})$

فتصبح النسبة : $\alpha(t) = \left[\frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C)}\right]_{t} = \left[\frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C)}\right]_{t=0}\left(e^{-\lambda t}\right) = \alpha_0 e^{-\lambda t}$

فتصبح العلاقة : $\alpha(t) = \alpha_0 e^{-\lambda t}$

نستنتج $t = -\frac{1}{\lambda} Ln \frac{\alpha(t)}{\alpha_0} = \frac{t_{1/2}}{Ln2} Ln \frac{\alpha_0}{\alpha_{(t)}}$.

t بدلالة $\alpha_{(t)}$ تناسب عكسي

لما $t = t_{max}$ يوافق $\alpha = \alpha_{min}$ التي يمكن كتابتها كما يلي : $\alpha(t_{max}) = \alpha_{min} = \alpha_1$

$$t_{max} = \frac{t_{1/2}}{Ln2} Ln \frac{\alpha_0}{\alpha_1}$$

$$t_{max} = \frac{5730}{0,69} Ln \frac{10^{-12}}{10^{-15}} \cong 57\,000 \text{ ans}$$

1) بصفة عامة : $n = \frac{m}{M} = \frac{V}{V_m} = \frac{N}{N_A}$

فيما يخص غاز ^{40}Ar : $N_{Ar} = \frac{V}{V_m} N_A$

فيما يخص غاز ^{40}K : $N_K = \frac{m}{M_K} N_A$

فتصبح النسبة r : $r = \frac{N_{Ar}}{N_K} = \frac{V}{V_m}\frac{M_K}{m}$ / الوحدات $V(m^3)$ ، $m(g)$

$$r = \frac{82\ 10^{-9}\ 40}{22,4\ 10^{-3}\ 16,6\ 10^{-6}} = 8,82$$

2) أثناء التحول الاشعاعي ، البوتاسيوم ^{40}K يتفكك إلى ^{40}Ar (مستقر لا يتفكك)(إذن عند تكون الصخرة عدد ذرات البوتاسيوم N_{K_0} تحتوي على K و Ar
و منه

$$N_{K_0} = N_k + N_{Ar}$$

بمعنى آخر:
عدد ذرات الإبتدائية لتكوّن الصخرة N_{K_0} يساوي عدد الذرات المتفككة (نفسها المشكلة لذرات Ar) +عدد ذرات N(K) للبوتاسيوم المتبقية

$$N(k) = N_{K_0} e^{-\lambda t} \quad ....(1)$$

$$N_{K_0} = N_k + N_{Ar} \quad ......(2)$$

$$\frac{N_K}{N_{K_0}} = \frac{N_K}{N_K + N_{Ar}} = \frac{1}{1+\frac{N_{Ar}}{N_K}} = \frac{1}{1+r} \quad .....(3)$$

3) وحدة ثابت الإشعاعي λ : من العلاقة (1)

$$\lambda = \frac{1}{t} Ln \frac{N_{K_0}}{N_K} \Leftarrow Ln \frac{N_K}{N_{K_0}} = -\lambda t \ ....(4)$$

($Ln \frac{N_{K_0}}{N_K}$ هو عدد بدون وحدة إذن λ تأخذ مقلوب t بمعنى s^{-1})

4) عمر الصخرة t : من العلاقة (3) و(4) : $Ln \frac{N_K}{N_{K_0}} = -\lambda t$ نعوض $\frac{N_K}{N_{K_0}}$ بـ $\frac{1}{1+r}$

$$t = \frac{t_{1/2}}{Ln2} Ln(1+r) \Leftarrow Ln \frac{1}{1+r} = -\frac{Ln2}{t_{1/2}} t$$

$$t = \frac{1,26\ 10^9}{0,69} Ln(1+8,82) \cong 4,17\ 10^9 \text{ ans}$$

تمارين

01

أكمل المعادلات التالية موضحا طبيعة التحولات : إندماج، إنشطار، نشاط إشعاعي (α,β^+,β^-) :

أ	$^{124}_{Z}I \longrightarrow ^{0}_{-1}e + ^{A}_{54}Xe$
ب	$^{2}_{1}H + ^{3}_{Z}H \longrightarrow ^{4}_{2}H + x^{1}_{0}n$
ج	$^{60}_{Z}Ni \longrightarrow ^{A}_{28}Ni + \gamma$
د	$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{94}_{39}Y + ^{140}_{Z}I + x^{1}_{0}n$
ه	$^{235}_{92}U \longrightarrow ^{4}_{2}He + ^{A}_{Z}Th$
و	$^{2}_{1}H + ^{A}_{1}H \longrightarrow ^{1}_{0}n + ^{3}_{Z}He$

نواة الأوكسجين تحتوي على 8 بروتونات و 8 نترونات

02

1- إعطي رمز لهذه النواة

2 - احسب شحنتها و كتلتها بالوحدات U و Kg

$N_A = 6.02\times10^{23}\ mol^{-1}$ $1U = 1.67\times10^{-27}\ Kg$ $|e| = 1.6\times10^{-19}\ C$

03

نواة البولونيوم $^{210}_{84}Po$ مشعة ل α و تتحول إلى نواة الرصاص $^{206}_{82}Pb$

1- أكتب المعادلة النووية الموافقة لهذا التحول؟

2- أحسب ضياع الكتلة للجملة ؟

3- إستنتج الطاقة المحررة ب J و MeV

4- بفرض أن نواة الأم و نواة البنت في حالة راحة و أن الجملة معزولة ، أحسب سرعة إنبعاث جسيمات α المنتجة ؟ مع تحديد الشرط

m(Po) = 209,9369 u m(Pb) = 205,9296 u m(He) = 4,0015 u

04

البوتاسيوم $^{40}_{19}K$ يتفكك الى الكالسيوم Ca و يصدر إشعاع β^- .

الإشعاع الضوئي γ ينبعث بطاقة متوسطة 0.15 (MeV)

1- أكتب معادلة تفكك نواة ^{40}K ؟

2- احسب الطاقة المحررة أثناء هذا التفكك علما أن نواة ^{40}K في حالة راحة .

3- على أي شكل تظهر هذه الطاقة ؟

4- إستنتج الطاقة الحركية لجسيم β^- .

M(K) = 39 ,95355 u M(Ca) = 39,95159 u M(e) = 0 ,000549 u

05

نواة البيريليوم $^{10}_{4}Be$ لها كتلة m = 10,0113 u

1) اعطي تركيب لهذه النواة؟

2) احسب النقص في الكتلة ؟

3) استنتج طاقة الربط ثم طاقة الربط لكل نوية بوحدتي(j و MeV)

4) احسب كتلة ذرة ^{10}Be بـ (u)

Mn = 1,00866 u Mp = 1,00727 u M(e) = 0,00055 u

06

1) نواة $^{238}_{92}U$ مشع لجسيم α . أكتب معادلة تفككه؟

2) لتكن لدينا ثلاث نواة : $^{238}_{92}U$ ، $^{238}_{90}Th$ ، $^{238}_{82}Pb$

أ/ عرف طاقة الربط؟

ب/ احسب طاقة الربط لكل نوية للنويات الثلاثة Mev/nuc

ج/ ماهي النواة أقل إستقرارا. علل.

m (U) = 238,00031 u m(Th) = 233,99422 u m(Pb) = 205,92905 u

07

البزميث $^{212}_{Z}Bi$ مشع لـ α . نواة الأم هي نظير لعنصر التاليوم $^{A}_{81}TI$

1) أكتب معادلة التفكك التلقائي ثم أوجد قيم A و Z

2) أحسب الطاقة المحررة أثناء تفكك نواة ^{212}Bi

3) أحسب الطاقة الحركية لجسيم α علما أن نواة الأم و البنت في حالة راحة و التفاعل لا ينتج أي إشعاع كهرومغناطيسي

4) أثناء تفاعل نواة ^{212}Bi ينبعث إشعاع γ بطاقة 0,47 MeV. أحسب $Ec(\alpha)$

5) نشاط عينة Bi ، $A= 3.10^{12}$ Bq. الجسيمات α يتم توقفها بواسطة ورقة الألومينيوم و لا يتم امتصاص جسيمات γ . أحسب الاستطاعة المحولة إلى ورقة الألومنيوم ، إذا سلمنا بأن الآليتين في السؤالين 3 و 4 لهما نفس إحتمال التحقق

$m(\alpha)$ = 4,00150 u m(TI) = 207,93745 u m(Bi) =211,94562 u

08

ما رأيك فيما يخص الإقتراحات التالية :

1- طاقة الربط لنواة ^{30}P تقدر بـ 123MeV

2- طاقة الربط لنواة ^{1}H تقدر بـ 1,2 MeV

3- 1 u تعادل $\frac{1}{12}$ من كتلة نواة ^{12}C

09

داخل بطارية ذرية يحدث التفاعل التالي: $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{94}_{38}Sr + ^{140}_{Z}Xe + x^{1}_{0}n$

أ/ أوجد قيم كل من z و x

ب/ أحسب الضياع في الكتلة Δm

ج/ أحسب الطاقة المحررة لنواة ^{235}U

د/ المفاعل النووي يستخدم يوميا 3,0 kg من ^{235}U

هـ/ أحسب الطاقة المحررة عند استخدامه لهذه الكتلة

و/ المفاعل ينتج طاقة كهربائية بمردود r = 33% ,أحسب هذه الطاقة ثم استنتج استطاعة المفاعل النووية

$$r = \frac{\text{الطاقة الكهربائية}}{\text{الطاقةالنووية(إنشطار)}}$$

m(U)= 234,99332 u / m(Sr)= 93,89446 u / m(Xe)= 139,88909 u / m(n)= 1,00866 u

10 #

المعطيات :

$N_A = 6,023 \times 10^{23}\ mol^{-1}$	U(235) = 234,99346 u
$1\ u = 1,66 \times 10^{-27}$ kg	Xe(140) = 139,891997 u
$C = 3 \times 10^8\ mS^{-1}$	Sr(94) = 93,894521 u
$1\ u = 931,\ Mev/c^2$	$^1_0n = 1,008665$ u
	Proton =1,0072764

1) أ / أحسب النقص في الكتلة لنواة ^{235}U

ب/ أحسب طاقة الربط نويات نواة ^{235}U

ج/ إستنتج طاقة الربط لكل نوية

2) ينشطر ^{235}U بقذفه بواسطة نترون بطئ حسب المعادلة

$$^1_0n + ^{235}_{92}U \longrightarrow ^{94}_{38}Sr + Xe + 2^1_0n$$

أ/ أكمل معادلة التفاعل النووي

ب/ أحسب الطاقة المحررة من هذا التفاعل

3) المفاعل النووي (لمكسر الجليد) (brise glace) يعمل بواسطة الاورانيوم المخصب (بمعنى يحتوي على 5% من نظير ^{235}U) .المفاعل ينتج إستطاعة متوسطة P = 40 MW بمردود طاقوي $\eta = 25\%$. نفرض أنه لايحدث إلا الإنشطار السابق في السؤال 2- ب/ ، ما هي كتلة m للاورانيوم المستهلكة بعد مرور 170 jours في البحر ؟

4) ما هي كتلة m̀ للوقود (gasoil) التي يجب تعبئتها على متن مكسر الجليد عادي للحصول على نفس الاستطاعة و المردود السابقين لانجاز نفس المهمة و في نفس الوقت علما أن 1kg (gosoil) = 45 Mj

m(U)= 234,99346 u / m(Sr)= 93,894521 u / m(Xe)= 139,891997 u

m(p)= 1,007276 u / m(n)= 1,008665 u

11 #

1 mol m(noyau H) ≅ 1mol m (Atome H) = 1,00 g

إحدى السلاسل التفاعلات النووية التي تحدث في الشمس يمكن تلخيصها في المعادلة التالية :

$$4^1_1H \longrightarrow ^4_2He + 2\ ^0_1e$$

1) أ/ ما هو نمط هذا التفاعل (تلقائي ، انشطار ، اندماج)

ب/ أحسب الضياع في الكتلة لهذا التفاعل ،

ج / استنتج الطاقة المحررة Q الموافقة لضياع في الكتلة

2) استطاعة اشعاع الشمس في الفضاء هي $P = 4,0 \times 10^{26}$ w ،ما هي الطاقة الاشعاعية $\grave{Q}_1$ للشمس مدة سنة ؟

3) أحسب كتلة الهيدروجين m(H) المستهلكة في السنة في الشمس الموافقة للطاقة $\grave{Q}_1$

4) بفرض أن الشمس مكوّنة الا من نواة الهيدروجين و أن نظام التشغيل الشمس يبقى ثابت مادامت كتلتها المتبقية اكبر من 90% من كتلتها الحالية

أحسب المدة الزمنية τ ليبقى نظامها يشتغل كما هو الحال الآن

(شمس) = $1,99 \times 10^{30}$ kg

12 #

غواصة نووية تشغل حسب التفاعل :

$$^1_0n + ^{235}_{92}U \longrightarrow ^{94}_{38}Sr + ^{140}_{54}Xe + 2^1_0n$$

لهذا يستعمل الاورانيوم المخصب يحوي 3,1% من كتلة ^{235}U

مردود المفاعل $\rho = 27\%$ و استطاعته 25MW

... من العبارة : $m = \dfrac{P.t.M(U)}{3,1\%.\rho.\Delta m.c^2.N_A}$

أحسب كتلة الاورانيوم المخصب لإبحار هذه الغواصة مدة عام

M(n) = 1,008714 $m(^{235}U) = 234,994214$ u $m(^{94}Sr) = 93,915414$ u

$m(^{140}Xe) = 139,925211$ u

13#

نواة / الجسيم	El/A (Mev/nuc)	كتلة (kg)
	6,676	
	7,699	
	7,463	
	6,483	
e^-	–	$9,109 \times 10^{-31}$
β^+	–	$9,109 \times 10^{-31}$
n	–	$1,67492 \times 10^{-27}$
p	–	$1,67262 \times 10^{-27}$

رمز نواة لنظير الاوكسجين $^{15}_8O$ و هو غير مستقر

1) ماذا يمثل العددين 15 و 8

2) اكتب معادلة تفكك نواة ^{15}O الذي يصدر β^+ و نواة البنت الناتجة لا توجد في حالة مثارة

3) تغيرات الطاقة ΔE للجملة أثناء تفكك نواة ^{15}O موضحة في الشكل و يمكن حسابها انطلاقا من المخطط الطاقي في هذا الشكل

ا/ عرف طاقة الربط

ب/ إذا علمت أن طاقة الربط لكل نوية تعطى بالعلاقة : $\dfrac{El}{A}$

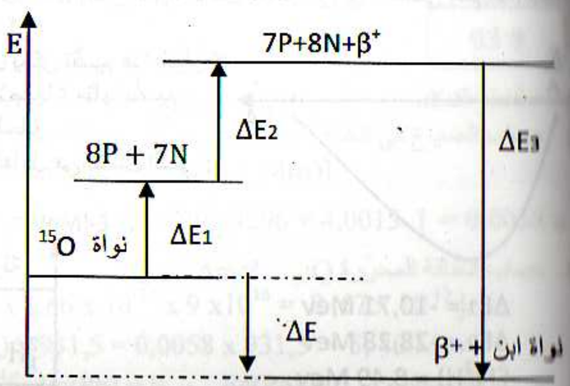
أحسب ΔE_3 (MeV) الموضحة في الشكل و تحقق أن $\Delta E_1 = 111,94$ Mev

ج/ باستعمال كتل الجسيمات أحسب تغيرات الطاقة ΔE_2(Mev) المبينةعلى الشكل

د/ استنتج من النتائج البيانية قيمة ΔE للجملة بـ MeV أثناء تفكك نواة ^{15}O

1Mev = $1,066 \times 10^{-13}$

C= 3×10^8 m/s



الحلول

مسألة 1

أحد أنماط إنشطار اليورانيوم 235 هو :

$${}_0^1n + {}_{92}^{235}U \longrightarrow {}_{36}^{91}Kr + {}_Z^ABa + 3\,{}_0^1n$$

1) أوجد قيم A و Z
2) كيف يمكننا تحديد أن إحدى العناصر المنتجة هو Ba و ليس عنصر آخر (K ,Cs ....)
3) هل يمكننا إختزال ${}_0^1n$ من الطرفين ؟ لماذا ؟
4) ما هو نمط هذا التفاعل. وضحه ببيان Aston
5) أحسب ضياع في الكتلة $\Delta m(u)$ ثم الطاقة المحررة E (MeV)

المعطيات :

$1u = 931,5\ Mev/c^2$ $m(Ba) = 141,916\ u$ $m(n) = 1,099\ u$

$m(^{235}U) = 235,044\ u$ $m(Kr) = 90,923\ u$

6) أ/ أنجز المخطط الطاقي للتفاعل السابق مبينا فيه طاقة الربط E(l) لكل عنصر في التفاعل
ب/ أعطي عبارة الطاقة المحررة Elib بدلالة El لكل عنصر في التفاعل، ثم علل لماذا $El = ({}_0^1n) = 0$ ؟
7) أحسب Elib ،يمكنك التأكد من نتيجة السؤال 5-

العنصر	^{235}U	^{91}Kr	^{z}Ba
El MeV	1784	778	1180

8) أحسب الطاقة (joule) التي تحررها 1,00g من الاورانيوم الذي يحتوي على 3% من U

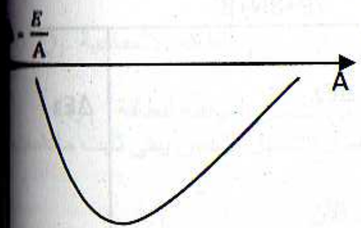
مسألة 2

ليكن التفاعل الموضح في المعادلة : ${}_1^2H + {}_1^3H \longrightarrow {}_Z^AHe + {}_0^1n$

1) أوجد قيم A ، Z ؟
2) هل هو تفاعل تلقائي أم مفتعل ؟ هل يمكن تحقيقه داخل مفاعل نووي . أعطي إسم هذا التفاعل
3) أ/ ماهو إسم البيان المقابل ؟
ب/ إلى كم من مجال يمكن تقسيم هذا البيان ؟
ج/ماهي التفاعلات التي يمكن استخلاصها ؟ مثلها بأسهم

4 - أحسب الطاقة المحررةQ للتفاعل السابق .

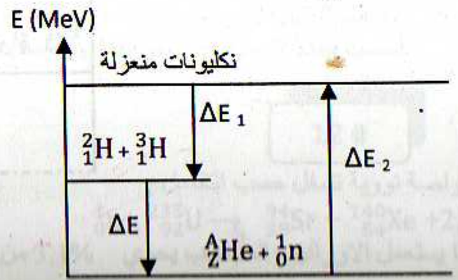
5 - يعطى المخطط الطاقي أدناه بهذا التفاعل في الشكل التالي :



$\Delta E_1 = -10,71$ Mev

$\Delta E_2 = -28,28$ Mev

$El(^3H) = 8,49$ Mev



ΔE1 و ΔE2 ثم إستنتج و $El({}_1^2H)$ $El({}_Z^AHe)$.

أحسب تغير الطاقة ΔE للجملة و قارنها مع Q ماذا تستنتج ؟

01

تطابق القوانين إنحفاظ عدد النكليونات (A) و عدد الشحن (Z).

أ/ التفاعل التلقائي (نشاط إشعاعي β^-)

$$\begin{cases}124 = 0 + A \Rightarrow A = 124\\ Z = -1 + 54 \Rightarrow Z = 53\end{cases}$$

$${}_{53}^{124}I \longrightarrow {}_{-1}^{0}e + {}_{54}^{124}Xe$$

التفاعل الاندماج ${}_1^2H + {}_1^3H \longrightarrow {}_2^4H + {}_0^1n$

$$\begin{cases}2 + 3 = 4 + 1.x \Rightarrow x = 1\\ 1 + Z = 2 + 0.x \Rightarrow Z = 1\end{cases}$$

النشاط إشعاعي ${}_0^0\gamma$: ${}_{28}^{60}Ni^* \longrightarrow {}_{28}^{60}Ni + {}_0^0\gamma$

الانشطار : ${}_{92}^{235}U + {}_0^1n \longrightarrow {}_{39}^{94}Y + {}_{53}^{140}I + 2\,{}_0^1n$

النشاط إشعاعي(α): ${}_{92}^{235}U \longrightarrow {}_2^4He + {}_{90}^{231}Th$

الاندماج : ${}_1^2H + {}_1^2H \longrightarrow {}_0^1n + {}_2^3He$

02

نواة الأكسجين ${}_8^{16}O$ هي ${}_Z^AO$

عدد بروتونات Z = 8 ، عدد نيترونات N = 8

و منه A= N+Z = 8+8=16

كل بروتون يحمل شحنة e+ / $e = 1,6 \times 10^{-19}$

نواة الحمل Z= 8 بروتون إذن Q = +Ze (شحنة نواة)

$Q = =8 \times 1,6 \times 10^{-19} = 1,28 \times 10^{-18}$ c

كتلة النواة m حيث m= A x u = 16 u

$m(kg) = 16 \times 1,67 \times 10^{-27} = 2,67 \times 10^{-26}$ kg

03

1) معادلة التفكك : ${}_{84}^{210}Po \longrightarrow {}_{82}^{206}Pb + {}_2^4H$

2) حساب الضياع في الكتلة Δm : $\Delta m = \sum m_{av} - \sum m_{ap}$

$\Delta m = m(Po) - [\ m(Pb) + M(\alpha)]$

$\Delta m = 209,9369 - [205,9296 + 4,0015\ ] = 0,0058\ u$

3) حساب الطاقة المحررة Q: $Q = \Delta mc^2$

$Q(j) = 0,0058 \times 1,66 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16} = 8,67 \times 10^{-13}$ j

$Q(Mev) = m(u) \times 931,5 = 0,0058 \times 931,5 = 5,40$ Mev

4) حسب الفرضيات $Ec(Po) = 0$ و $Ec(Pb) = 0$ لأنهما في حالة راحة

إذن الطاقة Q تظهر على شكل طاقة حركية لجسيم α : $Ec(\alpha) = Q$

بما أن $V(\alpha) < C$ (شرط) يمكننا كتابة : $E_c(\alpha) = \frac{1}{2} m_\alpha V^2$

$$V = \sqrt{\frac{2Q}{m_\alpha}} \Leftarrow Q = E_c(\alpha) = \frac{1}{2} m_\alpha V^2$$

$$V = \sqrt{\frac{2.8,67.10^{-13}}{4,0015.1,67\ 10^{-27}}} = 1,61.10^7\ ms^{-1}$$

نلاحظ أن : $V < C = 8x\ 10^8$ m/s

تنبيه: إذا كانت السرعة V أكبر من سرعة الضوء C لا يمكن كتابة العبارة $E_c = ½\ mv^2$

04

بما أن هناك إنبعاث لإشعاع γ إذن نواة البنت في حالة إثارة Ca^*

1) معادلة التفكك : $^{40}_{19}K \longrightarrow {}^{A}_{Z}Ca^* + {}^{0}_{-1}e$

بتطبيق انخفاظ عدد النكليونات و الشحنة : $(40 = A+0 \Rightarrow A = 40)$

$(19 = Z - 1 \Rightarrow Z = 20)$

تصبح المعادلة : $^{40}_{19}K \longrightarrow {}^{40}_{20}Ca^* + {}^{0}_{-1}e$

$$^{40}_{20}Ca^* \longrightarrow {}^{40}_{20}Ca + \gamma$$

2) الطاقة المحررة : $Q = \Delta mc^2 = (m_{Av} - m_{Ap}) = m_K - [m_{Ca} + m_{e^-}]$

$$Q = (39,95355 - [39,95159 + 0,000549]) . 931,5 = 1,31\ MeV$$

3) تظهر هذه الطاقة على شكل طاقة حركية (e-) و طاقة إشعاعية (γ) بحيث : $E_c + E\gamma$

4) الطاقة الحركية للجسيم β^- (e^-) : $E_c(e^-) = Q - E(\gamma)$

$$E_c(e^-) = 1,31 - 0,15 = 1,16\ Mev$$

05

1) تركيب النواة $^{10}_{4}Be$

عدد بروتونات $Z = 4$ ، عدد النترونات $N = A - Z = 6$

2) النقص الكتلة : Δm : $\Delta m = [Z . m_p + (A-Z)\ m_n - m(\text{نواة})]$

$$\Delta m = [4x\ 1,00727 + 6x1,00866 - 10,0113] = 6,974x10^{-2}\ u$$

3) طاقة الربط El : $El\ (Mev) = \Delta m(u)\ x\ 931,5$

$$El = 6,97\ x\ 10^{-2}\ x\ 931,5 = 64,92\ Mev$$

إذا علمت أن : $1Mev = 1,602\ x\ 10^{-13} j$

$$El\ (j) = El\ (Mev)\ x\ 1,602\ x10^{-13}$$

$$E(l) = 64,92\ x\ 1,602\ x\ 10^{-13} = 104\ x10^{-13} j$$

طاقة الربط لكل نوية $\frac{El}{A}$

$$\frac{El}{A} = \frac{64,92}{10} = 6,492\ Mev = 10,4\ x\ 10^{-13}\ j$$

كتلة ذرة Be

$$m(\text{ذرة}) = m(\text{نواة}) + Z\ (me^-)$$

$$m = 10,0113 + 4\ x(0,00055) = 10,0135\ u$$

06

1) معادلة التفكك : $^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A}_{90}Th$

قانون انخفاض النكليونات : $238 = A+4 \Rightarrow A = 234$

أ/ طاقة الربط : هي الطاقة التي يجب إعطاؤها لنواة لفصلها إلى مختلف نويات منعزلة

أو هي الطاقة التي تكسر الروابط ما بين مختلف النكليونات (بروتون و نترون) و تفصل فيما بينهما .

و هي نفس الطاقة لجمع النواة إنطلاقا من مركباتها .

ب/ طاقة الربط لكل نوية El/A

نحسب طاقة الربط أولا $El = \Delta mc^2$

$$\Delta m = [Z . m_p + (A-Z)\ m_n - m(U)]$$

$$\Delta m = [92\ x1,00727 + (238-92)\ 1,00866 - 238,00031] = 1,93289\ u$$

$$El\ (Mev) = 1,93289\ x\ 931,5 = 1800,48\ Mev$$

$$\frac{El}{A} = 1800,48 / 238 = 7,565\ Mev / nuc$$

نفس طريقة الحساب لكل من

$^{234}_{90}Th$: $El/A = 7,597\ Mev / nuc$

$^{206}_{82}Pb$: $El/A = 7,877\ Mev / nuc$

نلاحظ أن : $7,565 < 7,597 < 7,877$

طاقة الربط لكل نوية للأورانيوم هي أضعف قيمة و منه نواة ^{238}U هي أقل إستقرارا

07

1) بتطبيق قانون النكليونات و الشحنة نجد : $Z = 83$ و $A = 208$

تصبح المعادلة :

$$^{212}_{83}Bi \longrightarrow {}^{208}_{81}Ti^* + {}^{4}_{2}He$$

$$^{212}_{81}Ti^* \longrightarrow {}^{208}_{81}Ti + {}^{0}_{0}\gamma$$

2) الطاقة المحررة Q : $Q = \Delta m.C^2$

$$\Delta m = m(Bi) - [m(Ti) + m(\alpha)]$$

$$\Delta m = 211,94562 - [207,93745 - 4,00150] = 6,67.10^{-3}\ u$$

$$Q = 6,67.10^{-3}\ x\ 931,5 = 6,21Mev$$

3) بما أن نواة الأم و البنت في حالة راحة و لا إشعاع γ فإن

$E_C(Bi) = 0$ و $E_C(Ti)\ ,\ E(\gamma) = 0$

الطاقة الوحيدة الباقية هي الطاقة الحركية لجسيم α $E_C(\alpha)$

$$Q = E_C(\alpha) = 6,21MeV$$

$$E_{C1}(j) = 6,21\ x\ 1,602.10^{-13} = 9,95.10^{-13}\ j$$

4) في هذه الحالة $E(\gamma) = 0,47\ MeV$ و $Q = E_C(\alpha) + E(\gamma)$

$$E_{C2}(\alpha) = Q - E(\gamma) = 6,21 - 0,47 = 5,74Mev$$

$$E_{C2}(\alpha)(j) = 5,74\ x\ 1,602.10^{-13} = 9,19.10^{-13} j$$

$N = \frac{3.10^3}{235} \times 6,023.10^{23} = 76,9.10^{23}$

نعلم أن نواة واحدة تحرر $Q1 = 3.10^{-11}j$

إذن عدد N من نواة تحرر Q

$Q = N.Q_1 = 76,9.10^{23} \times 3.\ 10^{-11}$

$Q = 230,7.10^{12}j$

ب/ حساب الطاقة الكهربائية المنتجة

$$r = \frac{\text{الطاقة الكهربائية المنتجة}}{\text{طاقة المنتجة من تفاعل الإنشطار}} = \frac{E(el)}{Q}$$

$E(el) = r \times Q = 0,33 \times 230,7.10^{12}$

$Eel = 76,13.10^{12}j$

الإستطاعة P :

$$P = \frac{Eel}{t}$$

$$P = \frac{76,13.10^{12}}{24\ .3600} = 8,8.10^8W = 880\ MW$$

10 #

1) أ/ حساب $\Delta m(u)$:

$\Delta m = [\ Zmp + (A - Z)\ m_{(n)} - m(u)\ ] = 1,91503\ u$

ب / حساب طاقة الربط El

$El = \Delta mc^2 = 1,91503 \times 931,5 = 1783,85\ Mev$

/ج $\frac{El}{A} = \frac{1783,85}{235} = 7,59\ MeV / nuc$

2) باستعمال قوانين انخفاظ عدد النكليونات و الشحنة نجد $^{140}_{54}Xe$

$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \longrightarrow ^{94}_{36}Sr + ^{140}_{56}Xe + 2\ ^{1}_{0}n$

ب /الطاقة المحررة $Q = \Delta mc^2$

$\Delta m = m(u) + m(n) - (Sr) - m(Xe) - 2m(n) = 0,19828\ u$

$Q = 0,19828 \times 931,5 \cong 184,69\ MeV$

$Q(j) = 184,69 \times 1,602 \times 10^{-13} = 295,9 \times 10^{-13}\ j$

3) حساب كتلة الأورانيوم المخصب $m(^{235}U)$

$$\eta = \frac{\text{الطاقة المنتجة}}{\text{الطاقة المحررة(مفاعل)}} = \frac{P.t}{Q_1}$$

$$Q_1 = \frac{P\ t}{\eta} = \frac{40 \times 10^6 \times 170 \times 24 \times 3600}{0,25} = 2,35 \times 10^{14}\ j$$

بالمقابل نعلم أن 1 نواة (^{235}U) ذات الكتلة m حيث : $m = 235 \times 1,66 \times 10^{-27} = 3,9 \times 10^{-27}\ Kg$

طاقة $Q = 295,9 \times 10^{-13}\ j$

5) الإستطاعة P : $P = \frac{Ec(\alpha)}{t}\ \left(\frac{j}{s}\right)$

بما أن الآليتين لهما نفس إحتمال التحقق يجب الأخذ بعين الإعتبار القيمتين بمعنى الأخذ القيمة المتوسطة لهما :

$$E_{C\alpha} = \frac{E_{C1} + E_{C2}}{2}$$

و بما أن نشاط العينة $A = 3.10^{12}\ Bq$ (يحدث 3.10^{12} تفكك خلال زمن $t = 1s$)

$$P = \frac{A}{t} \times \frac{E_{C1} + E_{C2}}{2}$$

$$P = \frac{3.10^{12}}{1} \times \frac{(9,95 + 9,19)10^{-13}}{2} = 2,87\ W$$

08 #

1) $\frac{El}{A}(^{30}P) = \frac{123}{30} \cong 4,1\ \frac{MeV}{nuc}$

إقتراح خاطئ لان طاقة الربط لكل نوية لما $A \geq 30$ تعادل $El/A \cong 8MeV/nuc$

2) نواة ^1H تحتوي على 1بروتون و منه كتلة النواة = كتل البروتون.

$\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - m$ (نواة)

$\Delta m = m_p + (1-1)m_n - m$(نواة)

$\Delta m = m_p - m$(نواة) $= 0$

$El = \Delta m\ C^2 = 0$

إذن إقتراح خاطئ

3) 1 U هي وحدة كتلة ذرية إذن هي تتعلق بالذرة و ليست بالنواة . إقتراح خاطئ فهل من م

09 #

1) باستعمال قوانين إنحفاظ عدد النكليونات و الشحنة :

$235 + 1 = 94 + 140 + x(1) \Rightarrow x = 2$

$92 + 0 = 38 + Z + x(0) \Rightarrow Z = 54$

فتصبح المعادلة :

$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{94}_{38}Sr + ^{140}_{54}Xe + 2\ ^{1}_{0}n$

تفاعل مفتعل و يدعى بالإنشطار

2) أ/ ضياع الكتلة Δm :

$\Delta m = m_{Av} - m_{Ap} = m(U) + m(n) - m(Sr) - m(Xe) - 2m(n)$

$\Delta m = m(U) + m(Sr) - m(Xe) - m(n)$

$\Delta m = 234,99332 - 93,89446 - 139,88909 - 1,00866 = 0,20111\ u$

ب/ الطاقة المحررة Q_1 لنواة : $Q_1 = \Delta m\ C^2$

$Q_1 = 0,20111 \times 931,5 = 187,33MeV$

$Q_1(j) = 187,33 \times 1,602.10^{-3} = 3.10^{-11}j$

3) أ/ الطاقة المحررة لإستخدام $m = 3kg$

نحول 3kg إلى عدد أنوية N

$n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A} \Rightarrow N = \frac{m}{M}.N_A$

$m = 3kg = 3.10^3g \qquad M(^{235}U) \cong 235g/mol$

$$m \longrightarrow Q$$
$$m(U) \longrightarrow Q_1$$

$$\frac{m}{m(U)} = \frac{Q}{Q_1} \Rightarrow m(u) = \frac{Q_1}{Q}\, m = \frac{2{,}35\ 10^{15}}{295{,}9\ 10^{-13}}\ 3{,}9\ 10^{-25}$$

$$m(U) = 31{,}0\ Kg$$

أما كتلة m_1 من $m(U)$ المخصب 5% : $m(U) = 5\%\ m_1$

$$m_1 = \frac{m(U)}{5\ \%} = \frac{31{,}0}{0{,}05} = 620\ Kg$$

5) كتلة m' (gosoil) الموافقة لنفس الطاقة

$$1Kg\ (gosoil) \longrightarrow 45\ x10^{6} j$$
$$m'(Kg) \longrightarrow 2{,}35\ \ x10^{15} j$$

$$m' = \frac{2{,}35\ x10^{15}}{45\ x\ 10^{6}} = 5{,}2\ \ x10^{7}\ Kg$$

لتشغيل هذه الباخرة مدة 170 يوم من gosoil بمعنى يجب توفير 52 مليون Kg

11

1) أ/ التفاعل النووي المدروس يحول نواة خفيفة الى نواة أثقل إذن هو تفاعل الإندماج

$$4\ {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{4}_{2}He + 2\ {}^{0}_{1}e$$

ب/ الضياع في الكتلة Δm : $\Delta m = 4\ m(H) - [\ m({}^{4}_{2}He) + 2m(e)]$

$$\Delta m = 0{,}02650\ u$$

ج / الطاقة المحررة Q:

$$Q = \Delta mc^2$$
$$Q = 0{,}02650\ x\ 931{,}5 = 24{,}\ 69\ MeV$$
$$Q(j) = 39{,}55\ \ x10^{-13}\ \ j$$

2) الطاقة الشمسية المشعة خلال سنة Q' : $Q' = P\ .t$

$$Q' = 4{,}0\ \ x10^{26}\ x\ 365\ x24x3600 = 1{,}26\ x10^{34} j$$

3) حساب كتلة $m(H)$ المستهلكة خلال سنة

وجدنا في االسؤال 1- ج/ أن 4 نواة من الهيدروجين تحرر طاقة $39{,}55\ \ x10^{-13}\ j$

و باستعمال فرضية النص $m(\text{ذرة}) = m(\text{نواة})$

نحسب كتلة 4 نواة بالكلغ

$$m = 4(\ 1{,}007276\ x\ 1{,}67\ x10^{-27}\ ) = 6{,}728603.10^{-27} Kg$$

التي تحرر $39{,}55\ \ x10^{-13}\ \ j$

$$6{,}728603.\ 10^{-27} Kg \longrightarrow 39{,}55\ \ x10^{-13}\ j$$
$$m(H) \longrightarrow 1{,}26\ \ x10^{34}\ j$$
$$m(H) = 2{,}14\ \ x10^{19}\ Kg$$

4) بما أن كتلة الشمس (Ms) تبقى قرابة 90% و هي مكونة من الهيدروجين حسب النص فإن كتلة الهيدروجين المتوفرة لتحقيق تفاعل الإندماج تمثل

$$m'(H) = 10\%\ MS$$
$$m'(H) = 0{,}1\ x\ 1{,}99\ x10^{30} = 1{,}99\ x10^{29}\ Kg$$

$$\tau \longrightarrow m'(H)$$
$$t = 1an \longrightarrow m(H) = 2{,}13\ \ x10^{19}\ Kg$$

$$\tau = \frac{m'(H)}{m(H)}$$

$$\tau = \frac{1{,}99.10^{29}}{2{,}13.10^{19}} = 9{,}34\ \ x10^{9}\ ans$$

يعني زمن نظام لتشغيل الشمس كما هو الحال الآن هو 9,34 مليار سنة

12

1) عبارة ضياع الكتلة Δm

$$\Delta m = m\ (U) + m(n) - m(\ Sr\ ) - \ m(Xe)\ \ -2\ m(n)$$
$$\Delta m = \ 0{,}1449\ U$$
$$\Delta m(Kg) = 0{,}1449\ \ x\ 1{,}67\ x10^{-27} = 2{,}419\ x\ 10^{-28}\ Kg$$

2) عبارة المردود ρ :

$$\rho = \frac{\text{الطاقة المحولة}}{\text{الطاقة المحررة}} = \frac{P.t}{Q'}$$

لدينا Q الطاقة المحررة من نواة واحدة

أما الطاقة المحررة لعدد N من النواة Q' : $Q' = N\ .Q$

$$N = \frac{m(U)}{M}\ N_A \Rightarrow \quad \rho = \frac{P.t}{Q'} = \frac{P.t}{\Delta m.c^2.N} \quad ....(1)$$

لكن هذا الاورانيوم مخصب بنسبة $3{,}1\%$ فالكتلة المستخدمة $m(U) = 3{,}1\ \%\ m$

$$N = \frac{3{,}1\ \%\ m}{M}\ N_A \quad ....(2)$$

من العلاقة 1 و 2

$$\rho := \frac{P.t}{\Delta m.C^2.3{,}1\%\ .\frac{m}{M}.N_A} = \frac{P.t.M}{3{,}1\%\ .\Delta m.C^2.m.N_A}$$

$$m = \frac{P.t.M}{\rho.3{,}1\%.\Delta m.C^2 mN_A}$$

$$m = \frac{25\ x10^{6}\ x\ 365\ x\ 24\ x\ 3600\ x\ 235\ x10^{-3}}{0{,}27x0{,}031\ x\ 2{,}419\ x10^{-28}\ x\ (3\ x10^{8})^2\ x\ 6{,}023\ x10^{23}}$$

$$m \cong 1{,}\ 688\ Kg$$

13

1) 15 عدد النكليونات (n+P) ، 8 عدد البروتونات (P)

2) معادلة التفكك (β^+) ${}^{15}_{8}O \longrightarrow {}^{A}_{Z}Xe + {}^{0}_{1}e$

$$15 = A + 0 \Rightarrow A = 15$$
$$8 = Z + 1 \Rightarrow Z = 7$$

نواة البنت هي ${}^{15}_{7}N$ (عنصر الأزوت)

فتصبح المعادلة النووية : ${}^{15}_{8}O \longrightarrow {}^{15}_{7}N + {}^{1}_{0}e$

3) أ/ طاقة الربط لنواة هي الطاقة التي يجب توظيفها لنواة في حالة راحة لتفككها إلى نوياتها المكونة لها

ب/ نلاحظ في الشكل أن $\Delta E_3 = - El(^{15}_{7}N)$

في جدول $\frac{El}{A}(^{15}_{7}N) = 7,699$

$$El(^{15}_{7}N) = 7,699 \times A = 7,699 \times 15 = 115,48 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \Delta E_3 = -115,48 \text{ MeV}$$

نفس طريقة لحساب ΔE_1 لكن

$$\Delta E_1 = +El(^{15}_{8}O) = +7,463 \times 15 = 111,994 \text{ MeV}$$

ج/ عبارة ΔE_2: $\Delta E_2 = (7m_p + 8m_n + m_{\beta+})C^2 - (8m_p + 7m_n)C^2$

$$\Delta E_2 = (m_n + m_{\beta+} - m_p)C^2$$

$$\Delta E_2 \cong 2,8886 \times 10^{-13} \text{ j}$$

$$\Delta E_2 = \frac{2,8886 \times 10^{-13}}{1,602 \times 10^{-13}} = 1,8 \text{ MeV}$$

د/ المخطط الطاقي يسمح لنا بكتابة : $\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3$

$$\Delta E_1 = 111,94 + 1,8 - 115,48 = -1,74 \text{ MeV}$$

مسألة 1

1) $Z = 56$, $A = 142$

2) لمعرفة العنصر الناتج نتأكد بالعدد الشحني Z باستعمال الجدول الدوري

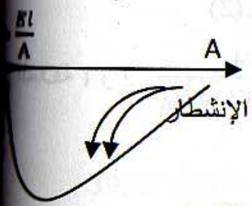
3) لا يمكننا إختزال النترون لسببين :

أ/ النترون الذي وجد على يسار التفاعل بجوار الأورانيوم يدل على تفاعل الإنشطار

ب/ النترونات على اليسار و اليمين مختلفة في السرعة الأولى بطيئة و الأخرى أسرع

4) هذا التفاعل مفتعل (الإنشطار)

نواة ثقيلة + $^{1}_{0}n$ = عنصرين + $^{1}_{0}n$



5) حساب ضياع في الكتلة Δm

$$\Delta m = m(u) + m(n) - [m(Kr) + m(Ba) + 3m(n)]$$

$$\Delta m = 0,187U$$

الطاقة المحررة Q : $E_{lib} = Q = \Delta mC^2 = 174$ Mev

6) نكتب أولا العلاقة بين E_{lib} (الطاقة المحررة) و (El) طاقة الربط لكل عنصر.

مع العلم $El(^{1}_{0}n) = 0$ لان هناك نترون واحد غير مرتبط

$$Elib = El(Ap) - El(Av)$$

$$Elib = El(Kr) + El(Ba) - El(u)$$

و بالتالي يمكن تلخيصها في الشكل التالي :

235نكليونات مفترقة

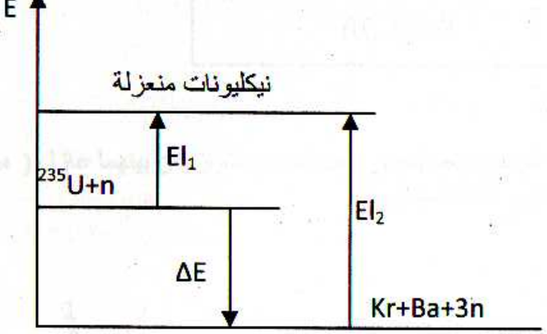
El_1 ↗ ↖ El_2

$$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \xrightarrow{Elib} ^{91}_{36}Kr + ^{142}_{56}Ba + 3\,^{1}_{0}n$$

$$Elib = \underbrace{El(Kr) + El(Ba)}_{El_2} - \underbrace{El(U)}_{El_1}$$

المخطط الطاقي :

$$E_{lib} = -\Delta E$$



7) حساب E_{lib} : $E_{lib} = El_2 - El_1 = El(Kr)_r + El(Ba) - El(U)$

$$E_{lib} = 778 + 1180 - 1784 = 174 \text{ Mev}$$

8) حساب الطاقة المحررة لـ 1,00 g من ^{235}U المخصب (3%)

عدد الأنوية N الموجودة في m حيث : $m = 1,00 \times 3\% = 0,03$ g

نحسب عدد الأنوية الموجودة في 0,03 g

$$N = (m/M) . N_A = (0,03 / 235) \times 6,023 \times 10^{23} = 76,9 \times 10^{18}$$

$Q_2 = Elib$ (نواة 1) $\times N$

$$Q_2 = (174 \times 1,6 \times 10^{-13}) \times 76,9 \times 10^{18} = 2,14 \times 10^{9} \text{ j}$$

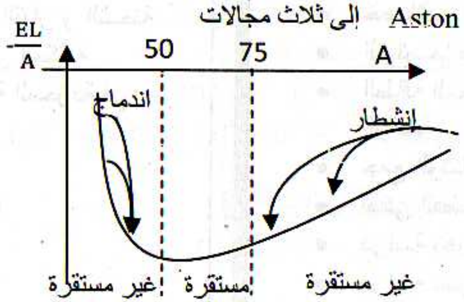
مسألة 2

1) باستعمال قانون انخفاظ عدد النكليونات و الشحنة : $Z = 2$ و $A=4$

$$^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \longrightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$$

2) هذا التفاعل هو تفاعل الإندماج(مفتعل) لا يمكن تحققه على وجه الأرض .

3) يمكن تقسيم بيان Aston إلى ثلاث مجالات



4) حساب الطاقة المحررة Q : $Q = \Delta mc^2$

$$Q = \Delta m = m(^2H) + m(^3H) - m(^4He) - m(^{1}_{0}n) = 0,01889 \text{ u} \cong 17,6 \text{ Mev}$$

1) أ/ $\Delta E_1 = -El_1 = -[El_1(^2H) + El(^3H)]$

$$El(2H) = -\Delta E - El(^{3H}) = -(-10,61) - 8,49 = 2,22 \text{ MeV}$$

$$\Delta E_2 = -El_2 = -[El_1(^4H) + El(^1n)]$$

بما أن $El(^{1}_{0}n) = 0$ لأنه يوجد 1 نترون فهو غير مرتبط

$$\Rightarrow El(^{4}_{2}He) = -\Delta E_2 = 28,28 \text{ MeV}$$

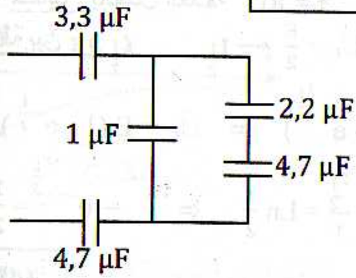
ب / تغيير الطاقة للجملة: $\Delta E = \Delta E_2 - \Delta E_1$

$$\Delta E = -28,28 - (10,71) = -17,57 \text{ MeV}$$

$\Delta E = -El \Rightarrow El = -\Delta E = 17,57$ MeV (و هي الطاقة Q المحررة سابقا)

تمارين

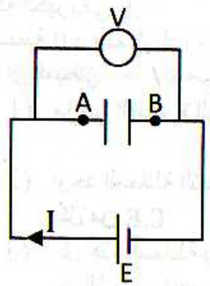
01



أوجد قيمة سعة المكثفة المكافئة

02

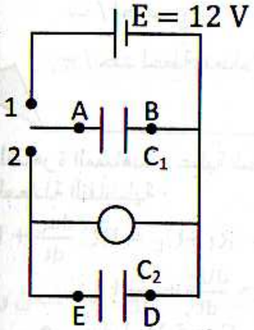
مكثفة سعتها C تشحن بواسطة تيار I شدته ثابتة $I = 1\ mA$ ،جهاز الفولط متر يسمح بتسجيل التوتر U_{AB} في كل لحظة بين طرفي المكثفة فنتحصل على الجدول التالي :



t (S)	5	10	15	20	30
$U_{AB\,(V)}$	24	49	75	100	150

1) أكتب العلاقات : $q_A=f(t)$ و $q_A=g(U_{AB})$
2) أ / ارسم البيان $U_{AB} = h(t)$
ب/ بين أن شحنة q_A تعطى بالعلاقة $q_A = \alpha U_{AB}$
حدد قيمة α
ج / أحسب سعة المكثفة C(mF)

03

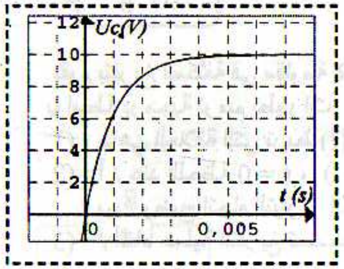


نعتبر التركيب الموضح في الشكل
1) نشحن المكثفة C_1 تحت توتر E (C_2 فارغة)
أ / أحسب قيمة الشحنة $q_1 = q_0$ للصفيحة A عند التوازن .
ب / أحسب الطاقة الكهربائية ε_1 المخزنة في C_1
2) نضع القاطعة في الوضع 2
أ / وضح على الشكل حركة الإلكترونات
ب / أحسب قيمة الشحنة التي يحملها كل لبوس عند التوازن
ج / ماهي القيمة التي يسجلها جهاز الفولط مترعندئذ
3) أحسب الطاقة الكهربائية المخزنة في كل مكثفة
4) قارن مع ε_1 ،ماذا تستنتج ؟

C1=47 µF   C2=33µF

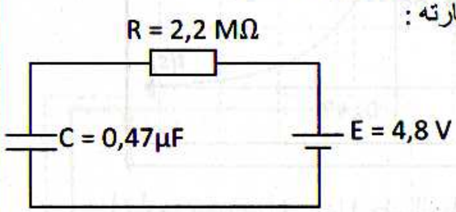
04

دارة كهربائية تتشكل من مولد (E) ، مقاومة $(R = 1K\Omega)$ ، و مكثفة C ، الكل على التسلسل .
عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة .
1) أ / بإستعمال قانون التوترات ، تحقق من أن المعادلة التفاضلية للدارة RC تكتب على الشكل $\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{\tau} = \frac{E}{\tau}$
ب / حدد عبارة τ
2) تحقق من أن $U_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حل للمعادلة السابقة .



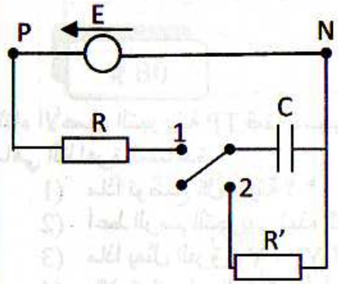
3) ارسم تطورات التوتر $U_C(t)$ بين طرفي المكثفة
أ / حدد مجالات النظام الإنتقالي و الدائم .
ب/ إستنتج بيانيا كل من : U_C و E ، τ.
ثم احسب C
ج / أعط عبارة شدة التيار i عند اللحظة $t = 0$ ، ثم احسب قيمتها .
4) أحسب الطاقة الكهربائية E_e المخزنة في المكثفة عندما يسجل جهاز الأمبير متر القيمة 8 mA
5) أرسم $i=f(t)$ ، وإستنتج لحظة إنعدام التيارفي الدارة. قارنها مع القيمة النظرية

05

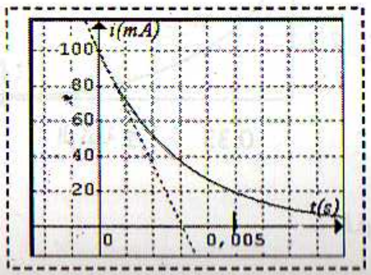


نعتبر الدارة الموضحة في الشكل المقابل عند اللحظة $t = 0$ تكون المكثفة فارغة
1) إذا علمت ان التوتر U_C بين طرفي المكثفة عبارته :
$$U_C = A e^{-\alpha t} + B$$
حدد قيم الثوابت α و A ,B
2) بين أن $U_C = \frac{E}{2}$ عند اللحظة $t = \tau \ln 2$
3) أوجد النسبة المئوية لعملية الشحن لما $t = \frac{1}{\alpha}$.

06

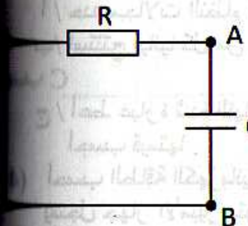


نحقق الدارة الموضحة في الشكل :
$C = 15\ \mu F$ ، $R = 67\ K\Omega$ ، $E = 6,0\ V$
1) القاطعة في الوضع 1
أ / أكتب المعادلة التفاضلية لعملية شحن المكثفة
ب / مثل بأسهم مختلف التوترات في الدارة
2) حل للمعادلة السابقة يكتب على الشكل : $U = a + be^{-dt}$
حيث a، b، d ثوابت
3) استنتج عبارة $i(t)$ أثناء عملية الشحن
4) أ / أحسب ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC
ب / أحسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية الشحن
ج / نحقق التجربة السابقة باستعمال مكثفة C' حيث $C' = 2C$ و مقاومتها $R' = \frac{R}{2}$ ، ما هي قيمة ثابت الزمن τ' للثنائي R'C'
5) أ / ما هي قيمة الطاقة الكهربائية المخزونة إذا كان توتر الشحن $U' = 2E$
ب/ ارسم على نفس المنحنى التجربتين
6) نشحن المكثفة الآن تحت توتر جديد E' حيث $E'>E$.
ثم نضع القاطعة في الوضع 2 بواسطة برمجية خاصة نتحصل على البيان



أوجد بيانيا : أ / ثابت الزمن τ'
ب / قيم كل من E' و R'

07



نقوم بتفريغ المكثفة في مقاومة R .

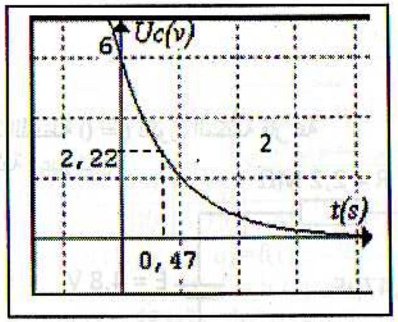
بواسطة برمجية نرسم تطورات $U(t) = U_{AB}$ و $i(t)$

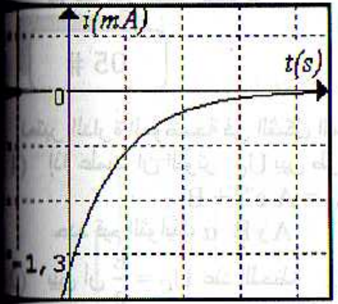
1) ماهي العلاقة التي تربط $i(t)$ و U_{AB}

2) أ / عند اللحظة $t = 0$ ، $U_{AB} > 0$ ماهي إشارة الشحنة q_A ؟

ب / وضح اتجاه التيار و إنتقال الإلكترونات ، و إشارة $i(t)$.

3) / أثناء عملية التفريغ تحصلنا على البيان 1 و 2





أ / أوجد بيانيا U_{AB} , U_{DA} عند اللحظة $t = 0$

ب / ثابت الزمن τ

ج / استنتج قيم R , C

08

أثناء الأعمال التجريبية TP قمنا بتسجيل الوثيقتين 1، 2 باستعمال مقاومة $R = 992\ \Omega$ و مكثفة سعتها ماهي الظاهرة المشاهدة

1) ماذا توضح كل وثيقة ؟

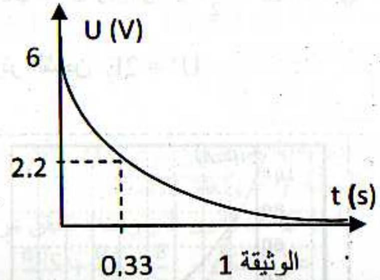
2) أعط الرسم التجريبي لهذه التجربة مع تحديد المداخل

3) ماذا يمثل الفرق $Y_1 - Y_2$ ؟و يسمح بمشاهدة ماذا ؟

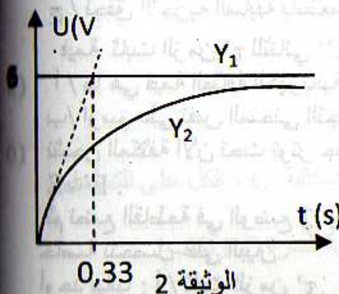
4) بالإعتماد على الوثيقتين أوجد بيانيا قيم : توتر المولد E ، $i(t=0)$ ، τ و C

5) أحسب التوتر بين طرفي المكثفة بعد نهاية الشحن ،

6) أحسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = 0,33\ s$



الوثيقة 1

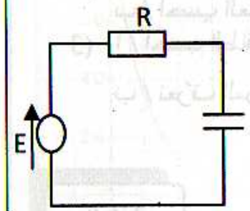


الوثيقة 2

09

اركب الدارة المقابلة :

- عند اللحظة $t = 0$ تكون المكثفة فارغة و تكون شدة التيار $i_{max} = 3\ mA$
- نريد تحديد قيم كل من (E ، R و C)



1) أ/ برهن أن $\frac{dU_C}{dt}$ تعطى بالعلاقة $\frac{dU_C}{dt} = \frac{b}{a} - \frac{1}{a}U_c$

ماذا يمثل $\frac{1}{a}$

ب / حدد كل من b و a بدلالة (E ، R و C)

2) يعطى الجدول :

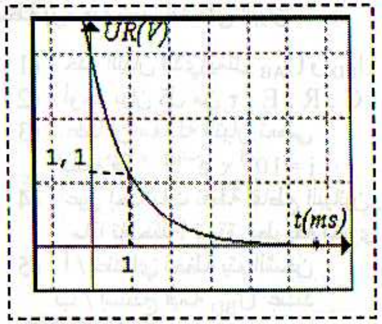
U_C (V)	0	0,5	1	1,5	2
	3	2,5	2	1,5	1

أ / ارسم البيان $\frac{dU_C}{dt} = f(U_C)$

ب / ما هو المقدار بين (E ، R و C) الذي يمكن إستنتاجه .

3) يعطى البيان $U_R = g(t)$.

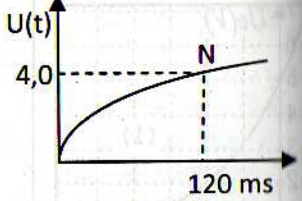
حدد المقادير المتبقية



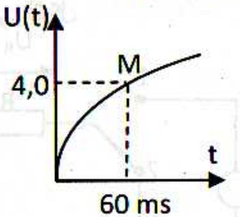
10

باستعمال جهاز راسم الإهتزاز المهبطي يمكننا مشاهدة التوتر U بين طرفي المكثفة في دارة RC .

تحصلنا على البيان 1 باستعمال مكثفة C_1 و البيان 2 باستعمال مكثفة C_2



البيان 2



البيان 1

في التجربتين $R = 10K\Omega$ و توتربين طرفي المكثفة $U = 6,0\ V$

1) ارسم التركيب الذي يسمح لنا برسم $U = f(t)$ أثناء عملية الشحن أو التفريغ

2) باستعمال البيانين أوجد قيم كل من C_1 و C_2 لكل مكثفة

3) ارسم الشكل البياني عند عملية التفريغ

11

نشحن مكثفة سعتها $C = 0,50F$ تحت توتر $U_1 = 6,0\ V$

1) أ / ما هو الدور الذي تلعبه المكثفة

ب / أحسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة ε_1

2) ثنائيات أقطاب المكثفة المشحونة توصل إلى ثنائيات المحرك الكهربائي M الموصول بـ... على محزها حبل يسمح برفع جسم صلب كتلته m

يضعف التيار المار في المحرك حتى يتوقف هذا الاخير عندئذ يرتفع الجسم بمقدار h و جهاز ... متر بين طرفي المكثفة يسجل القيمة $U_2 = 2,5\ V$

أ / ماهو الدور الذي لعبته المكثفة ؟

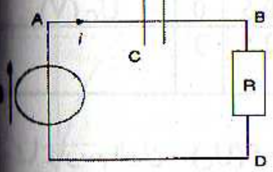
ب / أحسب العمل الميكانيكي اللازم لرفع الجسم

3) أ / أحسب الطاقة الكهربائية المتبقية في المكثفة ε_2

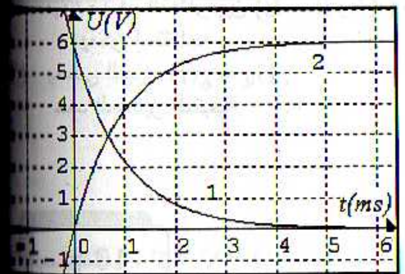
ب / نعرّف المردود للعملية η : $\eta = \frac{|W_P|}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}$ ، أحسب η

$g = 9,8\ m.S^{-2}$ / $h = 1,687\ m$ / $m = 150g$

12



نحقق شحن مكثفة فارغة سعتها C عبر مقاومة R بواسطة مولد قوة محركه الكهربائي E . بواسطة برمجية تحصلنا على البيان



1) حدد البيان الذي يمثل U_{AB} و U_{BD}

2) أوجد بيان كل من τ , E , R , C

3) علما أن معادلة التيار تعطى بالعلاقة $i = 10^{-3} \times e^{-\alpha t}$

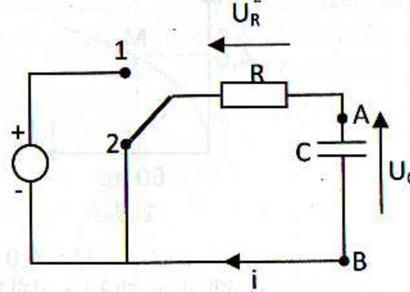
4) عين إحداثيات نقطة تقاطع البيانين . ماذا تلاحظ ؟ تحقق بطريقة أخرى

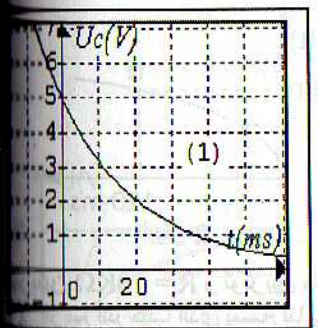
5) أ / عند اي لحظة يتم الشحن

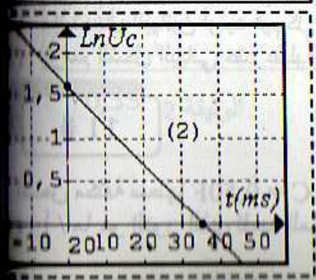
ب / إستنتج قيمة U_{BD} عندئذ

مسألة 1

لدينا الدارة الموضحة في الشكل







1) ماهي الظاهرة المشاهدة على البيان 1

2) كيف يمكنك إستعمال البادلة للحصول على البيان 1

3) ماهي إشارة التيار عندئذ

4) أكتب العلاقة بين U_R U_C و استنتج أن المعادلة التفاضلية من الشكل : $U_C + \frac{1}{\alpha}\frac{dU_C}{dt} = 0$

ثم حدد النسبة $\frac{1}{\alpha}$. ماذا تمثل ؟

5) إستنتج من البيان 1 قيم E و α ثم R

6) حل المعادلة التفاضلية من الشكل ؟

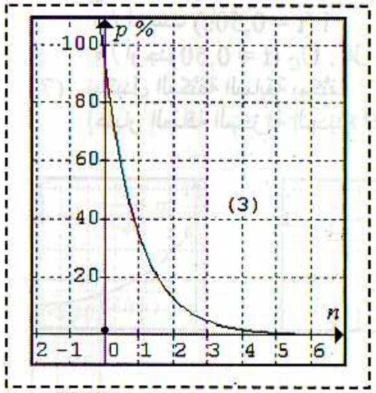
$U_C = Ee^{-\frac{\alpha}{t}}$; $U_C = e^{-\alpha t}$; $U_C = Ee^{...}$

حدد الحل الصحيح

7) بواسطة برمجية نرسم البيان $LnU_C = f(t)$

أ / أوجد معادلة البيان $LnU_c = f(t)$ الموجودة في البيان 2

ب / هل قيم τ و E موافقة مع السؤال 5 ؟



8) البرمجية بإمكانها إعطاء مقدارين(البيان 3) :

النسبة المئوية للشحنة المتبقية عند t) $P = 100 \times \frac{U_C}{E}$

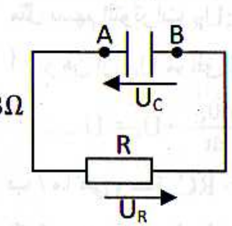
المدة الزمنية أثناء عملية التفريغ) $n = \alpha \times t$

أ / لما $n = 1$ أوجد P_1

ب / ماهي قيمة n عند إنتهاء عملية التفريغ

ج / حدد أدنى قيمة للزمن التي تبقى من أجلها البادلة في الوضعية المناسبة لتتم عملية الشحن

مسألة 2



$R = 33\Omega$

الدارة الكهربائية تتكون من ناقل أومي R و مكثفة سعتها C .

في اللحظة $t = 0$ تكون المكثفة مشحونة تحت توتر $U_0 = 10V$

1) أ / وضّح على الشكل إتجاه مرور التيار و حركة e^-

ب / ما هي العلاقة التي تربط السعة C ، U_C و q_A

2) ما هي إشارة i (t) ، اكتب العلاقة التي تربط i و التوتر U_C

3) برهن ان المعادلة التفاضلية الموافقة لتطورات U_C تكتب على الشكل : $\alpha U_C + \frac{dU_C}{dt} = 0$

حيث α عدد ثابت غير معدوم .

أعط عبارة α بدلالة (R و C) إذا علمت أن $U_C = Ae^{-Bt}$ هو حل للمعادلة السابقة حيث A و B ثابتين .

4) أ / باستعمال المعادلة التفاضلية برهن أن $B = \frac{1}{RC}$

ب / احسب قيمة A

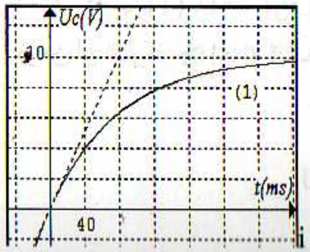
ج / حدد البيان الذي يمثل U_C مع التعليل

5) أ /أعط عبارة ثابت الزمن τ

ب / بين أن τ تأخذ بعد الزمن

ج / أوجد بيانيا قيمة τ

د / إستنتج قيمة C



6) أ / بيّن أن $i = -\frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

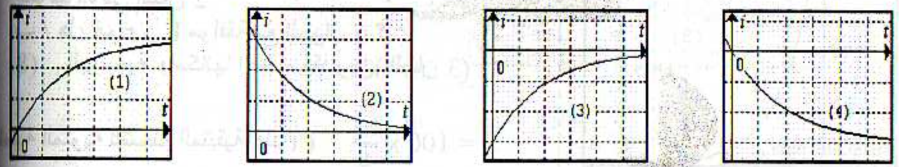
ب / أوجد قيمة I_0 عند اللحظة $t = 0$

ج / من بين هذه البيانات ما هو الذي يمثل التيار i

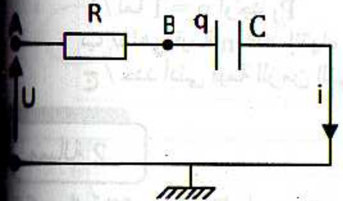
د / أحسب $i\,(t = 0{,}50s)$

ه / أوجد $U_C\,(t = 0{,}50)$. هل يمكن اعتبار أن المكثفة قد أفرغت ؟علل

7) نستبدل المكثفة السابقة بمكثفة 'C جديدة سعتها 'C حيث $C' > C$ تحت نفس التوتر U_0 هل يمكن إعتبار الطاقة المخزنة الجديدة أكبر من سعتها



مسألة 3



لدينا الدارة الموضحة في الشكل

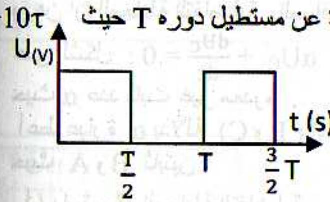
1) مثل بسهم التوترات $U_C ; U_R$

2) أ / برهن أن U_C موافق للمعادلة التفاضلية :

$$RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = U \quad .... 1$$

ب / ما هي وحدة $\tau = RC$

3) التوتر بين طرفي المولد (GBF) هو U (عبارة عن مستطيل دوره T حيث $T > 10\tau$)



أ / في المجال $0 < t < \frac{T}{2}$ بين أن العبارة : $U_C = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ هو حل للمعادلة 1 و أن $q(0) = 0$

ب / ماهي الظاهرة المشاهدة في هذا المجال الزمني

ج / ما هي القيمة $U_C(\frac{T}{2})$ ؟

4) في المجال $\frac{T}{2} < t < T$

أ / ما هي الظاهرة المشاهدة

ب / ماهي قيمتها $U_C(T)$ عند $t = T$ ؟

ج / برهن أن الشرط $T > 10\tau$ قد احترم

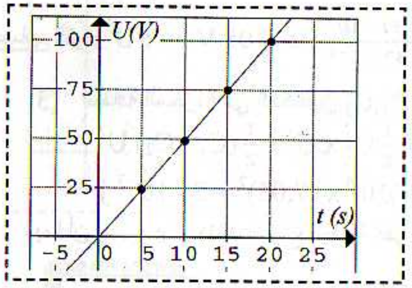
N = 1KHz / R = 1KΩ / C = 50 nF

الحلول

01

- $\frac{1}{C_1} = \frac{1}{3{,}3} + \frac{1}{4{,}7} \Rightarrow C_1 = 1{,}5\ \mu F$: على التسلسل (2,2 μF , 4,7 μf)
- $C_2 = C_1 + 1 = 2{,}5\ \mu F$: على التوازي (C_1 , 1 μF)
- $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{3{,}3} + \frac{1}{2{,}5} + \frac{1}{4{,}7} \cong 1{,}09\ \mu F$: على التسلسل (3,3 μF , C_2 , 4,7 μF)

02



1) العلاقات : $q_A = It$ ، $q_A = C\,U_{AB}$

2) رسم البيان

أ / البيان عبارة عن خط مستقيم يشمل المبدأ

معادلته من الشكل : $U_{AB} = at$ حيث

$a = \frac{\Delta U_{AB}}{\Delta t} = \frac{100-49}{20-10} \cong 5$ (معامل التوجيه)

ومنه $U_{AB} = 5t$

ب / لدينا $q_A = It$ نعوض $t = \frac{U_{AB}}{5}$ في q_A فتصبح $q_A = \frac{I}{5}U_{AB}$

حسب النص $q_A = \alpha\,U_{AB}$ بالمطابقة $\alpha = \frac{I}{5} = \frac{10^{-3}}{5} = 2\,.\,10^{-4}$

ج / سعة المكثفة C :

لدينا العلاقة $q_A = C\,.U_{AB}$ من الشكل $q_A = \alpha\,U_{AB}$

بالمطابقة $C = \alpha = 2\,.\,10^{-4}\,F = 200\ mF$

03

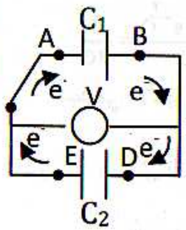
1) أ / لدينا $q_0 = C_1\,.U_{AB}$ و $U_{AB} = E \Leftarrow q_0 = C_1\,.E$

$q_0 = 47\,.10^{-6} \times 12 = 5{,}64 \times 10^{-4}\ C$

ب / الطاقة المخزنة ε_1 في C_1 :

$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} C_1 U_{AB}^2 = \frac{1}{2} C_1 E^2$

$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} \times 47\,.10^{-6}\,.(12)^2 = 3{,}4\,.10^{-3}\,j$



2) أ / القاطعة في الموضع 2 :

الإلكترونات التي تحملها الصفيحة B تتوزع بين B و D .

في نفس الوقت تنطلق e^- من E نحو A حتى تكون لدينا في كل لحظة $q'_A = q'_B$

عند التوازن تكون $q_E = -q_D$ و $q_A = -q_A$

ب/ حسب قانون إنحفاظ الشحنة : $q_E + q'_A = q_A$

C_1 , C_2 على التوازي ⇐ لهما نفس التوتر U

$U = U_{AB} = U_{ED}$ / $q_E = C_2U$ / $q_A = C_1 U$

حساب q_E و q'_A : لدينا العلاقات التالية :

$U = \frac{q_E}{C_2}$ ....(3) $U = \frac{q_A}{C_1}$ ... (2) $q_E + q'_A = q_0$....(1)

من (2) و (3) : $\frac{q_E}{C_2} = \frac{q_A}{C_1}$ ....(4)

من(1) : $q_E = q_0 - q'_A$ ، نعوض في (4) ⇐ $q'_A = \frac{q_0}{1+\frac{C_2}{C_1}}$

$$q'_A = \frac{5,64.10^{-4}}{1+\frac{33}{47}} \cong 3,31 . 10^{-4} C$$

$$q'_A = - q'_B = 3,31 . 10^{-4} C$$

حساب $q_E = - q_D$: من العلاقة (1) $q_E = q_0 - q_A$

حسابيا نجد : $q_E = - q_D = (5,64-3,31)10^{-4} = 2,33 . 10^{-4} C$

حساب التوتر U : $U = U_{AB} = \frac{q'_A}{C_1} = \frac{3,31.\ 10^{-4}}{47.10^{-6}} \cong 7,05 V$

3) الطاقة المخزنة في المكثفتين C_1,C_2

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2} C_1 x U^2 + \frac{1}{2} C_2 x U^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2) U^2$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2}(47+33)10^{-6} x (7,05)^2 = 2 . 10^{-3} j$$

بما أن $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ هناك ضياع للطاقة على شكل حرارة بفعل جول في الأسلاك الناقلة

04

1) أ /حسب قانون التوترات : $U_R + U_C = E$ مع العلم أن $q = CU_C$

و $i = \frac{dq}{dt} = \frac{dCU_C}{dt} = C\frac{dU_C}{dt}$

$$RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = E \Leftarrow Ri + U_C = E$$

$\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$ ....(1)   إنها المعادلة التفاضلية للدارة RC

ب / عبارة τ : $\tau = RC$

2) نتحقق من أن $U_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حل للمعادلة التفاضلية.

$U_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ....(2)   نشتق هذه المعادلة بالنسبة لزمن فنتحصل على

$\frac{dU_C}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}$ .....(3)   ثم نعوض (2) و(3) في (1) $\tau = RC$

$$\frac{E}{RC}e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC}e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{E}{RC} \Leftarrow \frac{E}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}{RC} = \frac{E}{RC}$$

نجد في الأخير $\frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$ نتيجة محققة وبالتالي $U_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حل للمعادلة

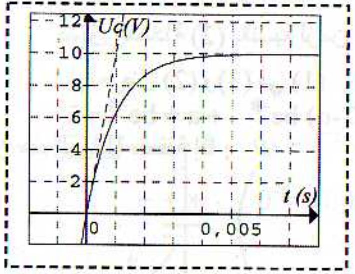
3) أ / مجال النظام الإنتقالي [0 - 5 ms] ، مجال النظام الدائم [5 ms - ∞]

ب /

- عند بلوغ النظام الدائم : $i = 0 \Leftarrow U_R = Ri = 0$ و منه $U_C = E = 10V$.
- اللحظة τ هي المدة الزمنية لبلوغ $63\ \%\ U_{max}$ (0,63x 10 = 6,3 V) بالإسقاط على البيان نجد $\tau = 1mS = 10^{-3} s$
- $\tau = RC \Leftarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{10^{-3}}{10^3} = 10^{-6} F = 1\ \mu F$

ج / عند اللحظة t = 0 ، بيانيا $U_C = 0$: $U_R = E \Leftarrow Ri = E \Leftarrow i = i_{max} = \frac{E}{R}$

$i_{max} = \frac{[illegible]}{10^3} = 10$ [illegible] A



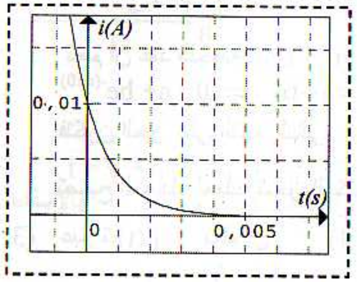
4) الطاقة الكهربائية : $E_e = \frac{1}{2} C.Uc^2$

نبحث عن قيمة Uc لما $i = 8m A$

$U_R = Ri = 8V \Leftarrow i = 8.10^{-3} A$

ولدينا $U_C = E - U_R = 10-8 = 2V$

و منه $E_e = \frac{1}{2}10^{-6} x 2^2 = 10^{-6} = 2.10^{-6} j$



5) عبارة $i = f(t)$: $i = i_{max}e^{\frac{-t}{\tau}}$

من البيان زمن إنعدام التيار $t_f \cong 0,005$ s وهي قريبة من القيمة التظرية $t_f = 5\tau$

05

1) حسب قانون التوترات : $U_R + U_C = E \Leftarrow RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = E$

إنها المعادلة التفاضلية للدارة RC

حلها : $U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Leftarrow U_C = E - E e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftarrow U_C = -Ee^{-\frac{t}{\tau}} + E$

بالمطابقة $A = -E = -4,8V$ ، $B = E = 4,8 V$

$$\alpha = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} \Leftarrow \alpha = \frac{1}{2,2.10^6 x 0,47.10^{-6}} = 1s^{-1}$$

2) $U_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Leftarrow \frac{E}{2} = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Leftarrow \frac{1}{2} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$

$e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{2} \Leftarrow Ln\ e^{-\frac{t}{\tau}} = Ln2 \Leftarrow \frac{t}{\tau} = Ln2$ ومنه $t = \tau Ln2$

هذا الزمن هو $t_{\frac{1}{2}}$ زمن نصف الشحن

3) لما $t = \frac{1}{\alpha}$: $U_C = -Ee^{-\alpha\frac{1}{\alpha}} + E \Leftarrow Uc = E(1 - \frac{1}{e})$

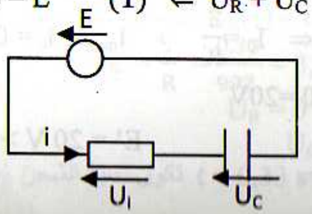
$$U_C = E(1 - 0,37) = 0,63.\ E$$

$$\frac{U_C}{E} = 63\ \%$$

06

- أ / حسب قانون التوترات : $U_R + U_C = E \Leftarrow (1)\ RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = E$ إنها المعادلة التفاضلية للدارة RC

ب / تمثيل التوترات



$\frac{dU_C}{dt} = 0+(-d)\,be^{-dt}$ (3) نشتق المعادلة (2) بالنسبة لزمن فنتحصل على

ثم نعوض (2) و(3) في (1)

$b\,e^{-dt}(1-RCd) + (a-E) = 0 \Leftarrow RC(-d)\,be^{-dt} + a + be^{-dt} = E$

تكون هذه المعادلة محققة إذا :

$$\left(\begin{array}{l} d = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau} \Leftarrow (1-RCd) = 0 \\ a = E \Leftarrow (a-E) = 0 \end{array}\right)$$

نعلم أن عند اللحظة t=0 ، $U_c(t=0)=0$ بإستعمال المعادلة (2) $(e^0=1)$

$b=-a=-E \Leftarrow 0=a+b \Leftarrow 0=a+be^{-(d\times0)}$

فتكون العبر على النحو التالي : $a = E$ ، $b=-E$ ، $d=\frac{1}{RC}$

تصبح المعادلة لعملية شحن المكثفة $U_C(t) = E - Ee^{-\frac{t}{\tau}} = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

3) عبارة i (t): نعلم أن $i = \frac{dq}{dt} = \frac{dCU_C}{dt} = C\frac{dU_C}{dt}$ (4)

حيث $\frac{dU_C}{dt} = 0+(-E)(-\frac{1}{RC})e^{\frac{-t}{RC}}$ التي نعوضها في (4)

$i(t) = \frac{E}{R}e^{\frac{-t}{RC}} \Leftarrow i(t) = C.(-E)(-\frac{1}{RC})e^{\frac{-t}{RC}}$

4) أ/ $\tau = RC$

$\tau = 67.10^3 \times 15.10^{-6} = 1s$

ب / الطاقة المخزنة: عند نهاية الشحن $U_c = E$

$\varepsilon_0 = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}\,15.10^{-6}\times(6)^2 = 27.10^{-5}j$

ج/ $\tau' = R'C' = \frac{R}{2}.2C = RC$

نستنتج أن $\tau' = \tau = 1s$

3) الطاقة المخزنة ε'

$\varepsilon' = \frac{1}{2}CU'^2 = \frac{1}{2}C(2E)^2 = \frac{1}{2}4CE^2 = 4(\frac{1}{2}CE^2)$

$\varepsilon' = 4\varepsilon = 4\times27.10^{-5} = 108.10^{-5}j$

4) أ / ثابت الزمن الجديد τ'

بيانيا : $\tau' = 3.10^{-3}s$

ب / لدينا : $R' = 200\Omega \Leftarrow R' = \frac{3.10^{-3}}{15.10^{-6}} \Leftarrow R' = \frac{\tau'}{C} \Leftarrow \tau' = R'C$

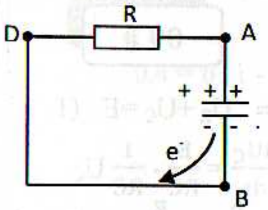
بيانيا : $I_{max} = I_0 = 0,1\,A$ ، $E' = I_0 \times R' \Leftarrow I_0 = \frac{E'}{R'}$

$E' = 0,1\times200 = 20V$

نتيجة محققة : $E' = 20\,V > 6V$

07

1) $q = CU_{AB}$ و $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dU_{AB}}{dt}$



2) أ/ بما أن $C>0$, $U_{AB}>0$ ⇐ $q_A = CU_{AB} > 0$

ب / تنتقل الشحنة من الصفيحة B نحو الصفيحة A

و اصطلاحا جهة التيار عكس جهة e^- و منه التيار يسير من A نحو D . إشارة التيار سالبة.

1) بما أن إشارة التيار سالبة فإن البيان (1) يمثل $U_{DA}=Ri$

والبيان (2) يمثل U_{AB} ، $U_{AB}(t=0)=6V$

حسب قانون التوترات $U_{DA}+U_{AB}=0$

$U_{DA} = -U_{AB} = -6V$

من بيان(1) $i(t=0) = -1,3\,mA$

ب / من البيان (2) :أثناء عملية التفريغ $U_{AB}=37\%U_{max}$ عند اللحظة $t=\tau$

نلاحظ أن $U = 2,2v = 6\times0,37\,V$ عند اللحظة $t=\tau$ بالإسقاط على البيان نجد $\tau = 0,47\,S$

ج / حساب R :

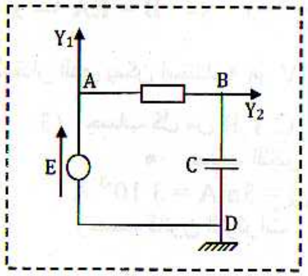
$$R = \frac{U_{DA}}{i} = \frac{-6}{-1,3\,10^{-3}} = 4,6\,10^3\,\Omega$$

• حساب C

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{0,47}{4,6\,10^3} = 1.10^{-4}F = 100\mu F \Leftarrow \tau = RC$$

08

1) الوثيقة (2) تمثل التوتر بين طرفي المولد و التوتر بين طرفي المكثفة ، أما الوثيقة(1) فتمثل التوتر بين طرفي المقاومة .



2) رسم الدارة (الشكل المقابل)

المدخل Y_1 بين طرفي المولد : U_{AD} الوثيقة (2)

المدخل Y_2 بين طرفي المكثفة : U_{BD} الوثيقة (2)

3) الفرق $Y_1 - Y_2$ يمثل التوتر بين طرفي المقاومة الوثيقة (1) .

حسب قانون التوترات : $U_{AD} = U_{AB} + U_{BD}$

ومنه $U_{AB} = U_{AD} - U_{BD}$

$U_{AB} = Ri \Leftarrow i = \frac{U_{AB}}{R}$ وعليه فإن الفرق $Y_1 - Y_2$

يسمح لنا بمشاهدة التيار i (t)

4) من الوثيقة (2) : مدخل Y_1 $U_{AD} = E = 6V$

الوثيقة (1) $U_R(t=0) = Ri(t=0)\,6V$

$$i(t=0) = \frac{U_R}{R} = \frac{6}{992} = 6\,10^{-3}A = 6\,mA$$

الوثيقة (1) $U_R(\tau) = 6\times0,37 = 2,22\,V$ بالإسقاط على محور t نجد $\tau = 0,33s$

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{0,33}{992} = 3,3\,10^{-4}F \Leftarrow \tau = RC$$

5) عندما تتم عملية الشحن $i=0 \Leftarrow U_R = 0$

$U_C = E = 6V \Leftarrow U_C + 0 = E$

6) الطاقة المخزنة : عند اللحظة $t = 0,33\,s = \tau$ تكون نسبة الشحن 63%

من الوثيقة (2) $U_C(t=0,33s) = 0,63\times6 = 3,78\ V$

$$E = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\ 3,3\times10^{-4}\times(3,78)^2 = 23,6\ 10^{-4}\ j$$

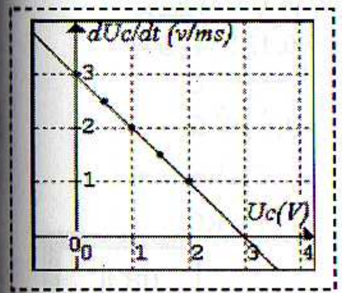
09

1) $U_R + U_C = E \Leftarrow \frac{RC\,dU_C}{dt} + U_C = E \Leftarrow \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC}U_C = \frac{E}{RC}$

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{E}{RC} - \frac{1}{RC}U_C$$

بالمطابقة $\frac{b}{a} = \frac{E}{RC}$ و $\frac{1}{a} = \frac{1}{RC}$ ⇐ $b = E$ و $a = RC$

2) أ / رسم البيان :(حذار فيما يخص الوحدات) $\frac{dU_C}{dt}\left(\frac{V}{ms}\right) = 10^3\left(\frac{V}{s}\right)$



البيان عبارة عن خط مستقيم لايشمل المبدأ معادلته من الشكل :

$\frac{dU_C}{dt} = B - AU_c$ حيث $B = 3\ 10^3$

$$-A = \frac{\Delta^{dU_C}/_{dt}}{\Delta U_C} = \frac{(1-3)10^3}{2-0}$$ (معامل التوجيه)

$$A = 10^3$$

لدينا العلاقة النظرية : $\frac{dU_C}{dt} = \frac{b}{a} - \frac{1}{a}U_C$

بالمطابقة : $B = \frac{b}{a} = \frac{E}{RC}$ و $A = \frac{1}{a} = \frac{1}{RC}$

و منه $\mathbf{B = EA}$ ⇐ $E = \frac{B}{A} = \frac{3\ 10^3}{10^3} = 3$

المقدار الذي يمكن إستنتاجه هو $E = 3V$

3) حساب كل من R و C

- حسب النص عند اللحظة $t = 0$ المكثفة فارغة $(U_C = 0)$

$i = I_{max} = 3mA = 3\ 10^{-3}\ A$

وحسب قانون التوترات : $U_R + U_C = E \Leftarrow U_R + 0 = E$

$U_R = E = 3\ V$

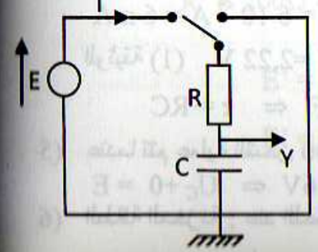
$U_R = RI_{max} \Leftarrow R = \frac{3}{3\ 10^{-3}} = 10^3\ \Omega = 1K\Omega$

- نلاحظ أن القيمة 1,1V تعادل (0,37 E) عند تلك اللحظة $t = \tau = 1ms$

$\tau = RC \Leftarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{10^{-3}}{10^3} = 10^{-6}\ F = 1\mu F$

10

1) الدارة :



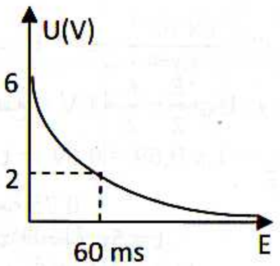
2) معادلة البينية تتمثل في المعادلة

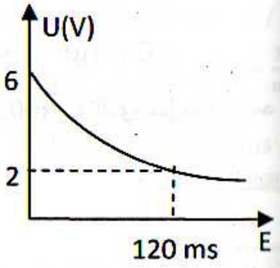
$$U_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

- **من البيان 1** : لما $t = 60ms \Leftarrow U_C = 4,0\ V$

$$0,4 = 6(1 - e^{-\frac{0,06}{\tau_1}})$$

- بعد الحساب نجد : $\tau_1 = 0,055s = 55\ ms$
- $\tau_1 = RC_1 \Leftarrow C_1 = \frac{\tau_1}{R} = \frac{0,055}{10.10^{-3}} = 5,5\ \mu F$
- **من البيان 2** : لما $t = 120\ ms \Leftarrow U_C = 0,4\ V \Leftarrow 0,4 = 6(1 - e^{-\frac{0,120}{\tau_2}})$
- بعد الحساب نجد $\tau_2 = 0,11\ s$
- $\tau_2 = RC_2 \Leftarrow C_2 = \frac{\tau_2}{R} = \frac{0,11}{10.10^{-3}} = 11\ \mu F$





3) عند عملية التفريغ : $U_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

- بيان 1 : عند $t = 60ms$

$$U_C = Ee^{-\frac{t}{\tau_1}} = 6e^{-\frac{0,06}{0,055}} = 2V$$

- بيان 2 : عند $t = 120ms$

$$U_C = Ee^{-\frac{t}{\tau_2}} = 6e^{-\frac{0,120}{0,11}} = 2V$$

11

1) أ / المكثفة تلعب دور الآخذة في عملية الشحن فهي تخزن الطاقة الكهربائية.

ب / الطاقة المخزنة ε_1 : $\varepsilon_1 = \frac{1}{2}CU_1^2 = \frac{1}{2}\ 0,5\ .(6)^2 = 9\ j$

2) أ / المكثفة تلعب دور المولد فهي تحرر من طاقتها المخزنة.

ب / العمل الميكانيكي = عمل الثقل $W_P = -\ mgh$

$W_P = -\ 0,15\times9,8\times1,687 = -\ 2,48\ j$

3) أ / الطاقة الكهربائية المتبقية ε_2 : $\varepsilon_2 = \frac{1}{2}CU_2^2 = \frac{1}{2}\ 0,5\times(2,5)^2 = 1,56\ j$

ب / المردود η : $\eta = \frac{|W_P|}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} = \frac{|-2,48|}{9-1,56} = 0,33 = 33\%$

12

1) أثناء عملية الشحن U_C تتزايد و R تتناقص ، و منه البيان 2 يوافق $U_C = U_{AB}$ و منه البيان 1 يوافق $U_R = U_{DB}$

2) حساب

أ / ثابت الزمن τ : برسم المماس عند اللحظة $t=0$ على البيان 1 أو 2 نجد $\tau = 1ms$

- يمكننا أخذ $0,63U_{max} = 3,8\ V$ ثم نسقطها على البيان ،ثم على محور الأزمنة τ τ=1ms فنجد

ب / حساب توتر طرفي المولد : حسب قانون التوترات

$E_C = U_C + U_R$; $U_R = Ri$

عند النظام الدائم ⇐ $i = 0$ ⇐ $U_R = 0$

$E = U_C = U_{max} = 6V$

ج / حساب R

لدينا $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

بالمطابقة : $\frac{E}{R} = \frac{6}{10^3}$ ⇐ $R = 10^{-3}\ \Omega$ ⇐ $R = 1K\Omega$

د / حساب C

$\tau = RC$ ⇐ $C = \frac{\tau}{R}$ ⇐ $C = \frac{1 \times 10^{-3}}{10^{-3}}$ ⇐ $C = 1\mu F$

3) إحداثيات نقطة التقاطع : $U = \frac{E}{2} = \frac{6}{2} = 3\ V$ و $t=0,75s$ (الذي يمثل $t_{\frac{1}{2}}$)

بحيث $t_{\frac{1}{2}} = \tau\ Ln2$ ⇐ $t_{\frac{1}{2}} = 1 \times 0,69 = 0,69$

و هي قريبة من القيمة 0,75

4) تتم عملية الشحن عند اللحظة $t = 5\tau$

$t \cong 5x1 = 5ms$ ، $U_{BD} = Ri = 0$

مسألة 1

1) الظاهرة المشاهدة هي : U_C في تناقص مع مرور الزمن إنهاعملية تفريغ مكثفة

2) يجب وضع القاطعة في الوضع 1حتى تشحن المكثفة ثم في الوضع 2 لتتم عملية التفريغ

3) عند عملية تفريغ المكثفة تكون إشارة التيار سالبة

4) حسب قانون التوترات $U_C + U_R = 0$

$$U_C + RC\frac{dU_C}{dt} = 0$$

ولدينا العلاقة $U_C + \frac{1}{\alpha}\frac{dU_C}{dt} = 0$ بالمطابقة $\frac{1}{\alpha} = RC = \tau$

5) عند اللحظة $t = 0$ عند إنتقال القاطعة من وضع 1 إلى الوضع 2 $U_R + U_C = E$

U_C (تأخذ قيمة أعظمية)، المكثفة مشحونة ، عندئذ تمنع مرور التيار $i = 0$ ⇐ $U_R = 0$

$U_C + 0 = E = 5V$

- حساب τ نأخذ $(0,37\% U_C)$ ثم نسقط عل البيان فنجد $\tau \cong 22mS$ ، أو باستعمال المماس للبيان عند $t = 0$

$\frac{1}{\alpha} = \tau$ ⇐ $\alpha = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{22\ 10^{-3}} = 45,45\ s^{-1}$

حساب R : $\tau = RC$ ⇐ $R = \frac{\tau}{C} = \frac{22\ 10^{-3}}{200\ 10^{-6}}$

$R = 110\ \Omega$

6) حل المعادلة من الشكل : $U_C = Ee^{-\alpha t} = E e^{-\frac{t}{\tau}}$

7) العلاقة النظرية :

أ / لدينا $U_C = Ee^{-\alpha t}$

$Ln\ U_C = Ln\ (Ee^{-\alpha t})$

$Ln\ U_C = LnE + Ln\ e^{-\alpha t}$

$LnU_C = -\alpha t + LnE$

(II) LnU_C عبارة عن مستقيم لا يشمل المبدأ معادلته من الشكل

$LnU_C = -at + b$ (العلاقة البيانية)

بالمطابقة : $LnE = b = 1,6$ ⇒ $E = 4,95 \cong 5\ V$

$$-\alpha = -a = \frac{\Delta LnE}{\Delta t} = \frac{0,7-1,6}{(20-0)10^{-3}}$$

$\alpha = 45\ s^{-1}$

معادلة البيان : $LnU_C = -45t + 1,61$

نلاحظ أن قيم α و E موافقة مع السؤال 5

8) أ / لما $n = 1$ ⇐ $P\ \% = 35\%$

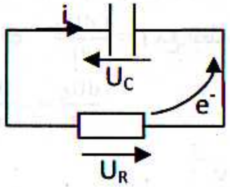
ب / تتم عملية التفريغ لما $t = 5\tau$ ⇐ $\tau = \frac{t}{5}$

بما أن $\tau = \frac{1}{\alpha}$ ⇐ $\frac{t}{5} = \frac{1}{\alpha}$ ⇐ $5 = \alpha t$ بالمطابقة مع المعطيات $n = \alpha t$ نجد $n = 5$

ج / عملية الشحن تتم عند اللحظة $t = 5\tau$ و هي نفس المدة في عملية التفريغ

$t = 5 . 22 = 110\ ms$

مسألة 2



1) أ / اتجاه التيار i وحركة e^-

ب / العلاقة بين U_C و U_R

$U_{AB} + U_{BA} = 0$

$U_C + U_R = 0$ ⇐ $U_C = -U_R$

ج / $q_A = C\ U_{AB}$

2) عند عملية التفريغ اليتار ، يغير من الإتجاه ، تكون إشارته سالبة $i < 0$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{dU_C}{dt} = C\frac{dU_C}{dt}$$

3) حسب قانون أوم $U_R = R\ i$

$U_C + U_R = 0$ ⇐ $U_C + R\frac{dU_C}{dt} = 0$

$$\frac{U_C}{RC} + \frac{dU_C}{dt} = 0$$

أو $\alpha U_c + \frac{dU_C}{dt} = 0....1$

بالمطابقة : $\alpha = \frac{1}{RC}$

4) لدينا $U_C = Ae^{-Bt}$:..........2

أ / $\frac{dU_C}{dt} = -AB\ e^{-Bt}$ 3

نعوض 2 و 3 في 1: $\alpha U_C + \frac{dU_C}{dt} = 0$

$\alpha Ae^{-Bt} - AB\ e^{-Bt} = 0$ ⇐ $A(\alpha - B)\ e^{-Bt} = 0$

تكون هذه المعادلة محققة إذا : $\alpha - \beta = 0$ ⇐ $\alpha = \beta$ لأن $A \neq 0$

$$\frac{1}{RC} = \beta = \alpha$$

ب / حساب قيمة A :

$U_C = A\ e^{-Bt}$ لما $t = 0$ ⇐ $U_C = U_0 = 10V$

$A = Ae^{-\beta \times 0} = Ae^0 = 10$

ج / تحديد البيان

البيان 1 : هو الذي يمثل $U_C = f(t)$ لأنه :

- عند $t=0$ $U_C = 10V$
- عند $t>0$ U_C يتناقص ثم يؤول إلى 0 ، عكس البيان 2
- عند $t=0$ ، $U_C = 0$
- عند $t>0$ U_C يتزايد و هذا مناقض للحل $U_C = A e^{-Bt}$

5) أ / $\tau = RC$

ب / $U_R = Ri \Rightarrow R = \frac{U_R}{i} = \frac{[U]}{[A]}$

$$C = \frac{q}{U_C} = \frac{It}{U_C} = \frac{[A][s]}{V}$$

$$\tau = RC = \frac{[V]}{[A]}\frac{[A][S]}{[V]} = [s]$$

ج / بيانيا : برسم المماس نجد $\tau \cong 0,075$ s

د / حساب C: $\tau = RC \Leftarrow C = \frac{\tau}{R} \Leftarrow C = \frac{0,07}{33}$

$$C \cong 2 . 10^{-3}F = 2 \text{ mF}$$

6) أ / $i = \frac{dq}{at} \Leftarrow i = \frac{CdU_C}{dt}$ مع العلم أن $U_C = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\frac{dU_C}{dt} = -\frac{U_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i = -C\frac{U_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{CU_0}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

ب / حساب $I_0 = i(t=0)$

$$I_0 = i(t=0) = -\frac{U_0}{R}e^{-\frac{0}{RC}} = -\frac{U_0}{R}$$

$$I_0 = -\frac{10}{33} = -0,3 \text{ A}$$

ج / البيان الذي يمثل i (t) هو البيان 3 لأن

- $i<0$

لما $t=0 \Leftarrow i(t) = I_0 = 0,3$ A

د / $i(t=0,5) = 0,3 e^{-\frac{0,5}{0,07}} = -0,02$ mA

ه / $U_C = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$U_C(t=0) = 10 e^{-\frac{0,5}{0,07}} = 8 . 10^{-3} \text{ V}$$

ط1 / نلاحظ أن : $\frac{U_C(t=0,5)}{U_0} = \frac{8.10^{-3}}{10} = 0,0008$

هذه النسبة ضعيفة جدا و بالتالي يمكن إعتبار أن المكثفة قد فرغت

ط2 / تمت عملية التفريغ عند اللحظة $t = 5\tau$

$\frac{T}{\tau} = \frac{0,5}{0,07} \cong 7$ تم التفريغ $t = 7\tau > 5\tau$

7) الطاقة الكهربائية المخزنة :

لدينا $E' = \frac{1}{2}C'U_0^2$ $E = \frac{1}{2}CU_0^2$

$$\frac{E'}{E} = \frac{C'}{C} \Leftarrow E' = \frac{C'}{C}E$$

إذا كان $C' > C \Leftarrow \frac{C'}{C} > 1 \Leftarrow E' > E$

مسألة 3

1) الدارة : تمثيل بسهم التوترات

لدينا :

2) $q = CU_C$ و $i = \frac{dq}{dt} \Leftarrow i = \frac{CdU_C}{dt}$

- $U_R = Ri \Leftarrow U_R = RC\frac{dU_C}{dt}$

حسب قانون التوترات: $U_R + U_C = U$

$$RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = U \quad ...1$$

ب / وحدة τ هي الثانية (S)

$$\tau = RC = \frac{U_R}{i}\frac{q}{U_C} = \frac{U_R.i.t}{i.U_C} = \frac{[V][S]}{[V]} = [s]$$

3) أ / في المجال $0<t<\frac{T}{2}$ نلاحظ أن U= ثابت

$U_C = U(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \Leftarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{U}{\tau}e^{-\frac{t}{2}}$ نعوضها في 1

$RC(\frac{U}{\tau}e^{-\frac{t}{2}}) + U(1-e^{-\frac{t}{2}}) = U$ $RC = \tau$

$$\frac{\tau U}{\tau}e^{-\frac{t}{2}} + U - Ue^{-\frac{t}{2}} = U$$

نجد U = U و هي محققة .

عند اللحظة t = 0

$$U_C(t=0) = U(1-e^{-\frac{t}{2}}) = U(1-e^0) = U(1-1) = 0$$

$$q = CU_C = C \times 0 = 0$$

ب / الظاهرة المشاهدة هي عملية الشحن في المجال $0<t<\frac{T}{2}$

- لأن الدالة $e^{-\frac{t}{2}}$ متناقصة و $U > 0$

فإن $U_C = U(1-e^{-\frac{t}{2}})$ متزايدة .

- كما أنه لما $(t\to\infty)$نجد $(e^{-\frac{t}{2}} \to 0)$ و منه $U_C \to U$

ج / قيمة $U_C(\frac{T}{2})$

$$U_C(\frac{T}{2}) = U(1-e^{-\frac{t}{2}})$$

حسب النص $T>10\tau \Leftarrow \frac{T}{2}>5\tau \Leftarrow \frac{T}{2\tau}>5$

$$e^{\frac{T}{2\tau}} > e^5 \Leftarrow e^{-\frac{T}{2\tau}} > e^{-5}$$

$$U_C(\frac{T}{2}) = U(1-e^{-\frac{T}{2\tau}}) > U(1-e^{-5})$$

$$U_C(\frac{T}{2}) > 6(1-0,0067)$$

$$U_C(\frac{T}{2}) > 5,96 \text{ V}$$

نأخذ القيمة: $U_C(\frac{T}{2}) = 6$ V

4) المجال $\frac{T}{2} < t < T$ بما أن U = 0 تصبح المعادلة $\tau\frac{dU_C}{dt} + U_C = 0$ و هي معادلة التفريغ .

$$U_C = U\, e^{-\frac{T}{\tau}}$$

$$e^{-\frac{T}{\tau}} < e^{-10} \Leftarrow \frac{T}{\tau} > 10 \quad \Leftarrow T > 10\,\tau$$

$$U_C(T) = U\, e^{-\frac{T}{\tau}} < U\, e^{-10}$$

$$U_C(T) < 6 \times 4510^{-6}$$

و هي قيمة صغيرة جدا $U_C = 2\,10^{-4}$ V

ج / تحديد المسح الأفقي للزمن أولا:

$$T = \frac{1}{N} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}S \quad \Leftarrow N = 1Kz$$

لدينا $\tau = RC \quad \Leftarrow \quad \tau = 10^{-3} \times 50 \times 10^{-9} = 5\,10^{-5}s$

$10\,\tau = 5\,10^{-4}$ أما $T = 10^{-3}\,s = 10\,10^{-4}$

نلاحظ أن $T > 10\,\tau$ ، إذا الشرط قد احترم

حكمة

قال خالد بن صفوان : لا تضع معروفك عند فاجر و لا أحمق و لا لئيم ، فإن الفاجر يرى ذلك ضعيفا ، و الأحمق لا يعرف ما أتي إليه فيشكره على مقدار عقله ، و اللئيم سبخة لا ينبت شيئا و لا يثمر ، و لكن إذا رأيت الشري فازرع المعروف تحصد الشكر و أنا الضامن

تمارين

01

دارة تحتوي على التسلسل مولد (E) ، مقاومة (R) و وشيعة (L ,r) الكل على التسلسل .

1) أرسم هذه الدارة .

2) أكتب قانون التوترات .

3) في اللحظة $t = 40\ ms$ نعتبر أن شدة التيار تصل إلى $\frac{9,9}{10}$ من قيمتها عند النظام الدائم

أ / أحسب ثابت الزمن τ و استنتج قيمة $t_{\frac{1}{2}}$

ب / أوجد قيمة المقاومات R ، r

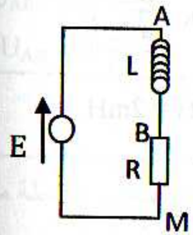
ج / استنتج شدة التيار العظمى I_0

د / ارسم الدالة $i = f(t)$

4) احسب الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشيعة عند اللحظة $t > 40\ ms$

$E = 8V \qquad L = 200\ mH \qquad r = \frac{R}{4}$

02



شكل 1

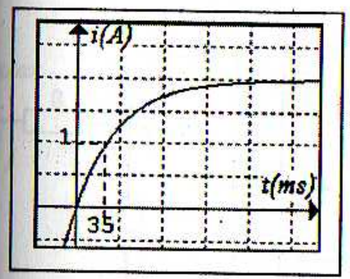
لدينا الدارة الموضحة في الشكل 1

1) كيف يمكن ربط الدارة بجهاز راسم الإهتزاز المهبطي للحصول على البيان الموجود في شكل 2

2) أ / أوجد العلاقة بين ثابت الزمن τ و $t_{\frac{1}{2}}$ ثم أحسب τ

ب / احسب قيمة المقاومة R

3) احسب التوتر بين طرفي المولد E و التوتر بين طرفي الوشيعة U_L لما $t \longrightarrow \infty$ $= 0,5\ H$



03

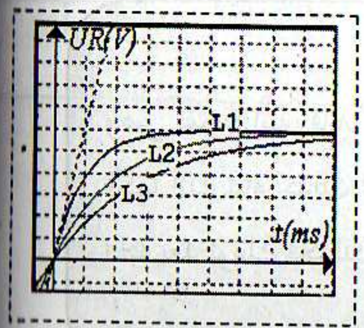
تتحصل على البيانات الثلاثة للدارة المقابلة لها ، حيث :

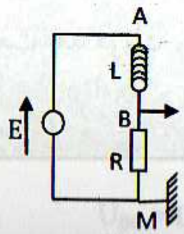
نستبدل في كل مرة الوشيعة (L_1 ، L_2 ، L_3)

1) هل البيانات الثلاثة تؤول إلى نفس القيمة U_0 لما $t \longrightarrow \infty$ ؟ علل .

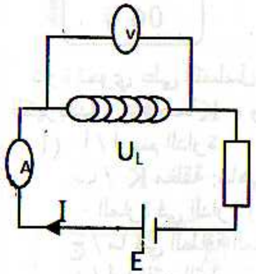
2) ماهي الوشيعة التي لها أكبر قيمة للذاتية L ؟ علل .

3) إذا كانت قيمة $L_1 = 40\ mH$ ، و إعتمادا على البيان . أوجد قيم كل من L_2 ، L_3





04



لدينا الدارة الموضحة في الشكل :

1) مثل على الدارة التوترات E , U_L , U_R

2) عند اللحظة $t = 20\ ms$ تسلك الوشعة سلوك المقاومة

عندئذ جهز الأمبير متر يسجل القيمة $200\ mA$

أما جهاز فولط متر فيسجل القيمة $2V$.

أ / ماذا تمثل القيم $20ms$ ، $200\ mA$ ، و $2V$

ب / أحسب كل من U_L ، E ، و U_R

ج / استنتج قيم r , R ، و L يعطى : $\sum R = 30\ \Omega$

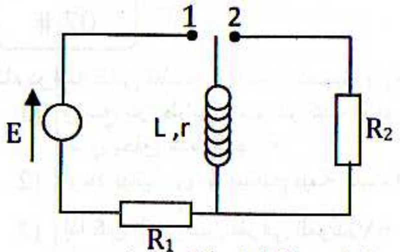
3) لتكن t_1اللحظة التي تأخذ فيها الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشعة القيمة $E_m = 6\ 10^{-4}\ J$.

أ/ برهن العلاقة التالية

$$t_1 = -\frac{t}{5}\, Ln\left(1 - \frac{\sqrt{\frac{2E_m}{L}}}{I_0}\right)$$

ب / ماذا تمثل هذه اللحظة t_1؟ أحسب قيمتها. تحقق من النتيجة بطريقة أخرى

05



نحقق الدارة المقابلة :

I. القاطعة في الوضع 1 :

1) برهن أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار تعطى بالعلاقة : $\frac{di}{dt} + \frac{(R_1 + r)}{L} i = \frac{E}{L}$

2) تتحقق من أن : $i\ (t) = \frac{E}{(R_1 + r)}\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ هو حل للمعادلة التفاضلية حيث

$$\tau = \frac{L}{(R_1 + r)} = 16\ ms$$

3) لتكن E_m الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشيعة بحيث $E_{m1}(t_1 = 80ms) = 16\ mj$

و $E_{m2}(t_2) = 4mj$

أ / أوجد قيم كل من L ، I_{max} ، E و t_2 . ماذا تمثل هذه اللحظة t_2 $(R_1 + r) = 50\Omega$

ب / لما $(R_1 + r)i \ll L\frac{di}{dt}$ برهن أن U_L تعطى بالعبارة $U_L = E\ \ e^{-\frac{t}{\tau}}$

II.

1) عند $t = 0$ نمرر القاطعة من وضع 1 إلى الوضع 2

أ / أكتب المعادلة التفاضلية الموافقة .

ب / تحقق من أن $i = i_0\, e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ هو حل للمعادلة التفاضلية $\tau_2 = \frac{L}{R_2 + r}$

ج / متى تنعدم الطاقة في الدارة

2) ليكن $\Delta t = t_1 - t_2$ حيث :

t_1 زمن بلوغ U_R 80% من قيمتها القصوى U_0

t_2 زمن بلوغ U_R 20 % من قيمتها القصوى U_0

برهن أن $\Delta t = 2\, \tau_2\, Ln\ 2$ ثم أحسب Δt $R_1 = R_2$

06

دارة تحوي على التسلسل : مولد ذو توتر مستمر $(E=24\ V\ ,\ r = 0)$ حيث E القوة المحركة الكهربائية ، قاطعة K ، وشيعة صرفة $L = 0,1H$ ، و ناقل أومي $R = 6,0\ \Omega$

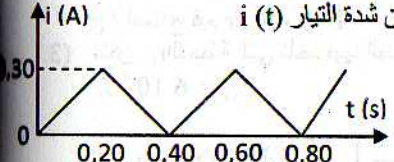
1) أ / ارسم الدارة

ب / K مغلقة :ماهي قيمة التوتربين طرفي الوشيعة ، أوجد عبارة التيار i_0 المارة في الدارة و حدد قيمتها

ج / ما هي الطاقة المغناطسية الأعظمية المخزنة داخل الوشعة ؟

د / لما نفتح التيار نشاهد شرارة بين طرفي القاطعة . لماذا ؟

2) نغذي الدارة الأن بتيار مثلثي . نغلق القاطعة K فتكون شدة التيار $i(t)$ موضحة في البيان التالي :(شكل 1)

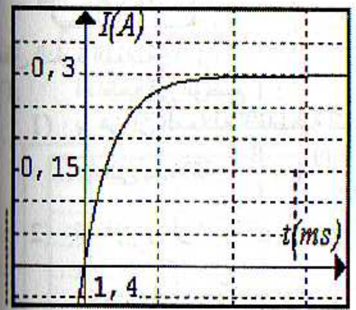


شكل 1

أ / حدد قيم التوتر U_L لما $0< t< 0,40\ s$

ب / أرسم $U_L(t)$ في المجال $[0\ ;\ 0,80\ s]$

07



أثناء دراسة ثنائي قطب RL قمنا بتسجيل $i = f(t)$

1) وضح عن طريق رسم التركيب التجريبي الذي يحقق هذه التجربة

2) أوجد بيانيا $t_{\frac{1}{2}}$ و إستنتج قيمة ثابت الزمن τ

3) إذا كان التوتر بين طرفي المولد $E = 6V$ ، أحسب قيمة R

4) برهن ان L تعطى بالعلاقة $L = \frac{E.t_{\frac{1}{2}}}{I_0 Ln_2}$ ثم حدد قيمتها .

5) أحسب الطاقة المخزنة داخل الوشيعة عند إنعدام التوتر بين طرفيها

يعطى : $Ln2 = 0,7$

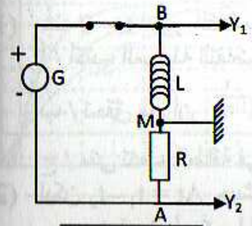
08

لدينا الدارة الموضحة في(الشكل 1)

بواسطة راسم الإهتزاز المهبطي نتحصل على البيان :

- مدخل Y_1: حساسية شاقولية 200mV /div
- مدخل Y_2 : حساسية شاقولية 2 V/div

حساسية أفقية 0,2ms /div



شكل 1

1) أعط العبارة الحرفية للتوتر اللحظي $U_{BM}(t)$ بدلالة $i(t)$ و L

2) إنطلاقا من البيان 1 بين $U_{AM}(t)= - Ri$

3) إستنتج من العلاقات السابقة أن $U_{BM}(t)= -\frac{L}{R}\frac{d}{dt}(U_{AM}(t))$

4) علل شكل بيان للمدخل Y_1 بالنسبة للبيان للمدخل Y_2

5) بإستعمال البيان 2 :

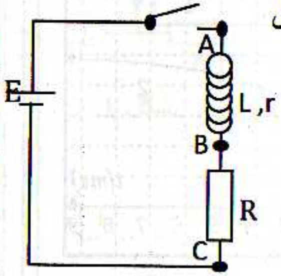
أ / أحسب دور T و تواتر N التواترين على راسم الإهتزاز المهبطي

يعطى : $N=\frac{1}{T}$

ب / أحسب القيم التي يتغير فيها التوتران

ج / [إستعمال طريقة يجب وضعها أحسب قيمة الذاتية L

09



دارة كهربائية تتركب من مولد (E) ، وشيعة $(L,r = 10\Omega)$ و مقاومة R الكل على التسلسل .

بواسطة برمجية خاصة نتابع تطورات U_{AB} و U_{BC} بدلالة الزمن .

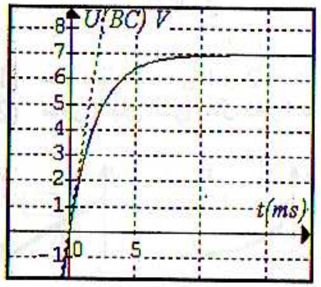
نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$

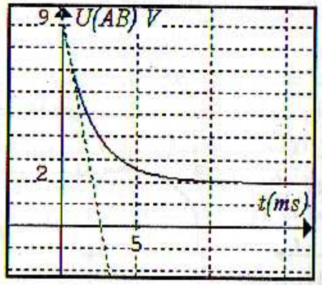
1) أوجد بيانيا قيمة E

2) أحسب شدة التيار عند النظام الدائم ، ثم احسب قيمة I_{max} و R ، و استنتج قيمة الذاتية L ب (mH)

3) أعط العبارة الحرفية لشدة التيار i بدلالة (r ,E,R ,L)، ثم أحسب قيمتها عند اللحظة $t = 0,035\ s$

4) احسب الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشعة عندئذ



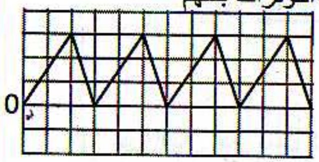


10

دارة كهربائية موجهة من A نحو B تحوي على التسلسل : مولد (تيار مثلثي) ناقل أومي (AB) ، مقاومته $R = 100\Omega$ و وشعة (BC) صرفة داتيتها L . $L = 0,5\ H$

راسم الإهتزاز المهبطي يسمح لنا بمشاهدة التوتر U_{AB} على المدخل 1 وتوتر U_{BC} على المدخل 2

مدخل 1 : 5V / div مدخل 2 : 2V / div الحساسية الأفقية : 1 ms / div



1) اعط تركيب لهذه الدارة الكهربائية مع توضيح المداخل و تمثيل التوترات بسهم

2) يظهر على شاشة راسم الإهتزازا المهبطي البيان التالي :

أ / حدد المدخل و التوتر الموافق لهذا البيان مع التعليل

ب / أعط العبارات اللحظية $U_{AB}(t)$, $U_{CB}(t)$

ج / أحسب تواتر التوتر المثلثي المطبق على الوشعة

3) أثناء تغيرات شدة التيار اللحظي $i(t)$ في الوشعة ، أحسب قيمته الأعظمية I_{MAX}

4) أعط عبارة $i(t)$ خلال دور T من الزمن آخذا مبدأ الأزمنة أين $U_{AB} = 0$

5) أ / أوجد عبارة U_{CB} ، ثم أحسب قيم هذا التوتر خلال دور T

ب / أرسم شكل المدخل 2

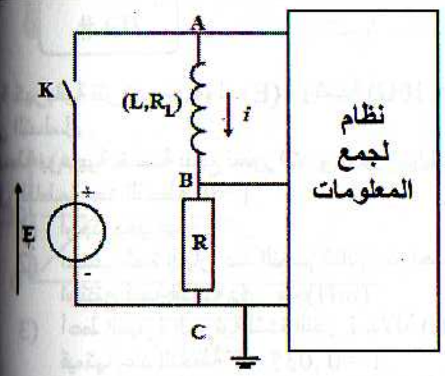
6) بين أن الوشعة تمانع تغيرات التيار في الدارة في أي حالة كانت

هل عامل الزمن لتغير التيار يؤثر على التوتر U_{BC}

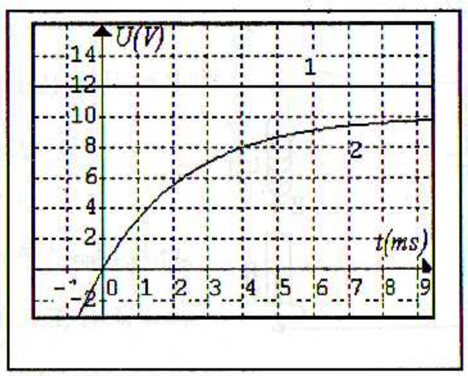
مسألة 1

I. مولد قوة محركه الكهربائية E

يغذي على التسلسل وشيعة (L ,r) و مقاومة $R = 40\Omega$ كما هو موضح في الشكل 1 . الأقطاب B، A و موصولة بمداخل لجهاز يسمح لنا برسم التوترات الشكل 2



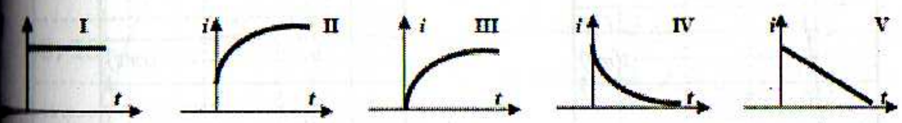
الشكل 1



الشكل 2

1) ماذا يمثل المنحى 1 و 2

2) ماهو البيان الذي يمثل تغيرات شدة التيار i من بين ما يلي :



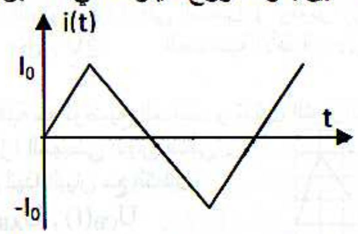
3) مثل على الشكل 2 تغيرات U_{AB}

4) أعط قيم كل من E و I_{max} (شدة التيار الأعظمية)

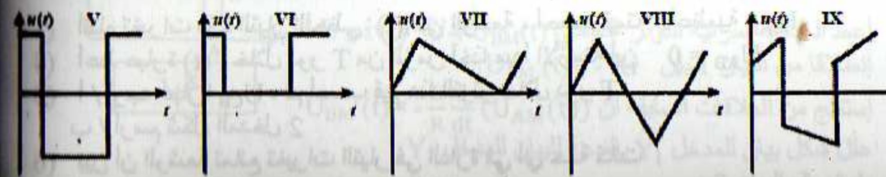
5) أ /أكتب المعادلة التفاضلية لشدة التيار i

ب / استنتج قيم كل من L و r

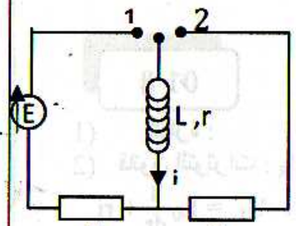
II. نعوض المولد السابق بمولد موزع للتيار المثلي ، نعتبر أن r مهملة .



1) عين البيان الذي يمثل كل من U_{AB} ، و U_{BC} من بين البيانات التالية :



مسألة 2



شكل 1

يظهر التيار في الدارة المقابلة (شكل1) عندما تكون القاطعة في الوضع 1

1) برهن أن المعادلة التفاضلية لتطورات التيار من الشكل :

$$A\frac{di}{dt}+Bi=D$$

حيث D ، B ، A ثوابت موجبة يطلب تعيينها بدلالة E، R ، r و L

2) حل هذه المعادلة من الشكل $i = \alpha(1 - e^{\beta t})$

حيث α ، β ثوابت موجبة .

أ. بإستعمال المعادلة التفاضلية و العلاقة $\beta=\frac{B}{A}$

برهن أن $\alpha=\frac{D}{B}$

ب. أوجد القيمة α وحدد وحدتها

3) بواسطة أمبير متر نلاحظ أنه عند اللحظة t_1 $i(t_1)$ تأخذ قيمة ثابتة .

أ. أحسب t_1

ب. أحسب شدة التيار الموافقة ، قارنها مع α

4) فجأة تنتقل القاطعة إلى الوضع 2

أ. أكتب المعادلة التفاضلية لشدة التيار .

ب. ما هو حل هذه المعادلة .

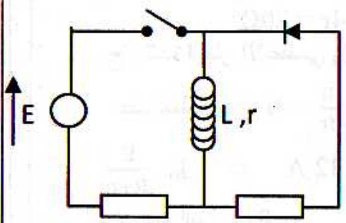
5) ماذا نشاهد عند انتقال القاطعة من الوضع 1 إلى الوضع 2 .

ماذا يحدث فيما يخص المنتوج الطاقوي ؟

6) من الأفضل إستعمال الدارة الجديدة :(شكل 2)

أ. حدد قيمة التيار عند فتح و غلق القاطعة

ب. ما هو دور الصمام في هذه الدارة ؟



شكل 2

$E=8V$ $R=150\Omega$ $r=50\Omega$ $L=400mH$

حكمة

قال عمر لإبنه عبد الله رضي الله عنهما : إتقى الله ، فإنه لا عمل لمن لا نية له ، و لا مال لمن لا رفق له ، و لا حرمة لمن لا دين له .

الحلول

01

1) الدارة :

2) قانون التوترات : $E = U_L + U_R$

$E = L\frac{li}{dt} + (R+r)i \Leftarrow U_R = ri \text{ ، } U_L = L_0\frac{li}{dt} + ri$

3) عند اللحظة $t = 40\ mS$ ، $99\ \%\ i = \frac{9,9}{10}\ i$

دلالة على بلوغ النظام دائم ، عندئذ شدة التيار تكون أعظمية و ثابتة.

وعليه i (ثابت) $\Leftarrow \frac{di}{dt} = 0$ و $t = 5\tau$

أ / حساب ثابت الزمن τ : $\tau = \frac{t}{5} = \frac{0,04}{5} = 8\ 10^{-3}\ s$

حساب $t_{\frac{1}{2}}$: لدينا العلاقة $t_{\frac{1}{2}} = \tau\, Ln2 \Leftarrow t_{\frac{1}{2}} = 8\ 10^{-3}.\ 0,7 = 5,6\ 10^{-3}\ s$

ب / حساب r و R : $\frac{L}{5r} = \frac{L}{R+r} = \tau \Leftarrow r = \frac{L}{5\tau} \Leftarrow r = \frac{0,2}{0,04} = 5\Omega$

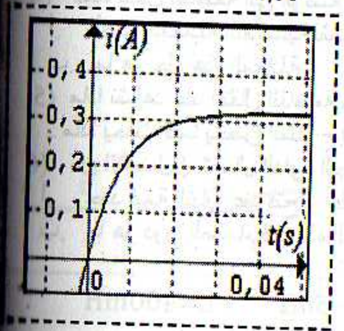
$R = 4r = 20\Omega$

ج / شدة التيار الأعظمي I_0

عند النظام الدائم $\frac{di}{dt} = 0 \Leftarrow E = (R+r)I_0$

$I_0 = \frac{E}{R+r} \Leftarrow I_0 = \frac{8}{20+5} = 0,32\ A$

د / رسم البيان $i = f(t)$



4) لما $t > 40ms \longleftarrow i = I_0 \Leftarrow E_m = \frac{1}{2} L I_0^2$

$E_m = \frac{1}{2} 0,2\ (0,32)^2 \cong 10^{-2}\ j$

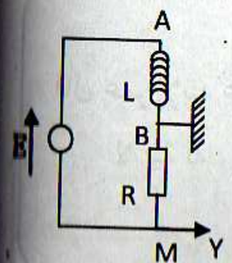
02

1) الدارة موضحة في الشكل أدناه

2) أ/استنتاج قيمة τ :

نلاحظ أنه عند اللحظة $t = 35ms$ ، $i = \frac{I_0}{2} = 1A$ و هذا الزمن يوافق $t_{\frac{1}{2}}$

بيانيا $t_{\frac{1}{2}} = 35\ mS$



لدينا العلاقة $t_{\frac{1}{2}} = \tau\, Ln2 \Leftarrow \tau = \frac{t_{\frac{1}{2}}}{Ln2}$

$\tau = \frac{35\ 10^{-3}}{0,7} = 5\ 10^{-2}\ s$

ب/حساب R : $\tau = \frac{L}{R} \Leftarrow R = \frac{L}{\tau} = \frac{0,5}{5\ 10^{-2}} = 10\ \Omega$

- حساب E : $E = U_L + U_R \Leftarrow E = L\frac{di}{dt} + Ri$
- عند النظام الدائم $i = I_0 = 2A$ (قيمة الشدة ثابتة) $\Leftarrow \frac{di}{dt} = 0 \Leftarrow U_L = 0$

$E = U_R = RI_0 = 10.\ 2 = 20V$

03

1) المدخل Y يمثل التوتر بين طرفي المقاومة $U_{BM} = Ri$.

حسب قانون التوترات $E = U_{AB} + U_{BM}$ حيث $U_{AB} = L\frac{di}{dt}$

عندما تأخذ شدة التيار القيمة الأعظمية $i = I_0$، تصبح ثابتة $\Leftarrow \frac{di}{dt} = 0$

$U_{AB} = L\frac{di}{dt} = 0$

و منه $U_{BM} = U_0 = E \quad \forall L$

النتيجة : كل البيانات تؤول إلى نفس القيمة U_0 لما $t \longrightarrow \infty$

2) لدينا $\tau = \frac{L}{R}$. بما أن R ثابت فإن L تتناسب طردا مع τ: الوشيعة التي لها أكبر قيمة للذاتية L هي التي لها أكبر قيمة لثابت الزمن τ

بما أن $\tau_3 > \tau_2 > \tau_1$ فإن $L_3 > L_2 > L_1$

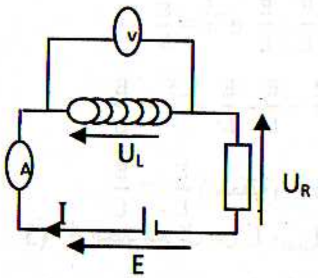
3) نلاحظ بيانيا أن $\tau_2 = 2\,\tau_1$ و $\tau_3 = 3\,\tau_1$ و منه : $\tau_2 = 2\,\tau_1$

$\frac{L_2}{R} = 2\frac{L_1}{R} \Leftarrow L_2 = 2\,L_1 = 2\ 40 = 80\ mH$

$\tau_3 = 3\,\tau_1 \quad \frac{L_3}{R} = \frac{3L_1}{R}$

04

1) تمثيل التوترات : أنظر إلى الدارة



2) أ/ تسلك الوشعة سلوك المقاومة عندما نحصل على النظام الدائم.

- عندئذ تكون شدة التيار أعظمية وثابتة $i = I_0 = 200\ mA$ و $\frac{di}{dt} = 0$.
- $U_L = L\frac{di}{dt} + ri = ri = 20\ V$
- $t = 5\,\tau = 20\ ms$

ب/ حساب التوترات.

- لدينا $U_L = 20\ V$
- $E = U_L + U_R = ri + RI = (R + r)I_0$
- $E = \sum RI_0 = 30 \times 0,2 = 6V$
- $U_R = E - U_L = 6 - 2 = 4V$

ج/

- $U_L = rI_0 = 2V \Leftarrow r = \frac{U_L}{I_0} = \frac{2}{0,2} = 10\Omega$
- $\sum R = R + r = 30 \Leftarrow R = 30 - 10 = 20\ \Omega$
- $\tau = \frac{L}{\sum R} \Leftarrow L = \tau \sum R = \frac{t}{5}\sum R \Leftarrow L = \frac{0,02}{5}(30) = 0,12H$

3) عبارة شدة التيار : $i = I_0\,(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}) \Leftarrow e^{-\frac{t_1}{\tau}} = 1 - \frac{i}{I_0}$

$-\frac{t_1}{\tau} = Ln\,(1 - \frac{i}{I_0})$

$t_1 = -\frac{t}{5}\,Ln(1 - \frac{i}{I_0})$ …….(1)

$E_m = \frac{1}{2} L\, i^2 \Leftarrow i = \sqrt{\frac{2E_m}{L}}$ …(2) نعوض (2) في (1) فنتحصل على

$$t_1 = -\frac{t}{5}\,Ln\left(1 - \frac{\sqrt{\frac{2E_m}{L}}}{I_0}\right) \;.......(1)$$

$$t_1 = -\frac{20.10^{-3}}{5}\,Ln\left(1 - \frac{\sqrt{\frac{2x6.10^{-4}}{0,12}}}{0,2}\right) = 2,77.10^{-3}s$$

t_1 يمثل $t_{\frac{1}{2}}$ و يمكن إيجاده بالعلاقة $t_1 = t_{\frac{1}{2}} = \tau\,Ln2$

05

I. القاطعة في الوضع 1:

1) حسب قانون التوترات : $U_L + U_R = E$ مع العلم $U_R = R_1 i$ و $U_L = L\frac{di}{dt} + ri$

$$L\frac{di}{dt} + ri + R_1 i = E \;\Leftarrow\; \frac{di}{dt} + \left(\frac{R_1+r}{L}\right)i = \frac{E}{L} \;.....(1)$$

2) $$i(t) = \frac{E}{R_1+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)...(2) \;\Leftarrow\; \frac{di}{dt} = \frac{1}{\tau}\,\frac{E}{R_1+r}\,e^{-\frac{t}{\tau}}...(3)$$

نعوض كل من i(2) و (3) في المعادلة التفاضلية (1) . $\frac{1}{\tau} = \frac{R_1+r}{L}$

$$\frac{E}{R_1+r}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R_1+r}{L}\,\frac{E}{R_1+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{L}$$

$$\frac{1}{\tau}\,\frac{E}{R_1+r}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{L} - \frac{E}{L}\,e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L}$$

$$\frac{R_1+r}{L}\,\frac{E}{R_1+r}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{L} - \frac{E}{L}\,e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L}$$

$\forall t$ (محققة) $\frac{E}{L} = \frac{E}{L}$

3) أ/ إيجاد قيم كل من L، I_{max} و E

- $\tau = \frac{L}{R_1+r} \Leftarrow L = \tau(R_1+r)$ ، $L = 16\,10^{-3}\,x(50) = 0,8H$
- نلاحظ أن (t=80ms=5x16ms) بمعنى $t = 5\,\tau$ (بلوغ النظام الدائم) عندئذ تكون شدة ثابتة $(\frac{di}{dt} = 0)$ و أعظمية I_{max} حيث $E_m = \frac{1}{2}L.I_{max}^2$

ومنه $I_{max} = \sqrt{\frac{2E_m}{L}} = \sqrt{\frac{2x16.10^{-3}}{0,8}} = 0,2\ A$

- حساب E : $E = U_L + U_R = L\frac{di}{dt} + (R+r)I_{max}$

$E = 0 + (R+r)I_{max} = 50x0,2 = 10\ v$

إيجاد t_2 : نلاحظ أن $\frac{E_{m1}}{E_{m2}} = \frac{\frac{1}{2}LI_0^2}{\frac{1}{2}LI_2^2} = \frac{I_0^2}{I_2^2} = \frac{16}{4} = 4$

$$t_2 = t_{\frac{1}{2}} = \tau\,Ln2 \;\Leftarrow\; I_2 = \frac{I_0}{2} \;\Leftarrow\; \frac{I_0}{I_2} = 2$$

ب/ $L\frac{di}{dt} + (R_1+r)i = E \;\Leftarrow\; U_L + U_R = E$

بما أن $L\frac{di}{dt} \gg (R_1+r)i$ تصبح المعادلة : $U_L = L\frac{di}{dt} = E$

و لدينا المعادلة $\frac{di}{dt} = \frac{1}{\tau}\,\frac{E}{R_1+r}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$ (3)

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{\frac{L}{(R_1+r)}(R_1+r)}\,e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{E}{L}\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_L = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

القاطعة في الوضع 2

1) أ/ كتابة المعادلة التفاضلية

المولد خارج الدارة : $L\frac{di}{dt} + (R_2+r)\ i = 0 \;\Leftarrow\; E=0$

مع $\tau_2 = \frac{L}{R_2+r}$, $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau_2}i = 0\;...(4)$

ب/ نتحقق من أن $i = i_0\,e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ هو حل للمعادلة التفاضلية

نشتق المعادلة (5) فنتحصل على $i = i_0 e^{-\frac{t}{\tau_2}}\;....(5)$

ثم نعوض (5)و(6) في (4): $\frac{di}{dt} = -\frac{i_0}{\tau}\,e^{-\frac{t}{\tau_2}}\;.....(6)$

نلاحظ أن المعادلة محققة $\forall t$ $\quad -\frac{i_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau_2}} + \frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau_2}} = 0$

ج/ تنعدم الطاقة عند إنعدام التيار أي عند الحظة $t = 5\,\tau_2$

بما أن $\tau_1 = \tau_2 = 16ms \;\Leftarrow\; (R_1+r) = (R_2+r) = 50\ \Omega \Leftarrow R_1 = R_2$

$t = 5\ .16 = 80ms$

د) نبرهن أن $\Delta t = \tau\,Ln\,4$ / $U_0 = R_2\,i_0$ / $U_R = R_2 i$

لدينا $i = i_0 e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ و $U_R = R_2\,i_0 e^{-\frac{t}{\tau_2}} = U_0\,e^{-\frac{t}{\tau_2}}$

عند اللحظة t_1: $\frac{t_1}{\tau_2} = Ln\left(\frac{1}{0,8}\right) \;\Leftarrow\; 0,8\,U_0 = U_0\,e^{-\frac{t}{\tau_2}}$

عند اللحظة t_2: $\frac{t_2}{\tau_2} = Ln\left(\frac{1}{0,2}\right) \;\Leftarrow\; 0,2\,U_0 = U_0\,e^{-\frac{t}{\tau_2}}$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \tau_2\left(Ln\frac{1}{0,2} - Ln\frac{1}{0,8}\right)$$

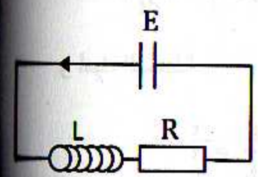
$$\Delta t = \tau_2 . Ln\left(\frac{0,8}{0,2}\right) = \tau_2 Ln4$$

$$\Delta t = 2\,\tau_2 . Ln\ 2$$

$$\Delta t = 2x16.10^{-3}\ x0,7 = 22,4.\ 10^{-3}\ s$$

06

1) أ / رسم الدارة :



ب / التيار مستمر ،ثابت الشدة $i = I_0 \Leftarrow \frac{di}{dt} = 0$

ومنه $U_L = L\frac{di}{dt} = 0$

حسب قانون التورات: $E = U_R + U_L$

$I_0 = \frac{E}{R} = \frac{24}{6} = 4\ A \Leftarrow E = RI_0 \Leftarrow E = R\,I_0 + L\frac{di}{dt}$

ج / الطاقة E_m

$E_m = \frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2}\,0,1\ (4)^2 = 0,8j$

د / عند فتح القاطعة نشاهد شرارة كهربائية(*ظاهرة ما فوق التوتر) التي تشترد الهوا

،و تحدث تيار لحظيا يسمى تيار التفريغ.

2) تيار مثلثي : أ/ قيم التوتر U_L

• المجال $[0 - 2\ s]$ $\Leftarrow i = at$ $\Leftarrow \frac{di}{dt} = a$ $\Leftarrow U_L = La$

$a = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{0,3 - 0}{0,2 - 0} = 1,5\ \ AS^{-1}$

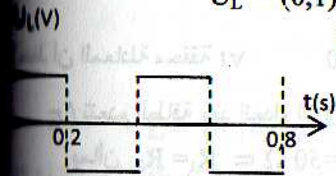
$U_L = La = 0,1.\ 1,5 = 0,15V$ (قيمة ثابتة في المجال $[0 - 2\ s]$)

• المجال $[0,2\ -0,4\ S]$ $i = a't + b \Leftarrow \frac{di}{dt} = a'$

$\Leftarrow U_L = -La = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{0 - 0,3}{0,4 - 0,2} = -1,5$

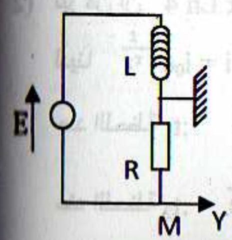
$U_L = (0,1)(-1,5) = 0,15\ V$ (قيمة ثابتة في المجال $[0,2\ -\ 0,4\ S]$)

ب/ أرسم $U_L\ (t)$ في المجال $[0\ ;\ 0,80\ s]$



07

1) الدارة الكهربائية :



2) بيانيا $t_{1/2}$: $I_0 = i_{max} = 0,3\ A$

$t_{1/2}$ هي المدة الزمنية أين $\frac{i_{max}}{2} = 0,15\ A$

بالإسقاط نجد $t_{1/2} = 1,4\ ms$

و حسب قانون التوترات : $U_R + U_L = E \Leftarrow U_R = E$

$R = \frac{E}{I_0} = \frac{6}{0,3} = 20\ \Omega \Leftarrow R\,i_{max} = E$

4) لدينا كل من $\tau = \frac{L}{R}$ و $\tau = \frac{t_{1/2}}{Ln2}$ و $R = \frac{E}{I_0}$

$L = \frac{t_{1/2}}{Ln2}\,x\,\frac{E}{I_0} \Leftarrow L = \tau R$

$L = \frac{1,4\ 10^{-3}}{0,7}\,x\,\frac{6}{0,3} = 40\ 10^{-3}\ H$

5) $i = I_0 = 0,3\ A \Leftarrow \frac{di}{dt} = 0 \Leftarrow U_L = L\frac{di}{dt} = 0$

$E_m = \frac{1}{2}\ 40.\ 10^{-3}\ x\ (0,3)^2 = 1,8\ 10^{-3}\ j = 1,8\ mj \Leftarrow E_m = \frac{1}{2}LI_0^2$

08#

1) التوتر U_{BM} بين طرفي الوشيعة : $U_{BM} = L\frac{di(t)}{dt}$ ...(1)

2) التوتر U_{MA} بين طرفي الوشيعة : $U_{MA}\ (t) = Ri(t) \Leftarrow U_{AM}\ (t) = -Ri(t)$...(2)

3) من (2) $i(t) = -\frac{U_{AM}}{R}$ نعوضه في (1) : $U_{BM}\ (t) = -\frac{L}{R}\frac{d}{dt}(U_{AM}(t))$

4) على المدخل $Y_1 \leftarrow$ نشاهد التوتر U_{BM}

على المدخل $Y_2 \leftarrow$ نشاهد التوتر U_{AM} (مثلثي) من الشكل :

• $[0\text{-}0,4s]$ $U_{AM} = at + b \Leftarrow \frac{d}{dt}(U_{AM}(t)) = a \Leftarrow U_{BM}\ (t) = -\frac{L}{R}a$

$a = \frac{\Delta U_{AM}}{\Delta t} = \frac{4 - (-4)}{(0,4 - 0)10^{-3}} = 2.10^4$

• $[0,4\text{-}0,8s]$ $U_{AM} = -a't + b' \Leftarrow \frac{d}{dt}(U_{AM}(t)) = -\ a' \Leftarrow U_{BM}\ (t) = \frac{L}{R}a'$

$-\ a' = \frac{\Delta U_{AM}}{\Delta t} = \frac{-4 - (4)}{(0,4 - 0)10^{-3}} = -2.10^4$

5) أ / حساب الدور T: T يمثل 4 تدريجات $T = 4x0,2 = 0,8ms$

التواتر N : $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,8\ 10^{-3}} = 1250\ Hz$

ب/القيم الحدية هي (تمثل تدريجة + و تدريجة -)

• $U_{BM} = +200\ mV = 0,2V$ و $U_{BM} = -200mV = -\ 0,2V$

• $U_{AM} = +4V$ و $U_{AM} = -4V$

ج/ $[0\text{-}0,4s]$ $U_{BM}\ (t) = -\frac{L}{R}a$ و $U_{BM} = -0,2V$

$L = \frac{U_{BM}.R}{a} = \frac{(-0,2)10.10^3}{2.10^4} = 0,1H$

09 #

1) $E = U_{AB} + U_{BC}$ ، $U_{AB} = L\frac{di}{dt} + ri$ ، $U = Ri$

عند النظام الدائم : $\frac{di}{dt} = 0 \Leftarrow U_{BC} = 7V$ ، $U_{AB} = 2V$ و منه $E = U_{AB} + U_{BC}$

$E = 7 + 2 = 9V$

2) حساب **I** : عند النظام الدائم $\frac{di}{dt} = 0$

$U_{AB} = ri \Leftarrow i = \frac{U_{AB}}{r} \Leftarrow i = I_{max} = \frac{2}{10} = 0,2\ A$

حساب **R** : $U_{BC} = RI \Leftarrow R = \frac{U_{BC}}{i} = \frac{7}{0,2} = 35\ \Omega$

قيمة ثابت الزمن **τ** : بيانيا $\tau = 2\ ms = 2.10^{-3}s$

$\tau = \frac{L}{(R+r)} \Leftarrow L = \tau(R+r)$

$L = 2\ 10^{-3}\ (35 + 10) = 0,09\ H = 90mH$

3) عبارة شدة التيار .

$U_{AB} + U_{BC} = E \Leftarrow L\frac{di}{dt} + (R+r)i = E$.

حل هذه المعادلة من الشكل : $i(t) = I_0\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

عند $t = 0,03\ s$ $i(t) = 0,2\,(1 - e^{\frac{-0,003}{0,002}})$

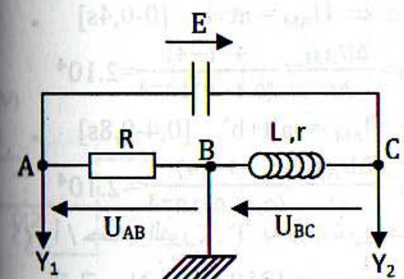
$i(t) = 0,115\ A = 115\ mA$

4) الطاقة المخزنة E_m

$E_m = \frac{1}{2}Li(t)^2 \Leftarrow E_m = \frac{1}{2}\,0,09\,(0,115)^2 = 1,1\ 10^{-3}\ j$

10 #

1) تركيب الدارة و تمثيل التوترات :



2) أ / تحديد المدخل :

تيار مثلثي من الشكل : $i = at + b \Leftarrow$ ثابت $= a = \frac{di}{dt}$

ثابت $= U_{BC} = L\frac{di}{dt} = La$ أما

$U_{AB} = R\,i \Leftarrow U_{AB} = Rat + Rb$

المدخل الذي يوافق البيان هو $(U_{AB})Y_1$

ب / $U_{AB} = Rat + Rb$ و $U_{AB} = La$

ج / التواتر $N = \frac{1}{T}$

(دور) T الذي يعادل 3,0 تدريجات $\Leftarrow T = 3\ x1ms = 3\ 10^{-3}s$

$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{3.10^{-3}} = 3,3\ 10$ Hz

3) حساب I_{max} $U_{AB\,max} = R\,I_{max} \Leftarrow I_{max} = \frac{U_{AB\,max}}{R} = 0,15\ A$

حيث $U_{AB\,max} = 3\ x5 = 15\ V$

$I_{max} = \frac{15}{100} = 0,15\ A$

4) نقسم الدور T إلى مجالين :

$[0\ -\ 2\ mS]$: $U_{AB} = at$ $(b = 0)$ يمر من المبدأ

$i = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{at}{R} \Leftarrow \frac{di}{dt} = \frac{a}{R}$

(معامل التوجيه) $a = \frac{\Delta U_{AB}}{\Delta t} = \frac{15-0}{(2-0)10^{-3}} = 7500\ Vs^{-1}$

$[2\ -\ 3\ ms]$: $U_{AB} = -a't + b \Leftarrow i = \frac{U_{AB}}{R} = -\frac{a'}{R}t + \frac{b}{R} \Leftarrow \frac{di}{dt} = -\frac{a'}{R}$

$\Leftarrow a' = \frac{\Delta U_{AB}}{\Delta t} = \frac{0-15}{(3-2)10^{-3}} = 15000\ Vs^{-1}$

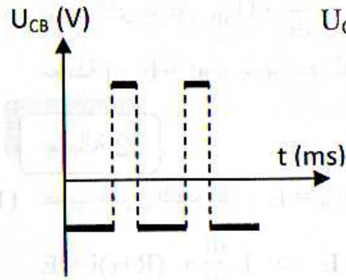
5) أ / $U_{CB} = -L\frac{di}{dt}$ / $U_{CB} = -U_{BC}$

• $[0\ -\ 2\ ms]$: $\frac{di}{dt} = \frac{a}{R} \Leftarrow U_{CB} = -L\frac{a}{R}$

$U_{CB} = -\frac{0,5\,(7500)}{100} = -37,5\ V$

• $[2\ -\ 3\ mS]$ $\frac{di}{dt} = -\frac{a'}{R} \Leftarrow U_{CB} = L\frac{a'}{R}$

$U_{CB} = \frac{0,5\,(15000)}{100} = 75V$



ب / مدخل 2 يوافق (U_{CB})

6) عند ظهور التيار في المجال [0 - 2 ms] الوشيعة تطور توتر U_{CB}=-37,5V تمانع الظهور هذا التيار .

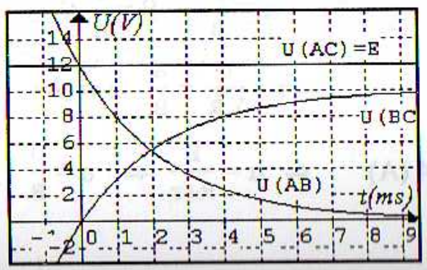
عند إختفاء التيار في المجال [2 - 3 ms] الوشيعة تطور توتر U_{CB}=75V تمانع إختفاء هذا التيار .

نلاحظ أنه كلما كان التغير Δt أصغر كلما كان التوتر أكبر U_{BC}

$U_{CB} = -37,5V \leftarrow \Delta T = 2ms\ [0\ -\ 2ms]$

$U_{CB} = 75\ V \leftarrow \Delta T = 1mS\ [2\ -\ 3\ ms]$

مسألة 1



1) المنحنى 1 يمثل $U_{AC} = E$

المنحنى 2 يمثل $U_{BC} = Ri$

2) البيان الذي يمثل i (t) هو البيان 3

3) $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$

$U_{AB} = U_{AC} - U_{BC}$

من المنحنى 2 $U_{BC}=R.I_{max}$ ⇐ $I_{max}=\frac{U_{BC}}{R}$ ⇐ $I_{max}=\frac{10}{40}=0,25$ A

5) أ / $E=U_{AC}=U_{AB}+U_{BC}$ ⇐ $E=L\frac{di}{dt}+Ri+ri=L\frac{di}{dt}+(R+r)i$

⇐ $\frac{di}{dt}+\frac{R+r}{L}i=\frac{E}{L}$ المعادلة التفاضلية لشدة التيار i

ب / عند النظام الدائم $i=I_{max}$ ⇐ $\frac{di}{dt}=0$ من المعادلة التفاضلية :

$\frac{(R+r)I_{max}}{L}=\frac{E}{L}$ ⇐ $r=\frac{E}{I_{max}}-R=\frac{12}{0,25}-40=8\Omega$

حساب L : نحسب أولا τ من المنحنى 2 نأخذ (0,63 % x10) بالإسقاط نجد

$=2,5\ 10^{-3}$ s

$\tau=\frac{L}{(R+r)}$ ⇐ $L=\tau(R+r)$ ⇐ $L=2,5\ 10^{-3}\ (40+8)=0,12$ H

I. البيان الذي يوافق U_{BC}

$U_{BC}=Ri$ (التوتر يتناسب طردا مع i) ⟵ البيان (VIII)

البيان الذي يوافق U_{AB} : $U_{AB}=\frac{di}{dt}$

معادلة i : $i=\pm at+b$ ⇐ ثابت $=\pm a=\frac{di}{dt}$ قيمة ثابتة في كل مجال و قيمة البيان (

مسألة 2

1) حسب قانون التوترات : $U_L+U_R=E$ / $U_R=Ri$ / $U_L=L\frac{di}{dt}+Ri$

$L\frac{di}{dt}+ri+Ri=E$ ⇒ $L\frac{di}{dt}+(R+r)i=E$

بالمطابقة $A=L$ ، $B=(R+r)$ و $D=E$

2) أ / $i(t)=\alpha(1-e^{-\beta t})$ هو حل هذه المعادلة .

$\frac{di}{dt}=\alpha e^{-\beta t}$ نعوضها في المعادلة التفاضلية

$A\alpha\beta e^{-\beta t}+B\alpha(1-e^{-\beta t})=D$ ⇒ $A\alpha\beta e^{-\beta t}+B\alpha-B\alpha e^{-\beta t}=D$

⇒ $\alpha e^{-\beta t}(A\beta-B)=D-B\alpha$

تكون هذه المعادلة محققة (∀t) إذا:

$A\beta-B=0$ و $D-B\alpha=0$

و منه $\beta=\frac{B}{A}$ $\alpha=\frac{D}{B}$

عبارة τ : $\tau=\frac{L}{\Sigma R}=\frac{A}{B}$

$\alpha=\frac{D}{B}$ ⇐ $\alpha=\frac{E}{R+r}$ ⇐ $\alpha=\frac{8}{150+50}=0,04\frac{V}{\Omega}=0,04$ (A)

3) عند اللحظة t_1 : ثابت $=I_0=i$ ⇐ $\frac{di}{dt}=0$

$t_1=5\tau=5\frac{L}{R+r}=\frac{5\times 0,4}{200}=10^{-2}$ s

عبارة شدة التيار :

$U_L+U_R=E$

$L\frac{di}{dt}+(R+r)i=E$, $\frac{di}{dt}=0$

$i=I_0=\frac{E}{R+r}=\alpha=0,04$ A

4) القاطعة في الوضع 2

المولد خارج : $E=0$ $U_L+U_R=0$

$L\frac{di}{dt}+ri+R'i=0$ ⇐ $L\frac{di}{dt}+(R'+r)i=0$ إنها المعادلة التفاضلية لشدة التيار i

ب / حل المعادلة من الشكل : $i(t)=I_0e^{-\frac{t}{\tau}}$

5) عند إنتقال القاطعة من الوضع 1 إلى الوضع 2 نشاهد شرارة كهربائية بين طرفي القاطعة ، التيار يتفرغ في الهواء و ينتج عنه ضياع في الطاقة الكلية للدارة .

6) عند فتح القاطعة : الصمام في الإتجاه المباشر يمنع مرور التيار على R'
عند غلق القاطعة في الإتجاه المعاكس الصمام يسمح بمرور التيار على R'
ب / وجود الصمام في الدارة يمنع ظهور الشرارة الكهربائية .

حكمة

قال عمر بن عبد العزيز رضي الله عنه : إذا دعتك قدرتك على ظلم الناس فتذكر قدرة الله عليك

04

نوفر محلول مائي لحمض البنزويك $C_6H_5CO_2H$ تركيزه (C) حجمه $V = 100ml$ نسبة التقدم النهائي τ لتفاعل هذا الحمض مع الماء يقدر بـ 70 % ، ثابت التوازن للتفاعل $K = 6,3.10^{-5}$

1) أكتب معادلة تفاعل الحمض مع الماء
2) اعطي عبارة ثابت التوازن K بدلالة τ و C
3) أحسب قيمة C و إستنتج PH المحلول
4) نمدد المحلول السابق 10 مرات : أي مقدارين يتغير (K أو τ) ؟ علل

05

نمزج $n_1 = 0,5mol$ من حمض الأسكوربيك $C_6H_8O_6$ و $n_2 = 0,5mol$ من ايثانوات الصوديوم $(Na^+(aq) + CH_3CO_2^-(aq))$ حجم المحلول النهائي V، ثابت التوازن الموافق لمعادلة التفاعل $K = 4,85$ عند 25°

1) أكتب معادلة تفاعل حمض-أساس
2) أنشأ جدول لتقدم التفاعل
3) برهن أن عند بلوغ التوازن التقدم x_{eq} يكتب على شكل : $x_{eq} = \frac{\sqrt{K}}{2(1+\sqrt{K})}$

أحسب قيمة x_{eq}

4) ما هو تركيب المولي عند التوازن؟

06

في إحدى الحصص التجريبية طالب أستاذ من تلامذته قياس PH لمختلف محاليل مائية تحتوي على حمض (HA) يطلب تحديد تركيزه المولي الإبتدائي C_0

$C\ molL^{-1}$	$1,0.10^{-1}$	$5,0.10^{-2}$	$1,0.10^{-2}$	$5,0.10^{-3}$	$1,0.10^{-3}$
PH	2,61	2,77	3,11	3,28	3,65

1) أكتب معادلة تفاعل الحمض مع الماء
2) أكتب عبارة ثابت التوازن الكيميائي للتفاعل الحاصل
3) أوجد التراكيز المولية النهائية لكل الأفراد الكيميائية ثم حدد قيمة النسبة $r = \frac{[HA]_f}{[A^-]_f}$
4) أ/ أرسم البيان $[H_3O^+]f = f(r)$

ب/ أوجد بيانيا قيمة ثابت التوازن الكيميائي K

ج/ حدد الحمض HA الموافق من بين

الحمض	HCO_2H	$C_6H_5CO_2H$	$C_6H_8O_6$
K	$1,5.10^{-4}$	$6,1.10^{-4}$	$6,6.10^{-5}$

07

نريد حساب كل من التركيز C ، PH المحلول ، ثابت التوازن K و الناقلية المحلول G لمحلول مائي النشادر NH_3 حجمه $V = 100ml$ ونسبة تقدمه النهائي $\tau = 4\%$

1) أكتب معادلة تفاعل NH_3 مع الماء؟
2) أحسب التركيز C ثم أكمل الجدول التالي :

	NH_3	NH_4^+	OH^-	$x(mol)$
حالة إبتدائية	n	0	0	0
حالة نهائية				$4,0.10^{-5}$

إستنتج قيمة PH المحلول.

3) أحسب ثابت التوازن K
4) برهن أن عبارة الناقلية G تكتب على شكل : $G = \frac{k}{V}(\lambda(NH_4^+) + \lambda(OH^-)) - x_{eq}$

أحسب قيمة الناقلية $G(mS)$

المعطيات : $\lambda(OH^-) = 198,6.10^{-2}\ S.dm^2.mol^{-1}$ $\lambda(NH_4^+) = 73,5.10^{-2}S.dm^2.mol^{-1}$

ثابت خلية الناقلية $k = 1,0\ cm$

08

نقوم بمزج حجم $V_1 = 40ml$ من حمض الميثانويك $HCOOH(aq)$ يحتوي على $n_1 = 2,5\ mmol$ و حجم $V_2 = 10ml$ من إيثانوات الصوديوم $(Na^+(aq)+CH_3CO^{-2}(aq))$ عدد مولاته $n_2 = 5,0\ mmol$ قيمة الناقلية النوعية للمحلول في حالة التوازن عند 25° $\sigma = 0,973\ S.m^{-1}$.

1) اكتب معادلة التفاعل و أنجز جدول لتقدم التفاعل
2) برهن أن التقدم x عند التوازن يعطى بالعلاقة : $x_{eq} = \frac{\sigma(V_1+V_2) - n_2(\lambda_2+\lambda_3)}{\lambda_1-\lambda_2}$ ، أحسب

قيمة x_{eq}

3) أحسب مختلف التراكيز عند التوازن ثم استنتج ثابت التوازن K

المعطيات :

$\lambda(mS.m^2mol^{-1})$ $\lambda_1(HCOO^-) = 5,46$ $\lambda_2(CH_3COO^-) = 4,09$ ، $\lambda_3(Na^+) = 5,01$

09

في 25° نتحصل على محلول مائي ناتج عن تفكك كبريتات الفضة $Ag_2SO_4(s)$ في الماء، حيث $[SO_4^{-2}] = 1,6.10^{-2}\ mol.\ L^{-1}$

1) أكتب معادلة التفكك في الماء ؟
2) أحسب ثابت التوازن K_1 المرافق لمعادلة التفكك ؟
3) أكتب معادلة ترسب Ag_2SO_4 ثم أحسب K_2 المرافق لمعادلة الترسب

10

محلول حجمه V، في الحالة الإبتدائية يحتوي على $1,0\ mmol$ من كل واحد من الأفراد التالية : حمض البنزويك ، إيثانوات الصوديوم ، بنزانوات الصوديوم و حمض الإيثانويك.

الجملة الكيميائية تتطور في إتجاه تشكل حمض الإيثانويك

1) أكتب معادلة التفاعل حمض-أساس
2) انجز جدول لتقدم التفاعل
3) عبر عن K بدلالة x_{eq} ؟
4) أحسب x_{eq} علما أن $K = 4,0$
5) ما هو تركيب المولي للجملة في حالة توازن ؟

الحلول

01

عبارة كسر التفاعل :

1) $Qr = \dfrac{[I^-]^2\,[Fe^{2+}]}{[I_2]}$

2) $Qr = \dfrac{1}{[Ca^{2+}][OH^-]^2}$

3) $Qr = \dfrac{[Cu^{2+}]}{[H_3O^+]^2}$

4) $Qr = \dfrac{[Fe^{3+}]}{[Ag^+][Fe^{2+}]}$

5) $Qr = \dfrac{[Mn^{2+}][Fe^{3+}]^5}{[MnO_4^-][H_3O^+]^8[Fe^{2+}]^5}$

6) $Qr = \dfrac{[Cu(NH_3)_4^{2+}]}{[Cu^{2+}][NH_3]^4}$

02

المعادلات الكيميائية :

1) $HCO_2H + CH_3COO^- = HCO_2^- + CH_3COOH$

2) $3Cu^{+2} + 2Al(s) = 3Cu(s) + 2Al^{+3}$

3) $H_2O_2 + 2H_3O^+ + 2I^- = I_2 + 4H_2O$

4) $2I^- + S_2O_8^{-2} = I_2 + 2SO_4^{-2}$

5) $Fe(s) + 2H_3O^+ = Fe^{+2} + H_2(g) + 2H_2O$

03

1) معادلة التفاعل

$$C_9H_8O_{4(eq)} + H_2O_{(l)} = C_9H_7O^-_{4(aq)} + H_3O^+_{(eq)}$$

2) عبارة $Q_{r,eq}$

$$K = Qr{,}eq = \frac{[C_9H_7O_4^-]_{eq}.[H_3O^+]_{eq}}{[C_9H_8O_4]_{eq}}$$

لإيجاد عبارة $Q_{r,eq}$ ننجز جدولا لتقدم

معادلة التفاعل	$C_9H_8O_4$ +	H_2O =	$C_9H_7O_4^-$ +	H_3O^+
حالة ابتدائية	$n_0 = CV$	بالزيادة	0	0
حالة نهائية	$n_0 - x_{eq}$	بالزيادة	x_{eq}	x_{eq}

- $[C_9H_7O_4^-]_{eq} = [H_3O^+]_{eq} = \dfrac{x_{eq}}{V_0}$
- $[C_9H_8O_4]_{eq} = \dfrac{n_0 - x_{eq}}{V_0} = \dfrac{n_0}{V_0} - \dfrac{x_{eq}}{V_0} = C_0 - [H_3O^+]_{eq}$

$$Q_{r,eq} = \frac{[C_9H_7O_4^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[C_9H_8O_4]_{eq}} = \frac{[H_3O^+]_{eq}^2}{C - [H_3O^+]_{eq}} \quad (1)$$

3) إيجاد عبارة K بدلالة x_{eq} :

نعوض في العلاقة (1) : $[H_3O^+]_{eq} = \dfrac{x_{eq}}{V_0}$

$$x_{eq}^2 = - K.V_0.\,x_{eq} + K.V_0.\,n_0 = 0 \Leftarrow K = \frac{\left(\frac{x_{eq}}{V_0}\right)^2}{C_0 - \frac{x_{eq}}{V_0}} = \frac{\frac{x_{eq}^2}{V_0}}{C_0V_0 - x_{eq}} = \frac{x_{eq}^2}{V_0(n_0 - x_{eq})}$$

فهي معادلة من الدرجة الثانية لتقدم x_{eq} (التقدم x_{eq} مقدار دائما موجب أو معدوم)

$$x_{eq} + 32\ 10^{-6} - 1{,}6\ 10^{-8} = 0$$

$$x_{eq} = \frac{-32\ 10^{-6} \pm \sqrt{(-32\ 10^{-6})^2 - 4(-1{,}6\ 10{-8})}}{2x1}$$

$x_{eq} = 1{,}12.\ 10^{-4}$ mol : $x_{eq} > 0$

$$[H_3O^+]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V_0} = \frac{1{,}12.10^{-4}}{0{,}1} = 1{,}12.\ 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

$$PH = - Log\,[H_3O^+] = - Log\,(1{,}12.\ 10^{-3}) \cong 3$$

04

1) معادلة تفاعل الحمض مع الماء

$$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2) عبارة K بدلالة (τ و C) : أنظر إلى ملخص الدرس

$$K = \frac{\tau^2.C}{1-\tau} \quad (1)$$

3) حساب التراكيز C : من العلاقة (1)

$$C = \frac{K(1-\tau)}{\tau^2} = \frac{6{,}3\ 10^{-5}(1-0{,}7)}{(0{,}7)^2}$$

$C = 3{,}86.\ 10^{-5}$ mol L^{-1}

حساب PH المحلول : نعلم أن $\tau = \dfrac{x_{eq}}{x_{max}} = \dfrac{x_{eq}}{CV} \Rightarrow x_{eq} = \tau.\,C.V \quad (2)$

وعند التوازن لدينا : $[H_3O^+]_{eq} = \dfrac{x_{eq}}{V} \quad (3)$

عند تعويض (2) في (3) نجد : $[H_3O^+]_{eq} = \dfrac{\tau.C.V}{V} = \tau\, C = 10^{-PH}$

وباستعمال خواص الأس $PH = -Log\,\tau C = - Log\,(0{,}7 \times 3{,}86.\ 10^{-5}) \cong 4{,}6$

4) عند تمديد عشرة مرات يصبح تركيز الجديد C' : $C' = \dfrac{C}{10}$

و عبارة τ' : $\tau' = \dfrac{x'_{eq}}{C'V'}$

نلاحظ على أن τ' يتعلق بالتراكيز الابتدائية و منه عند تمديد تتغير قيمة نسبة التقدم النهائي. أما ثابت التوازن فإنه مستقل عن التراكيز الابتدائية إذا قيمته تبقى ثابتة عند التمديد (يتغيرK إذا تغيرت درجة الحرارة فقط)

05

إيثانوات الصوديوم CH_3COONa مركب شاردي يفكك كليا في الماء

$$CH_3COONa \xrightarrow{H_2O} CH_3COO^- + Na^+$$

شاردة الصوديوم Na^+ شاردة متفرجة تبقى في المحلول، لكن لا تتفاعل.

ا شاردة الإيثانوات CH_3COO^- (أساس) تتفاعل مع $C_6H_8O_6$

1) معادلة التفاعل حمض – أساس :

$$C_6H_8O_6 + CH_3COO^- = C_6H_7O_6^- + CH_3COOH$$

2) جدول لتقدم التفاعل :

معادلة التفاعل		$C_6H_8O_6$	$+ CH_3OO^-$	$= C_6H_7O^-_6$	$+ CH_3COOH$
حالة ابتدائية	$x=0$	n_1	n_2	0	0
حالة نهائية	x_f	$n_1 - x_f$	$n_2 - x_f$	$x_f = x_{eq}$	$x_f = x_{eq}$

عبارة التراكيز عند الحالة نهائية

- $[C_6H_7O^-_6]_{eq} = [CH_3OO^-]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V}$
- $[C_6H_8O_6]_{eq} = \frac{n_1 - x_{eq}}{V}$
- $[CH_3COO^-]_{eq} = \frac{n_2 - x_{eq}}{V}$

عبارة ثابت التوازن K :

$$K = \frac{[C_6H_7O_6^-]_{eq}[CH_3COOH]_{eq}}{[C_6H_8O_6]_{eq}[CH_3COO^-]_{eq}} = \frac{\frac{x_{eq}}{V} \times \frac{x_{eq}}{V}}{\frac{(n_1 - x_{eq})}{V} \times \frac{(n_2 - x_{eq})}{V}} = \frac{x_{eq}^2}{(n_1 - x_{eq})(n_2 - x_{eq})}$$

$$n_1 = n_2 = 0,5 = \frac{1}{2}\ mol$$

$$K = \frac{x_{eq}^2}{(\frac{1}{2} - x_{eq})^2} = \left(\frac{x_{eq}}{\frac{1}{2} - x_{eq}}\right)^2$$

التقدم x_{eq} موجب و أصغر من $0,5\ mol$

$$\frac{x_{eq}}{\frac{1}{2} - x_{eq}} = \sqrt{K} \Rightarrow x_{eq} = (\frac{1}{2} - x_{eq})\sqrt{K}$$

$$x_{eq} + \sqrt{K}x_{eq} = \frac{\sqrt{K}}{2} \Rightarrow x_{eq}(1 + \sqrt{K}) = \frac{\sqrt{K}}{2} \Rightarrow x_{eq} = \frac{\sqrt{K}}{2(1+\sqrt{K})}$$

$$x_{eq} = \frac{\sqrt{4,85}}{2(1+\sqrt{4,85})} = 0,34\ mol$$

نلاحظ أن : $x_{eq} = 0,34\ mol < 0,5\ mol$

عند التوازن :

	$C_6H_8O_6$	CH_3COO^-	$C_6H_7O^-_6$	CH_3COOH
عند التوازن	0,16mol	0,16mol	0,34mol	0,34mol

06

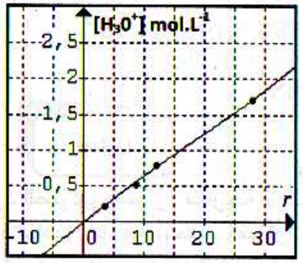
1) معادلة التفاعل HA مع الماء : $HA_{aq} + H_2O = A^-_{aq} + H_3O^+_{aq}$

2) عبارة ثابت التوازن K

$$K = \frac{[A^-]_{eq}[H_3O^+]_{eq}}{[HA]_{eq}} = \frac{[H_3O^+]_f}{\frac{[HA]_f}{[A^-]_f}} = \frac{[H_3O^+]_f}{r}$$

3) تراكيز مختلف الأفراد لكل تجربة

C mol/L	$[H_3O^+]_f$	$[A^-]_f$	$[HA]_f$	r
$1,0\ 10^{-1}$	$2,5\ 10^{-3}$	$2,5\ 10^{-3}$	$9,8\ 10^{-2}$	39
$5,0\ 10^{-2}$	$1,7\ 10^{-3}$	$1,7\ 10^{-3}$	$4,8\ 10^{-2}$	28
$1,0\ 10^{-2}$	$7,8\ 10^{-4}$	$7,8\ 10^{-4}$	$9,2\ 10^{-3}$	12
$5,0\ 10^{-3}$	$5,2\ 10^{-4}$	$5,2\ 10^{-4}$	$4,5\ 10^{-3}$	8,7
$1,0\ 10^{-3}$	$2,2\ 10^{-4}$	$2,2\ 10^{-4}$	$7,8\ 10^{-4}$	3,5



4) رسم البيان $[H_3O^+]_f = f(r)$

البيان عبارة عن خط مستقيم يشمل المبدأ معادلة من الشكل : $[H_3O^+]_f = a.r$

لدينا العلاقة النظرية أعلاه $[H_3O^+] = k.r$

بالمطابقة $a = K$ (معامل التوجيه)

$$K = \frac{\Delta[H_3O^+]_f}{\Delta r} = \frac{(7,8-2,2)10^{-4}}{12-3,5} = 6,58\ 10^{-5}$$

الحمض المستعمل في هذه التجربة هو حمض أسكوربيك $C_6H_8O_6$

07

1) معادلة تفاعل NH_3 مع الماء :

$$NH_3(aq) + H_2O(l) = NH_4^+(aq) + OH^-(aq)$$

2) من جدول لتقدم التفاعل :

عند الحالة النهائية (حالة التوازن) $x_{eq} = 4,0.10^{-5} mol$

ومنه نستنتج تراكيز الأفراد الكميائية عند حالة التوازن

$$[OH^-]_{eq} = [NH^+_4]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V} = \frac{4,0\ 10^{-5}}{0,1} = 4,0\ 10^{-4}\ mol\ L^{-1}$$

إيجاد التركيز C: $\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{x_{eq}}{CV} \Rightarrow C = \frac{x_{eq}}{\tau.V} = \frac{4\ 10^{-5}}{4\ 10^{-2} \times 0,1} = 0,01\ mol.\ L^{-1}$

كمية مادة NH_3 : $n = CV = 0,01 \times 0,1 = 10^{-3}\ mol$

		NH_3	NH^{+4}	OH^-	x
حالة ابتدائية	mol	10^{-3}	0	0	0
حالة نهائية	mol	$10^{-3} - 4.10^{-5}$	4.10^{-3}	4.10^{-5}	4.10^{-5}

إيجاد PH المحلول: $PH = -Log[H_3O^+] = -Log\frac{10^{-14}}{[OH^-]} = -Log\frac{10^{-14}}{4\,10^{-4}} = 10,6$

3) ثابت التوازن K:

$$K = \frac{[NH_4^+]_{eq}[OH^-]_{eq}}{[NH_3]_{eq}} = \frac{[OH^-]^2_{eq}}{C-[NH_4^+]_{eq}} = \frac{(4\,10^{-4})^2}{(10^{-2}-4\,10^{-4})} = 16,67.10^{-6}$$

4) عبارة الناقلية G:

$$G = k.\sigma$$

$$\sigma = \lambda(OH^-)[OH^-] + \lambda(NH^+_4)[NH^+_4]$$

$$\sigma = [OH^-]_f[\lambda(OH^-) + \lambda(NH^+_4)]$$

نعوض $[OH^-]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V}$ في $G = k.\sigma$

$$G = \frac{k}{V}[\lambda(NH^+_4) + \lambda(OH^-)]\,.\,x_{eq}$$

حذار: $V(m^3)$ بحيث $V = 100mL = 0,1.10^{-3}\,m^3$ و $1dm2 = 10^{-2}\,m^2$

$$G = \frac{10^{-2}}{0,1.10^{-3}}(73,5.10^{-4} + 198,6.10^{-4})\,x4.10^{-5}$$

$$G \cong 1090.10^{-7}\,S = 0,109\,mS$$

08

شوارد الصوديوم شوارد متفرجة لا تدخل في التفاعل لكن نجدها في المحلول(تدخل في عبارة الناقلية).
عبارة الناقلية النوعية (تخص الشوارد فقط)
إيثانوات الصوديوم يتفكك كليا في الماء حسب المعادلة:

$$CH_3COONa(s) \xrightarrow{H_2O} CH_3COO^-(aq) + Na^+(aq)$$

حيث $[CH_3COO^-] = [Na^+] = C_2 = \frac{n_2}{V_2}$ لأن المحلول متعادل كهربائيا

1) معادلة التفاعل حمض-أساس:

$$HCOOH(aq) + CH_3COO^-(aq) = HCOO^-(aq) + CH_3COOH(aq)$$

- جدول لتقدم التفاعل:

معادلة التفاعل		$HCOOH$ +	CH_3OO^- =	$HCOO^-$ +	CH_3COOH
t=0	x=0	$n_1=2,5$	$n_2=5$	0	0
t_f	x_f	$2,5 - x_{eq}$	$5 - x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

حجم المزيج $V = V_1 + V_2 = 40+10 = 50m = 0,05L$

2) عبارة الناقلية النوعية:

$$\sigma = \lambda_1[HCOO^-]_{eq} + \lambda_2[CH_3COO^-]_{eq} + \lambda_3[Na^+]_{eq} \quad (1)$$

من الجدول نستنتج التراكيز التالية:

$$[HCOO^-]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V} \quad ، \quad [CH_3COO^-]_{eq} = \frac{n_2 - x_{eq}}{V}$$

أما تركيز شوارد الصوديوم في المزيج $[Na^+]_{eq} = \frac{n(Na^+)}{V1+V2} = \frac{n_2}{V}$

نعوض عبر التراكيز في المعادلة (1)

$$\sigma = \lambda_1\frac{x_{eq}}{V} + \lambda_2\frac{n_2}{V} - \lambda_2\frac{x_{eq}}{V} + \lambda_3\frac{n_2}{V} \Leftarrow \sigma = \lambda_1\frac{x_{eq}}{V} + \frac{n_2 - x_{eq}}{V}\lambda_2 + \lambda_3\frac{n_2}{V}$$

$$x_{eq} = \frac{\sigma V - n_2(\lambda_2+\lambda_3)}{\lambda_1 - \lambda_2} \Leftarrow \sigma = \frac{x_{eq}(\lambda_1-\lambda_2) + n_2(\lambda_2+\lambda_3)}{V} \Leftarrow$$

بعد الحساب نجد: $x_{eq} = 2,3x10^{-3}\,mol$

تراكيز الأفراد عند التوازن نجد:

	$HCOOH$	CH_3COO^-	$HCOO^-$	CH_3COOH
$mol.L^{-1}$	0,004	0,054	0,046	0,046

ثابت التوازن K:

$$K = \frac{[HCOO^-]_{eq}[CH_3COOH]_{eq}}{[HCOOH]_{eq}[CH_3COOH]_{eq}} = \frac{0,046 \times 0,046}{0,004 \times 0,054} \cong 9,8$$

09

1) معادلة تفكك Ag_2SO_4: $Ag_2SO_4(s) = 2Ag^+(aq) + S_4O^{-2}(aq)$

العلاقة بين التراكيز: من المعادلة يتبين لنا $[SO^{-2}_4] = [Ag_2\,SO_4] = \frac{1}{2}[Ag^+]$

$$[Ag^{+2}] = 2[SO^{-2}_4] = 3,2.10^{-2}mol/L \Leftarrow$$

2) ثابت التوازن K: $K_1 = [Ag^+]^2.[SO^{-2}_4]$

$$K_1 = (3,2.10^{-2})^2.(1,6.10^{-2}) = 16,4.10^{-6}$$

3) معادلة ترسب Ag_2SO_4: $2Ag^+(aq) + SO_4^{-2}(aq) = Ag_2SO_4\ (s)$

$$K_2 = \frac{1}{[Ag^+][SO_4^{2-}]} = \frac{1}{K_1} = \frac{1}{16,4\,10^{-6}} = 6,1.\,10^4$$

10

1) يتفكك كليا كل من:

$$CH_3COONa^+ \xrightarrow{H_2O} CH_3COO^- + Na^+$$

$$C_6H_5COONa \xrightarrow{H_2O} C_6H_5COO^- + Na^+$$

Na^+ شاردة متفرجة لاتدخل في التفاعل.

حسب النص الجملة تتطور في اتجاه تشكل CH_3COOH و منه التفاعل يكتب على شكل:

$$C_6H_5COOH(aq) + CH_3COO^-(aq) = C_6H_5COO^-(aq) + CH_3COOH(aq)$$

2) جدول لتقدم التفاعل

معادلة التفاعل		C_6H_5COOH +	CH_3COO^- =	$C_6H_5COO^-$ +	CH_3COOH
t=0	x=0	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}
t_f	x_f	$10^{-3} - x_{eq}$	$10^{-3} - x_{eq}$	$10^{-3} + x_{eq}$	$10^{-3} + x_{eq}$

3) ثابت التوازن : (1) $K=\frac{[C_6H_5COO^-]_{eq}.[CH_3COOH]_{eq}}{[C_6H_5COOH]_{eq}.[CH_3COO^-]_{eq}}=\frac{(10^{-3}+x_{eq})^2}{(10^{-3}-x_{eq})^2}$

4) حساب x_{eq}: (التقدم x_{eq} مقدار دائما موجب أو معدوم) $x_{eq} < 10^{-3}$ و $x_{eq} > 0$ من

العبارة (1) نجد : $x_{eq}=\frac{10^{-3}(\sqrt{K}-1)}{1+\sqrt{K}}=0,33\ 10^{-3}\ mol$

5) تركيب المولي عند التوازن :

	C_6H_5COOH	CH_3COO^-	$C_6H_5COO^-$	CH_3COOH
$mol.L^{-1}$	0,67	0,67	1,33	1,33

حكمة

قال الإمام علي كرم الله وجهه : العلم خير من المال ، العلم يحرسك و أنت تحرس المال ، العلم حاكم و المال محكوم عليه ، هلك خزان الأموال و بقي خزان العلم ، و أعيانهم مفقودة و أشخاصهم في القلوب موجودة .

06

PH لمحلول حمض الإيبوكلوريت HClO يساوي 3,4 . $PKa(HClO/ClO^-) = 7,5$

1) أكتب معادلة تفاعل هذا الحمض مع الماء
2) أنجز جدول التقدم
3) برهن أن نسبة التقدم النهائي τ تعطى بالعلاقة $\tau = \frac{1}{10^{(PKa-PH)}+1}$ ثم احسب قيمة τ

07

لدينا حمض A أساسه المرافق B ، حيث [A] يمثل التركيز المولي للحمض و[B] يمثل التركيز المولي للأساس

1) أكمل الجدول التالي

PH	1	2	4	6	7
			1		

2) مثل على محور PH مجالات الغلبة

08#

نذيب في الماء كتلة m من بنزانوات البوتاسيوم C_6H_5COOK للحصول على محلول حجمه $V = 40\ mL$ بواسطة PH متر، نجد $PH = 9,3$.

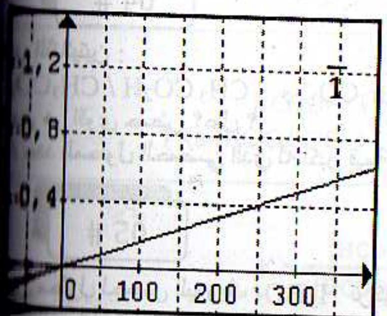
1) أكتب معادلة تفكك بنزانوات البوتاسيوم
2) أكتب معادلة التفاعل بين الماء و شاردة البنزانوات
3) احسب قيمة النسبة $\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}$ للمحلول . ماهي الصفة الغالبة
4) انجز جدول تقدم التفاعل ثم احسب τ
5) هبرهن أن عبارة الكتلة m تكتب على شكل : $m = \frac{MV}{\tau}(10^{PH-Pke})$ ، ثم احسب قيمتها

$M(K) = 39\ g/mol$; $PKa\ (C_6H_5COOH/\ C_6H_5COO^-) = 4,2$

09

نريد البحث عن صيغة لحمض،تركيزه C و الذي نرمز له AH .

1) اكتب معادلة تفاعل الحمض AHمع الماء
2) عبّر عن تراكيز الشوارد A^- و H_3O^+ بدلالة(τ , C)
3) استنتج تركيز الحمض AH في المحلول بدلالة(τ , C)
4) يعطي البيان $\frac{\tau^2}{1-\tau} = f(\frac{1}{C})$



$\frac{1}{C}\ \frac{1}{mol.L^{-1}}$

أ / أوجد العلاقة التي تربط كل من : C ، τ و Ka

ب / استنتج بيانيا قيمة Ka

5) ما هو الحمض المستعمل في هذه التجربة من بين :

حمض	HCOOH	NH_4^+	CH_2ClCO_2H	C_6H_5COOH
PKa	3,8	9 ,2	2,8	4,2

10

I. أكتب معادلة التفاعل بين

أ/ حمض السيانديريك HCN و شاردة النتريت NO_2^-

ب/ شاردة الامونيوم NH_4^+ و شاردة الستيانير CN^-

ج/ احسب $PKa_1\ (HCN / CN^-)$ و K_2 (ثابت التوازن) للتفاعل(ب)

$PKa_2(HNO_2/NO_2^-) = 3,8$ / $PKa_3\ (NH_4^+ / NH_3) = 9,2$ / $K_1 = 10^{-5,6}$

11

1) أكتب معادلة تفاعل الأمونياك $NH_{3\ (aq)}$ مع محلول حمض كلور الماء $H_3O^+_{aq} + Cl^-_{aq}$
2) أوجد قيمة ثابت التوازن الموافق للمعادلة السابقة عند 25°

$PKa_1(H_3O^+/H_2O) = 0.$ $PKa_2\ (NH_4 / NH_3^+) = 9,2$

12

1) أكتب معادلة تفاعل كلور إيتيل الأمونيوم $CH_3NH_3Cl_{(aq)}$ و محلول هيدروكسيد الصوديوم $Na^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)}$
2) أوجد قيمة ثابت التوازن الموافق للمعادلة السابقة عند 25°

$PKa_1(H_2O / OH^-) = 14$ $PKa_2\ (CH_3NH_3^+/ CH_3NH_2) = 10,7$

13

1) أحسب ثابت التوازن الكيميائي الموافق للمعادلة: $H_3O^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = H_2O + H_2O$

14

نذيب 1,14 L من فلور الهيدروجين HF الغازي في $500\ cm^3$ من الماء المقطر فنتحصل على $PH = 2,12$

1) أ / ما هي قيمة $PKa\ (HF/ F^-)$ علما ان الحجم المولي في هذه التجربة $V_m = 22,8\ L.\ mol^{-1}$

ب / قارن هذا الحمض مع حمض الايثانويك $PKa(CH_3CO_2H / CH_3CO_2^-) = 4,8$

2) أ / نمزج محلول من حمض الايثانويك و محلول حمض فليوريدريك ماهي قيمة النسبة $\frac{[F^-][CH_3CO_2H]}{[HF][CH_3CO_2^-]}$

ب / اكتب معادلة التفاعل الموافقة لهذه النسبة

ج / ماذا تمثل هذه النسبة، عرّف هذا التفاعل

15

نحقق مزيج يتكون من $V_A\ cm^2$ لمحلول حمض الايتانويك تركيزه $C_A = 0,1\ mol.\ L^{-1}$ و $V_B\ cm^2$ لمحلول ايثانوات الصوديوم تركيزه $C_B = C_A$.

نقيس PH لمختلف هذه الامزجة لهذين المحلولين

10

10	20	30	40	50	60	70	80	90	V_A cm^2
90	80	70	60	50	40	30	20	10	V_B cm^2
5,8	5,4	5,15	4,95	4,75	4,6	4,4	4,2	3,85	PH

1) برهن أن $\frac{C_B.V_B}{C_A.V_A} = \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$

2) أ / ارسم البيان $PH = f\left(\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}\right)$

ب / اوجد العلاقة النظرية الممثلة في البيان

ج / استنتج قيمة $PKa\ (CH_3COOH / CH_3COO^-)$ بيانيا

16

نذيب m (g) من آحادى كلور الايتانويك $CH_2Cl\text{-}COOH$ في 200ml من الماء النقي ، فنتحصل على PH =2,5 لهذا المحلول

1) اكتب معادلة تفاعل الحمض مع الماء
2) انجز جدول لتقدم التفاعل
3) اعط عبارة Ka ثم برهن ان $[CH_2Cl\text{-}COOH]_f = 10^{PK_{a1} - 2PH}$
4) احسب تركيز المحلو ل C و استنتج الكتلة m
5) قارن قوة هذا الحمض مع حمض الإيثانويك
6) ماذا يمكنك القول فما يخص قوة تأثيرثنائي كلور الإيثانويك $CHCl_2\text{-}COOH$

$PKa_2\ (CH_3COOH / CH_3COO^-) = 4,8$

$PKa_1\ (CH_2Cl\text{-}COOH / CH_2Cl\text{-}COO^-) = 2,83$ $M(Cl) = 35,5\ g/mol$

17

محلول لنترات الامونيوم NH_4NO_3 تحصلنا عليه باذابة m = 800mg منه في لتر من الماء النقي ، نستعمل جهاز لقياس الناقلية فنجد G =1,45 mS

PH المحلول يساوى6, 2

1) اكتب معادلة انحلال NH_4NO_3 في الماء
2) احسب التركيز C
3) اكتب معادلة تفاعل NH_4^+ مع الماء
4) أ/ انجز جدول تقدم التفاعل

ب / برهن أن عبارة نسبة التقدم النهائي τ تعطى بالعبارة

$\tau = \frac{\frac{G}{K} - C(\lambda_{NH_4^+} \lambda_{NO_3^-})}{C(\lambda_{H_3O^+} - \lambda_{NH_4^+})}$ ثم احسب قيمتها

ج / برهن أن PKa ثابتة تعطى بالعلاقة $PKa = PH - Log\left(\frac{\tau}{1-\tau}\right)$

د/ إذا كان $\tau = \frac{1}{2}$ لأي عنصر من الثنائية (NH_4^+/NH_3^+) تكون الصفة الغالبة

$\lambda(NO_3^-) = 71,0$ $\lambda(NH_4^+) = 73,5$, $\lambda(H_3O) = 350$, $\lambda(S.cm^2.mol^{-1})$

18

ماء جافيل يحتوي على الأفراد (ClO^-, Na^+, Cl^-) في محلول قاعدي . عندما نضيف له حمض يتشكل غاز Cl_2 حسب التفاعل :

$$ClO^-_{(aq)} + 2H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)} = 3H_2O_{(l)} + Cl_{(g)}$$

لدينا حجم V = 1,0 L من ماء جافيل ،عندما نضيف له الحمض يتشكل 12,0 L من غاز Cl_2

1) احسب التركيز الإبتدائي C_0 لشوارد ClO^-
2) شاردة الإيبوكلوريت ClO^- تنتمي إلى الثنائية $(HClO / ClO^-)$

أ / أكتب معادلة تفاعل ClO^- مع H_2O

ب / أحسب ثابت التوازن K لهذا التفاعل

ج / إستنتج قيمة التقدم x_f النهائي

د / استنتج PH محلول ماء جافيل

$V_m = 24,0\ L.mol^{-1}$ $Ke = 10^{-14}$ $PKa\ (HClO / ClO^-) = 7,5$

19

الثنائية الموجودة في الدم (هيدروجينو الفسفات / ثنائي هيدرو جينو فسفات) $(H_2PO_4^- / HPO_4^-)$ ذات $PKa_1 = 6,8$ عند 37° .

أما PH الدم دائما أقرب إلى القيمة 7,4 .

النشاط العضلي ينتج حمض لاكتيك $CH_3CH_2OHCO_2H$ الذي يجري في الدم ذو $PKa_2\ (CH_3CH_2OHCO_2H / CH_3CH_2OHCO_2^-) = 3,9$

ليكون $[H_2PO^{-2}] = 0,80\ mol.L^{-1}$ الإبتدائي قبل بدأ المهام

1) قبل اي نشاط عضلي يكون PH الدم 7,4 ، أحسب النسبة $\frac{H_2PO_4^-}{HPO_4^-}$ محددا الصفة الغالبة .
2) بعد بدل جهد عضلي نقيس PH الدم فنجد 7,2

أ / أكتب معادلة التفاعل بين $CH_3CH_2OHCO_2H$ و PO_4^- الناتج

ب / أعط عبارة ثانت التوازن الكيميائي ، ثم أحسب قيمته

ج / بين أنه بإمكاننا إعتبار هذا التفاعل تفاعل تام

د / أحسب النسبة $\frac{H_2PO_4^-}{HPO_4^-}$ و $\frac{[CH_3CH_2OHCO_2H]}{[CH_3CH_2OHCO_2^-]}$ في الدم

3) بإستعمال الأسئلة السابقة أحسب كمية المادة الكلية لحمض اللاتيك الذي سرى في الدم بعد الجهد علما أن حجم الدم V =5L

الحلول

01

ثابت الحموضة Ka لا يتعلق الا بدرجة الحرارة و منه

أ / محققة ب / محققة ج / غير محققة د / محققة

02

أ / عدم وجود صفة غالبة ⇐ $[(CH_3)_3NH_3^+] = [(CH_3)_3NH_2]$

$$PH = PKa + Log\frac{[(CH_3)_3NH_2]}{[(CH_3)_3NH_4^+]} = PKa + Log\,1$$

$$PH = PKa = -Log\,Ka = -Log\,1,5\,.\,10^{-10}$$

$$PH = 9,8$$

ب / $(CH_3)_3NH_3^+ \quad 9,8 \quad (CH_3)_3NH_2 \quad PH$

03

عبارة ثابت الحموضة Ka : $Ka = [H_3O^+]\frac{[NH_3]}{NH_4^+}$

في المزيج : $[NH_3] = \frac{CV_1}{V_1+V_2}$ ، $[NH_4^+] = \frac{CV_2}{V_1+V_2}$

$$Ka = [H_3O^+]\frac{\frac{CV_1}{V_1+V_2}}{\frac{CV_2}{V_1+V_2}} = [H_3O^+]\frac{V_1}{V_2}$$

مزيج	1	2	3	4	5
$Ka\ (10^{-10})$	6,2	6,2	6,6	6	6,4

القيمة المتوسطة $Ka = (\frac{6,3+6,2+6,6+5,97+6,3}{5})\,.\,10^{-10}$

$$Ka = 6,3\,.\,10^{-10}$$

نلاحظ أنه مهما يكن المزيج فإن قيمة Ka تبقى ثابتة

04

1) ذرة البروم مثل ذرة الكلور تنتمي إلى العمود السابع (الهالوجينات) و هي كهروسلبية لها فعل جا كبير و منه CBr_3COOH أقوى حمض من CH_3COOH

2) اضعف حمض له PH اكبر و الموافق لحمض الايثانويك CH_3COOH

للمزيد من التوضيح راجع تمرين 16

05

1) معادلة التفاعل ; $H_3BO_{3(aq)} + H_2O_{(l)} = H_2BO_3^-{}_{(aq)} + H_3O^+{}_{(aq)}$

2) جدول تقدم التفاعل :

معادلة التفاعل	H_3BO_3 +	H_2O =	$H_2BO_3^-$ +	H_3O^+
الحالة الإبتدائية	$n = CV$	بالزيادة	0	0
الحالة النهائية	$n - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

$x_{max} = n = CV$ ، $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+].V}{CV} = \frac{10^{-PH}}{C}$

ومنه $PH = -Log\,\tau C$

$$PH = -Log\,(2,5\,.\,10^{-4} \times 10^{-6}) = 5,6$$

3) حساب مختلف الاتراكيز في الحالة النهائية :

$$[H_3O^+]_f = [H_2BO_3^+]_f = 10^{-PH} = \tau.C$$

$$[H_3O^+]_f = [H_2BO_3^+]_f = 2,5\,.\,10^{-6}\ mol\,.\,L^{-1}$$

$$[H_3BO_3]_f = C - [H_2BO_3^-] = 10^{-2} - 2,5\,.\,10^{-6} = 9,99\,.\,10^{-3}\ mol\,.\,L^{-1}$$

4) حساب ثابت الحموضة :

$$Ka = \frac{[H_3O^+][H_2BO_3^-]_f}{[H_3BO_3]_f}$$

$$Ka = \frac{2,5\,.10^{-6}\,.2,5\,.10^{-6}}{9,99\,.10^{-3}} = 6,2\,.\,10^{-10}$$

$$PKa = -Log\,Ka = -Log\,6,2\,.\,10^{-10} = 9,2$$

06

1) معادلة التفاعل :

$$HClO_{(aq)} + H_2O_{(aq)} = ClO^-{}_{(aq)} + H_3O^+{}_{(aq)}$$

2) جدول لتقدم التفاعل

معادلة التفاعل	$HClO_{(aq)}$ +	$H_2O_{(aq)}$ =	$ClO^-{}_{(aq)}$ +	$H_3O^+{}_{(aq)}$
الحلة الإبتدائية	$n = CV$	بالزيادة	0	0
الحال النهائية	$n - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

$$Log\frac{[ClO^-]_f}{[HClO]_f} = PH - PKa \Leftarrow PH = PKa + Log\frac{[ClO^-]_f}{[HClO]_f}$$

$$\frac{[HClO]_f}{[ClO^-]_f} = \frac{1}{10^{PH-PKa}} = 10^{PKa-PH} \Leftarrow \frac{[ClO^-]_f}{[HClO]_f} = 10^{PH-PKa}$$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{\frac{[ClO^-]}{V}}{\frac{C}{V}} = \frac{[ClO^-]}{C}$$

$$\tau = \frac{[ClO^-]_f}{[HClO]_f + [ClO^-]_f} = \frac{1}{\frac{[HClO]_f}{[ClO^-]_f}+1} = \frac{1}{10^{PKa-PH}+1}$$

$$\tau = \frac{1}{10^{(7,5-3,4)}+1} = 8\,.10^{-5}$$

07

لدينا العلاقة العامة $PH = PKa + Log\frac{[B]}{[A]}$ المجهول الرئيسي في هذا التطبيق هو PKa

لما $PH= 4$ ، $\frac{[B]}{[A]} = 1$ (من الجدول) ، ومنه نستنتج قيمة ال PKa

$$PKa = 4 - Log\ 1 = 4$$

لاتمام الجدول نستنتج النسبة $\frac{[B]}{[A]}$ من العلاقة العامة $\frac{[B]}{[A]} = 10^{PH - Pka}$

PH	1	2	4	6	7
	10^{-3}	10^{-2}	1	10^{2}	10^{3}

مجالات لاغلبة الغلبة

PH

4

[A]> [B]   [B]> [A]

08

1) معادلة التفكك :

$$C_6H_5COOK_{(s)} \xrightarrow{H_2O} C_6H_5COO^-_{(aq)} + K^+_{(aq)}$$

K^+ شاردة متفرجة لا تتفاعل مع الماء

2) معادلة تفاعل الاساس مع الماء :

$$C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_5COOH_{(aq)} + OH^-_{(aq)}$$

3) حساب : $\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}$

لدينا العلاقة $PH = PKa + Log\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}$

$$\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]} = 10^{PH - PKa} = 10^{9,3 - 4,2} = 125892,54$$

بما أن $[C_6H_5COO^-] > [C_6H_5COOH]$ و منه الصفة الأساسية هي الغالبة .

4) جدول لتقدم التفاعل

معادلة التفاعل	$C_6H_5COO^-_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$ =	$C_6H_5COOH_{(aq)}$ +	$OH^-_{(aq)}$
الحلة الإبتدائية	$n = CV$	بالزيادة	0	0
الحال النهائية	$n - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

$x_{max} = n = C.V$ و $x_f = [OH^-].V = 10^{PH - Pke}.V$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[OH^-].V}{C.V} = \frac{10^{PH-PKe}}{C}$$

نبحث الأن عن قيمة التركيز C

$$C = [C_6H_5COO^-]_f + [C_6H_5COOH]_f$$

$$[C_6H_5COO^-]_f = [OH^-] = 10^{(PH - Pke)}$$

$$[C_6H_5COO^-]_f = [OH^-] = 10^{(9,3 - 14)} = 2.10^{-5}\ mol.L^{-1}$$

$[C_6H_5COOH]_f = \frac{1}{125892,54}[C_6H_5COO^-]_f$ من العلاقة في السؤال (3)

$$[C_6H_5COOH]_f \cong 8.10^{-6}\ [C_6H_5COO^-]_f$$

$$C = 31622,8\ [C_6H_5COOH]_f + [\ C_6H_5COOH]$$

$$C = 2\ .10^{-5}\ (12589,54 + 1) = 2,5\ mol.L^{-1}$$

$$\tau = \frac{2\ .10^{-5}}{2,5} \cong 38\ .\ 10^{-6}$$

5) علاقة m : لدينا العلاقة السابقة $\tau = \frac{10^{PH-PKe}}{C}$

$$C = \frac{m.}{M.V} = \frac{10^{PH-PKe}}{\tau} \Rightarrow m = \frac{M.V}{\tau}(10^{PH-PKe})$$

$$m = \frac{160 \times 0,04 \times 2\ .10^{-5}}{8.10^{-6}} = 16\ g$$

09

1) $AH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = H_3O^+_{(aq)} + A^-_{(aq)}$

معادلة التفاعل	AH +	H_2O =	A^- +	H_3O^+
الحالة الإبتدائية	$n = CV$	بالزيادة	0	0
الحالة النهائية	$n - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

2) لدينا $[H_3O^+]_f = [A^-]_f = \frac{x_f}{V}$ و $x_{max} = CV$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{x_f}{x_{max}}.\frac{V}{V} = \frac{[H_3O^+]_f}{C}$$

و منه $[H_3O^+]_f = [A^-]_f = \tau C$

3) $[AH]_f = C - \tau C = C\ (1 - \tau) \Leftarrow [AH]_f = C - [A^-]_f$

4) أ/ العلاقة البيانية : البيان $\frac{\tau^2}{1-\tau} = f(\frac{1}{C_0})$ عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته

من الشكل $\frac{\tau^2}{1-\tau} = a\frac{1}{C_0}$

حيث: $a = \frac{\Delta \frac{\tau^2}{1-\tau}}{\Delta \frac{1}{C_0}} = \frac{(0,4-0)}{250-0} = 1,6 \cdot 10^{-3}$ (معامل التوجيه)

العلاقة النظرية : $Ka = \frac{[H_3O^+]_f\,[A]_f}{[AH]_f} = \frac{\tau C_0 . \tau C_0}{C_0(1-\tau)} = \frac{\tau^2 C_0}{(1-\tau)}$

$$\frac{\tau^2}{(1-\tau)} = Ka \cdot \frac{1}{C_0}$$

ب / بالمطابقة مع العلاقة البيانية $Ka = a = 1,6 \cdot 10^{-3}$

5) لإيجاد الحمض الموافق نحسب PKa

$PKa = -Log(1,6 \cdot 10^{-3}) = 2,8$

ومنه الحمض المستعمل في هذا التفاعل : حمض أحادى كلور الايتانويك CH_2ClCO_2H

10

1) كتابة معادلة التفاعل :

أ / $HCN_{(aq)} + NO_2^- = CN^-_{(aq)} + HNO_{2(aq)}$

$$K_1 = \frac{[CN^-][HNO_2]}{[HCN][NO_2^-]} \quad .....\ 1$$

ب / $NH_4^+{}_{(aq)} + CN^-_{(aq)} = NH_3 + HCN_{(aq)}$

$$K_2 = \frac{[NH_3]\,[HCN]}{[NH_4^+][CN^-]} \quad ......2$$

2) حساب PKa (HCN / CN^-)

$$K_1 = \frac{[CN^-][HNO_2]}{[HCN][NO_2^-]} \times \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]} = \frac{Ka_1}{Ka_2}$$

ومنه $Ka_1 = K_1 \cdot Ka_2 = K_1 \cdot 10^{-PKa_2}$

$Ka_1 = 10^{-5,6} \cdot 10^{-3,8} = 10^{-9,4}$

$PKa_1 = 9,4$ بالمطابقة $Ka = 10^{-PKa}$

حساب K_2 من المعادلة 2 :

$$K_2 = \frac{[NH_3]\,[HCN]}{[NH_4^+][CN^-]} \times \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]} = \frac{Ka_3}{Ka_1} = 10^{PKa_1 - PKa_3}$$

$K_2 = 10^{9,4-9,2} = 10^{0,2} = 1,58$

11

$NH_3(aq) + H_3O^+(aq) = NH_4^+(aq) + H_2O(l)$

$$K = \frac{[NH_4^+]}{[NH_3][H_3O^+]} = \frac{1}{\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}[H_3O^+]} = \frac{1}{Ka} = 10^{PKa} = 10^{10,7} = 1,6\ 10^{9}$$

12

شوارد Na^+ و Cl^- متفرجة موجودة في المزيج لكن لا تتفاعل

$CH_3NH_3^+(aq) + OH^-(aq) = CH_3NH_2(aq) + H_2O(l)$

$$K = \frac{[CH_3NH_2]}{[CH_3NH_3^+][OH^-]} = \frac{CH_3NH_2]}{[CH_3NH_3^+][OH^-]} \times \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}$$

$$K = \frac{CH_3NH_2[H_3O^+]}{[CH_3NH_3^+]} \times \frac{1}{[H_3O^+][OH^-]} = \frac{Ka}{Ke} = 10^{PKe - Pka}$$

$K = 10^{14-10,7} = 1995,26$

13

$H_3O^+_{(aq)} + OH^-_{(aq)} = H_2O + H_2O$

$$K = \frac{1}{[H_3O^+][OH^-]} = \frac{1}{Ke} = \frac{1}{10^{-PKe}} = 10^{PKa} = 10^{14}$$

14

نحسب تركيز المحلول:

$$[HF]_0 = C = \frac{n}{V} = \frac{V'}{V.V_m} = \frac{1,4}{0,5 \times 22,8} = 0,1\ mol.L^{-1}$$

1) أ / حساب PKa

معادلة التفاعل	HF +	H_2O =	F^- +	H_3O^+
الحلة الإبتدائية	$n = CV$	بالزيادة	0	0
الحال النهائية	$n - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

$[F^-]_f = [H_3O^+]_f = 10^{-PH} = 10^{2,12} = 7,6 \cdot 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

$[HF]_f = C_0 - [F^-] = 0,1 - 7,6 \cdot 10^{-3} = 92,4 \cdot 10^{-3}\ mol.\ L^{-1}$

2) ثابت الحموضة للثنائية HF/F

$$Ka = [H_3O^+] \times \frac{[F^-]}{[HF]} = \frac{(7,6\ 10^{-3})^2}{92,4 \cdot 10^{-3}} = 0,62 \cdot 10^{-3}$$

$PKa = -Log\ Ka = -Log(0,62 \cdot 10^{-3})$

$PKa = 3,2$

$PKa\ (HF / F^-) < PKa\ (CH_3COOH/CH_3COO^-)$

و منه HF أقوى حمض من CH_3COOH

ب / النسبة : $\frac{[F^-][CH_3COOH]}{[HF][CH_3CO_2^-]} = \frac{[F^-][CH_3COOH]}{[HF][CH_3CO_2^-]} \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]} = \frac{Ka_1}{Ka_2}\ 10^{PKa_2 - PKa_1} = 10$

$$\frac{[F^-][CH_3COOH]}{[HF][CH_3CO_2^-]} = {}^{4,8-3,2} = 10^{1,6}$$

3) كتابة المعادلة :

$HF_{(aq)} + CH_3CO_2^-{}_{(aq)} = F^-_{(aq)} + CH_3COOH_{(aq)}$

4) هذه النسبة تمثل ثابت التوازن الموافق لتفاعل (حمض) HF مع (أساس) $CH_3CO_2^-$

15

1) في المزيج: $[CH_3COO^-]_f = \frac{C_BV_B}{V_A+V_B}$ ، $[CH_3COOH]_f = \frac{C_AV_A}{V_A+V_B}$

بماأن $C_A = C_B$ ، $\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} = \frac{\frac{C_BV_B}{V_A+V_B}}{\frac{C_AV_A}{V_A+V_B}} = \frac{C_BV_B}{C_AV_A} = \frac{V_B}{V_A}$

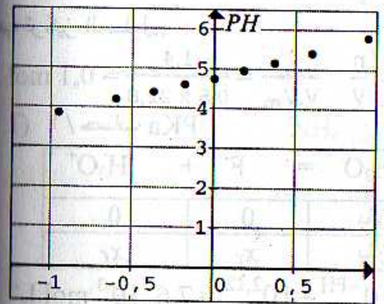
2) رسم البيان :

PH	3,85	4,2	4,4	4,6	4,75	4,95	5,15	5,4	5,8
[illegible]	-0,95	- 0,60	- 0,37	- 0,18	0	0,18	0,37	0,60	0,95

نلاحظ أن البيان عبارة عن خط مستقيم لا يشمل المبدأ معادلته من الشكل

$$PH = b + a\, Log\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

(معامل التوجيه) $a = \frac{\Delta PH}{\Delta Log\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}} = \frac{5,4-4,4}{0,60-(-0,37)} = 1$



(PH تقاطع البيان مع محور) $b = 4,75$

ب / لدينا العلاقة النظرية

$$PH = PKa + Log\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

بالمطابقة : $PKa = b = 4,75$

16

1) معادلة تفاعل الحمض مع الماء

$$CH_2Cl\text{-}COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} = CH_2Cl\text{-}COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2) جدول لتقدم التفاعل

معادلة التفاعل	$CH_2Cl\text{-}COOH_{(aq)}$	$+ H_2O_{(l)} =$	$CH_2Cl\text{-}COO^-_{(aq)} +$	$H_3O_{(aq)}$
الحلة الإبتدائية	$n = CV$	بالزيادة	0	0
الحال النهائية	$n - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

$$[CH_2Cl\text{-}COO^-]_f = [H_3O^+] = 10^{-PH} = 3,16 \,.10^{-3} \text{ mol} \,.\, L^{-1}$$

$$[CH_2ClCOOH]_f = \frac{n-xf}{V} = C - [CH_2Cl\text{-}COO^-]_f$$

$$Ka = [H_3O^+]_f \frac{[CH_2Cl-COO^-]_f}{[CH_2Cl-COOH]_f} = 10^{-PKa}$$

$$[CH_2Cl - COOH]_f = \frac{[H_3O^+]^2}{10^{-Pka_1}} = \frac{10^{-2PH}}{10^{-Pka_1}} = 10^{Pka_1-2PH}$$

$$[CH_2Cl - COOH]_f = 10^{2,83-2,5} \cong 7 \,.\, 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

3) حساب التركيز C :

$$[CH_2Cl - COOH]_f = C - [CH_2Cl\text{-}COO^-]_f$$

$$C = [CH_2Cl - COOH]_f + [CH_2Cl\text{-}COO^-]_f \cong 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

حساب الكتلة m : $m = C.M.V \Leftarrow C = \frac{m}{M.V}$

$$m = 10^{-2} \times 94,5 \times 0,2 = 0,19 \text{ g}$$

من CH_3COOH استبدلنا ذرة H بذرة Cl فتحصلنا على $CH_2Cl\text{-}COOH$

بما ان $PKa_1 < PKa_2$ فإن $CH_2Cl\text{-}COOH$ أقوى حمض من من CH_3COOH نظرا لذرة الكلور التي لها فعل جذب أكبر

4) للحصول على $CHCl_2COOH$

نستبدل ذرتي ال H من CH_3COOH فيزيد فعل الجذب ومنه $CHCl_2COOH$ اقوى حمض من $CH_2Cl\text{-}COOH$

ملاحظة :

كلما إستبدلنا ذرة H بمركب هالوجيني Cl ; Br ;F ; I: تزيد قوة الجذب و بالتالي يكون الحمض الموافق أقوى

17

1) معادلة انحلال NH_4NO_3 في الماء : $NH_4NO_{3(s)} \xrightarrow{H_2O} NH_4^+{}_{(aq)} + NO_3^-{}_{(aq)}$

تنبيه : شاردة النترات NO_3^- شاردة متفرجة لا تدخل في التفاعل مع الماء لكنها موجودة في المحلول كشاردة فهي تساهم في ناقلية المحلول (NO_3^- تظهر في عبارة الناقلية G / $[NO_3] = C$)

2) حساب التركيز : $C = \frac{m}{M.V} = \frac{0,8}{80.1} = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$

3) معادلة تفاعل NH_4^+ مع الماء : $NH_4^+ + H_2O = NH_3 + H_3O^+$

4) أ / جدول لتقدم التفاعل :

معادلة التفاعل	$NH_4^+ +$	$H_2O =$	$NH_3 +$	H_3O^+
الحلة الإبتدائية	$n = CV$	بالزيادة	0	0
الحالة النهائية	$n - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

ب / عند الحالة النهائية :

- $[H_3O^+]_f = \tau \,.\, C \Leftarrow \tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f}{C}$
- $[NH_4^+]_f = C - [NH_3]_f = C\,(1 - \tau)$ ، $[NH_3]_f = [H_3O^+]_f = \tau \,.\, C$
- عبارة الناقلية G :

$$G = k(\, \lambda_{(H_3O^+)} [H_3O^+]_f + \lambda_{(NH_4^+)}[NH_4^+]_f + \lambda_{(NO_3^-)} [NO_3^-] \,)$$

$$\frac{G}{k} = (\, \lambda_{(H_3O^+)}\, \tau \,.\, C + \lambda_{(NH_4^+)}\, C - \tau\, \lambda_{(NH_4^+)}\, C + \lambda_{(NO_3^-)}\, C \,)$$

$$\frac{G}{k} = (\lambda_{(H_3O^+)} - \lambda_{(NH_4^+)})\,\tau\,.\,C + (\lambda_{(NH_4^+)} + \lambda_{(NO_3^-)})\,C$$

$$\tau = \frac{\frac{G}{k} - (\lambda_{(NH_4^+)} + \lambda_{(NO_3^-)})\,C}{(\lambda_{(H_3O^+)} - \lambda_{(NH_4^+)})\,C}$$

$$\tau = \frac{\frac{1,45.10^{-3}}{10^{-2}} - (73,5 + 71,0)10^{-4}.10^{-2}.10^{3}}{(350 - 73,5)10^{-4}.\ 10^{-2}.10^{3}}$$

$$\tau = 18\ .10^{-4}$$

ج / لدينا العلاقة

$$PH = PKa + Log\,\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f}$$

بإستعمال عبارات التراكيز السابقة :

$$PH = PKa + Log\,\frac{\tau.C}{C\,(1-\tau)}$$

$$PKa = PH - Log\,\frac{\tau}{(1-\tau)}$$

$$PKa = 6,2 - Log\,\frac{18.10^{-4}}{(1 - 18.10^{-4})} \cong 9$$

18

1) حساب التركيز الإبتدائي C_0 لشوارد ClO^- : نحسب أولا كمية مادة Cl_2 المنطلقة

$$n_{Cl_2} = \frac{V_{Cl_2}}{V_m} = \frac{12,0}{24,0} = 0,5\ mol$$

من المعادلة الكيميائية نلاحظ أنه عند تفاعل 1mol من ClO^- يتشكل 1 mol من Cl_2

نستنتج أن : $n_{ClO^-} = n_{Cl_2} = 0,5\ mol$

و منه $[ClO^-] = \frac{n_{ClO^-}}{V} = \frac{0,5}{1,0} = 0,5\ mol.L^{-1}$

2) أ / معادلة تفاعل ClO^- مع H_2O :

$$HClO^- + H_2O = HClO + OH^-$$

ب / ثابت التوازن للمعادلة :

$$K = \frac{[HClO]\,[OH^-]}{[ClO^-]} = \frac{[HClO]\,[OH^-]}{[ClO^-]} \cdot \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}$$

$$K = \frac{K_e}{K_a} = \frac{10^{-14}}{10^{-7,5}} = 10^{-6,5} = 3,16\ .\ 10^{-7}$$

ج / حساب التقدم النهائي x_f :

معادلة التفاعل	$HClO^-$	+ H_2O	= $HClO$ +	OH^-
الحالة الإبتدائية	$n = CV$	بالزيادة	0	0
الحالة النهائية	$n - x_f$	بالزيادة	x_f	x_f

عند بلوغ الحالة النهائية لدينا التراكيز التالية :

$[OH^-]_f = [HClO]_f = \frac{x_f}{V}$ ، $[ClO^-]_f = C - \frac{x_f}{V}$

فتصبح عبارة ثابت التوازن K

$$x_f^2 + (3,16\ .\ 10^{-7})x_f - 1,58\ .\ 10^{-7} = 0 \Leftarrow K = \frac{\left(\frac{x_f}{V}\right)^2}{C - \frac{x_f}{V}}$$

معادلة من الدرجة الثانية حلها من الشكل

$$x_f = \frac{-3,16\,.10^{-7} \pm \sqrt{(-3,16\,.10^{-7})^2 - 4(-1,58\,.10^{-7})}}{2 \times 1}$$

الحل الوحيد المقبول هو $x_f = 3,97\ .\ 10^{-4}\ mol$ (لأن التقدم مقدار موجب أو معدوم) .

د / PH المحلول : $PH = -Log\,[H_3O^+]$

لدينا $[OH^-]_f = \frac{x_f}{V} = \frac{3,97\,.10^{-4}}{1,0} = 3,97\ .\ 10^{-4}\ mol.L^{-1}$

$$[H_3O^+] = \frac{K_e}{[OH^-]} = \frac{10^{-14}}{3,97\,.10^{-4}} = 2,52\ .\ 10^{-11}\ mol.L^{-1}$$

$$PH = -Log(2,52\ .\ 10^{-11}) = 10,6$$

19

1) الثنائية ($H_2PO_4^-/HPO_4^{2-}$) تخضع إلى العلاقة $PH = PKa + Log\,\frac{[HPO_4^{2-}]_i}{[H_2PO_4^-]_i}$

$$\frac{[HPO_4^{2-}]_i}{[H_2PO_4^-]_i} = 10^{PH - Pka} = 10^{7,4-6,8} = 4 > 1$$

$\Leftarrow [HPO_4^{-2}]_i > [H_2PO_4^-]_i$ ومنه صفة الغلبة لأساس

2) أ /معادلة التفاعل :

$$HPO_4^{-2}{}_{(aq)} + CH_3CH_2OHCO_2H_{(aq)} = H_2PO_4^-{}_{(aq)} + CH_3CH_2OHCO_2^-{}_{(aq)}$$

ب / عبارة ثابت التوازن :

$$K = \frac{[HPO_4^{-2}][CH_3CH_2OHCO_2H]}{[H_2PO_4^-][CH_3CH_2OHCO_2H]}$$

$$K = \frac{[HPO_4^{-2}][CH_3CH_2OHCO_2H]}{[H_2PO_4^-][CH_3CH_2OHCO_2H]} \times \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]} = \frac{Ka_1}{Ka_2} = 10^{PKa_1 - PKa_2}$$

$$K = 10^{6,8-3,9} = 794,33$$

K يأخذ قيمة كبيرة دلالة على التفاعل تام

ج / عند بدل الجهد يصبح $PH = 7,2$

باستعمال العلاقة العامة: $PH = PKa_1 + Log\,\frac{[HPO_4^{2-}]}{[H_2PO_4^-]}$

$$\frac{[HPO_4^{2-}]}{[H_2PO_4^-]} = 10^{PH - PKa_1} = 10^{7,2-6,8} = 2,5$$

$$PH = PKa_2 + Log\,\frac{[CH_3CH_2OHCO_2H]}{[CH_3CH_2OHCO_2H]}$$

$$\frac{[CH_3CH_2OHCO_2H]}{[CH_3CH_2OHCO_2H]} = 10^{PH-PKa_2} = 10^{7,2-3,9}\ 1995,3$$

3) جدول لتقدم التفاعل :

- $n_i(HPO_4^{-2}) = [HPO_4^{-2}]_i \times V = 0,8 \times 5 = 4\ mol$
- $\frac{[HPO_4^{2-}]i}{[H_2PO_4^-]i} = 4 \Leftarrow [H_2PO_4^-]i = \frac{[HPO_4^{2-}]i}{4} = \frac{0,8}{2} = 0,4\ mol.L^{-1}$
- $n_i(H_2PO_4^-) = [H_2PO_4^-]i \times V = 0,4 \times 5 = 1\ mol$

قبل بدل الجهد (الحالة الإبتدائية) $(PH = 7,4)$

$$\frac{[HPO_4^{2-}]_f}{[H_2PO_4^-]_f} = 4$$

- بعد بدل الجهد (الحالة النهائية) $(PH = 7,2)$

$\frac{[HPO_4^{2-}]_f}{[H_2PO_4^-]_f} = 2,5$ و ينتج حمض لاكتيك

معادلة التفاعل	HPO_4^{2-} +	$CH_3CH_2OHCO_2H$ =	$H_2PO_4^-$ +	$CH_3CH_2OHCO_2^-$
الحالة الإبتدائية	4	n	1	0
الحالة النهائية	4 - n	n - n	1 + n	n

عند الحالة النهائية $\frac{[HPO_4^{2-}]_f}{[H_2PO_4^-]_f} = 2,5$

$$[H_2PO_4^-]_f = \frac{1+n}{V} \qquad [HPO_4^{2-}]_f = \frac{4-n}{V}$$

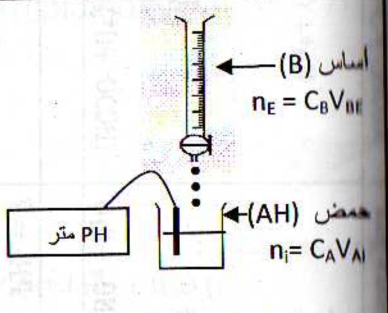
$$\frac{\frac{4-n}{V}}{\frac{1+n}{V}} = \frac{4-n}{1+n} = 2,5 \Rightarrow n = 0,43mol$$

و هي كمية مادة $CH_3CH_2OHCO_2H$ التي سرت في الدم

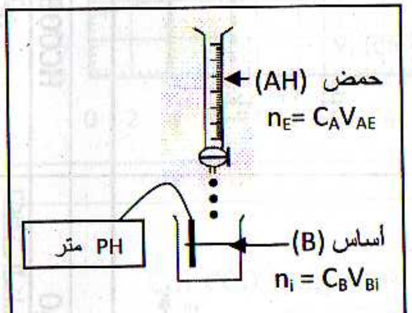
المعايرة

❖ المعايرة PH المترية

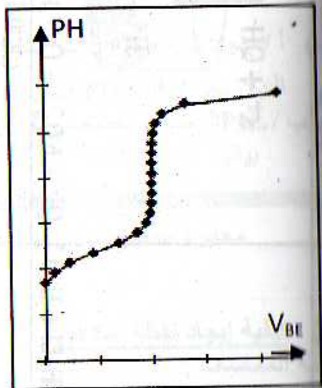
الغرض من المعايرة هو البحث عن إحدى التراكيز المجهولة بإستعمال تركيز معلوم

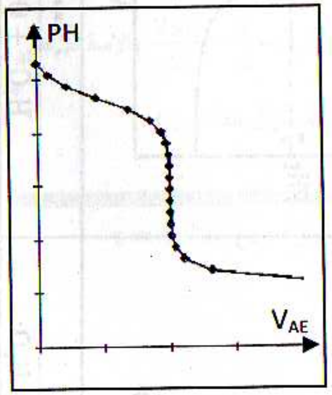


معايرة حمض بأساس



معايرة أساس بحمض



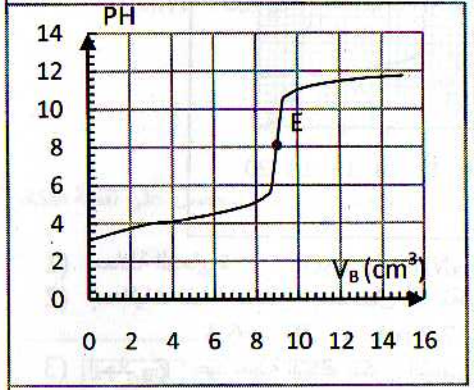


❖ عند النقطة التكافؤ (التعديل) : تتعادل فيه الأعداد الستكيومترية

- معايرة أساس بحمض ← $n_i(B) = n_E(HA) \Leftrightarrow C_BV_{Bi} = C_AV_{AE}$
- معايرة حمض بأساس ← $n_i(H_A) = n_E(B) \Leftrightarrow C_AV_{Ai} = C_BV_B$
- يمكننا إستنتاج (أساس / حمض) PKa بيانيا عند نقطة نصف التكافئ بحيث لما $V_B = \frac{V_{BE}}{2}$ بالإسقاط على البيان $PH = PKa$

مثال (1)

لدينا محلول لحمض البنزويك C_6H_5COOH حجمه $V_A = 20,0\ cm^3$ ،نسكب عليه تدريجيا حجم V_B لمحلول هيدروكسيد البوتاسيوم $(K^+ + OH^-)$ تركيزه $C_B = 1,0\ 10^{-1}\ mol.L^{-1}$ ، و نقيس في كل مرة PH المحلول ، فنتحصل على البيان $PH = f(V_B)$



1) أكتب معادلة المعايرة
2) حدد إحداثيات نقطة التكافؤ بيانيا .
3) أحسب تركيز محلول حمض البنزويك C_A
4) إستنتج بيانيا :
أ / $PKa\ (C_6H_5COOH / C_6H_5COO^-)$

1) معادلة المعايرة :

$$C_6H_5COOH(aq) + OH^-(aq) = C_6H_5COO^-(aq) + H_2O\ (l)$$

2) إحداثيات نقطة التكافؤ : بيانيا $PH_E = 8,1$ و $V_{BE} = 9\ cm^3$

3) عند نقطة التكافؤ : $n_A(C_6H_5COOH) = n_B(OH^-) \Leftrightarrow C_AV_A = C_BV_{BE}$

و منه $C_A = \dfrac{C_BV_{BE}}{V_A} = \dfrac{0,1 \times 9}{20} = 0,045\ mol.L^{-1}$

4) أ / إيجاد قيمة PKa بيانيا : نأخذ نصف الحجم المكافئ $\dfrac{V_{BE}}{2} = \dfrac{9}{2} = 4,5\ cm^3$ بالإسقاط على البيان نجد $PKa = PH = 4,2$

ب / PHالمحلول الحامضي يوافق $V_B = 0$ (قبل أن نسكب المحلول القاعدي) بيانيا $PH \cong 3,1$

معايرة حمض اساس أو معايرة أساس حمض تفاعل تام و سريع حيث $\tau = 1$

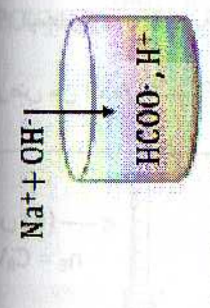
1) كيفية إيجاد نقطة التكافؤ:

أ/ طريقة المماسات :

مثال (2)

لإيجاد التركيز C_B لمحلول S لميثيل أمين CH_3NH_2 نحقق المعايرة بالـ PH المترية لحجم $V_B = 20\ mL$ من هذا المحلول بواسطة محلول حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ تركيزه $C_A = 20\ mmol.L^{-1}$. من أجل كل حجم V_A مسكوب للمحلول نقيس PHالمزيج للحصول على البيان أدناه $PH = f(V_A)$

1) أكتب معادلة المعايرة
2) حدد إحداثيات نقطة اتكافئ بيانيا ، مبينا الطريقة المستعملة
3) إستنتج C_B , أوجد بيانيا قيمة $PKa(CH_3NH_3^+ / CH_3NH_2)$



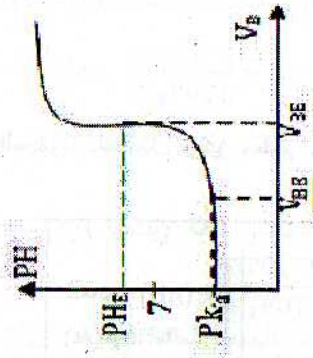
$(HCOO^- + H^+) + (Na^+ + OH^-) \rightarrow HCOONa + H_2O$

عند نقطة التكافؤ

$PH_E > 7$

$n_{HCOOH} = n_{OH^-}$

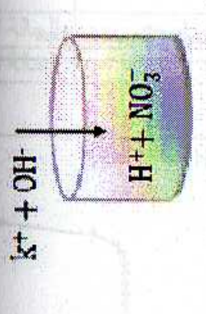
$C_AV_A = C_BV_{BE}$



معدلة المعايرة

$HCOOH + OH^- = HCOO^- + H_2O$

الكاشف المناسب فينول فتالين



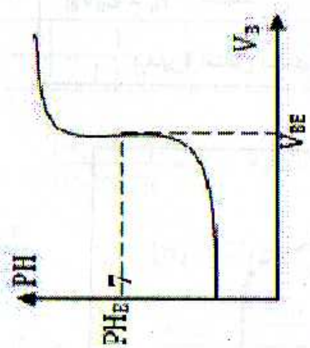
$(H^+ + NO_3^-) + (k^+ + OH^-) \rightarrow kNO_3 + H_2O$

عند نقطة التكافؤ

$PH_E = 7$

$n_{H_3O^+} = n_{OH^-}$

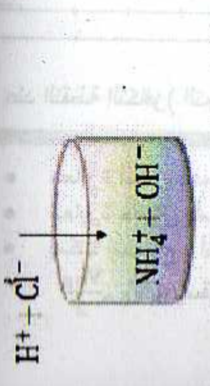
$C_AV_A = C_BV_{BE}$



معدلة المعايرة

$H_3O^+ + OH^- = 2H_2O$

الكاشف المناسب أزرق البروموتيمول



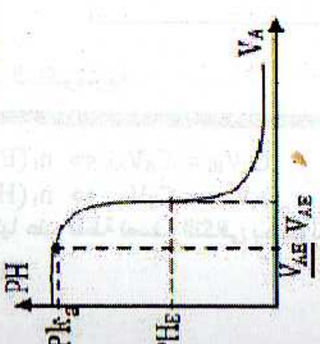
$(H^+ + Cl^-) + (NH_4^+ + OH^-) \rightarrow NH_4Cl + H_2O$

عند نقطة التكافؤ

$PH_E < 7$

$n_{H_3O^+} = n_{NH_3}$

$C_AV_{AE} = C_B . V_B$



معدلة المعايرة

$H_3O^+ + NH_3 = NH_4^+ + H_2O$

الكاشف المناسب الهيليانين / أحمر الميثيل

1) $CH_3COOH + OH^- = CH_3COO^- + H_2O$

2) نقطة التكافؤ : $PH \cong 9$ $\quad V_{BE} = 12,6mL$

نأخذ نصف الحجم المكافئ $\frac{V_B(E)}{2} = 6,3 \longleftarrow$ بالإسقاط على البيان $PH = PKa \cong 4,8$

3) عند نقطة التكافؤ $C_AV_A = C_BV_{BE} \Leftrightarrow n_A(CH_3COOH) = n_B(OH^-)$

$$C_A = \frac{C_BV_B(E)}{V_A} = \frac{0,02x12,6}{20} = 0,013 \text{ mol L}^{-1}$$

ب/الطريقة اللونية(إختيار كاشف ملون مناسب)

في بداية المعايرة نضيف بعض القطرات من كاشف ملون إلى المحلول المعايرونتحصل على نقطة التكافؤ عندما يغير هذا الكاشف لونه

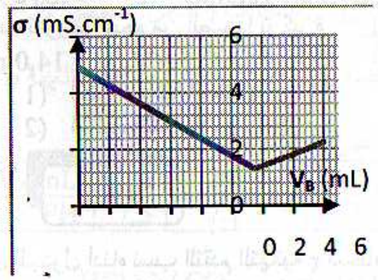
مجال تغير الكاشف الملون يجب أن يحتوي PH التكافؤ

مثال (4)

الكاشف الملون	مجال التغير	اللون عند مجال التغير
الهليانتين	3,0 - 4,4	البرتقالي
أزرق البروموتيمول	6,0 - 7,6	اخضر
فنيولفتالين	8,2 - 10,0	وردي

ج/ عن طريق قياس ناقلية المحلول :

مثال (5)



نعاير محلول لحمض كلور الماء

$V_A = 10ml$ حجمه $(H_3O^+ + Cl^-)$

بواسطة محلول هيدروكسيد البوتاسيوم

$C_B = 0,2$ mol. L^{-1} تركيزه $(K^+ + OH^-)$.

أثناء المتابعة نتحصل على البيان

1) أكتب معادلة المعايرة

2) حدد $V_B(E)$ بيانيا ثم استنتج تركيز C_A

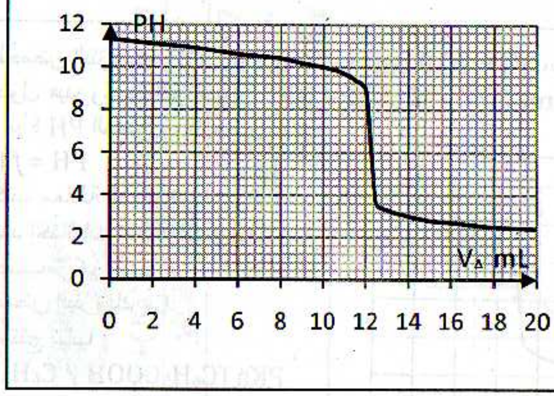
1) معادلة المعايرة : $H_3O^+ + OH^- = 2H_2O$

2) $V_B(E)$ بيانيا :تتمثل في نقطة تقاطع القطعتين المستقيمين للبيان $\sigma = f(V_B)$.

$V_B(E) = 11,5$ mL

تركيز المحلول الحامضي C_A

$$C_A = \frac{C_BV_B(E)}{V_A} = \frac{0,2x\ 11,5}{10} = 0,23 \text{ mol. L}^{-1}$$



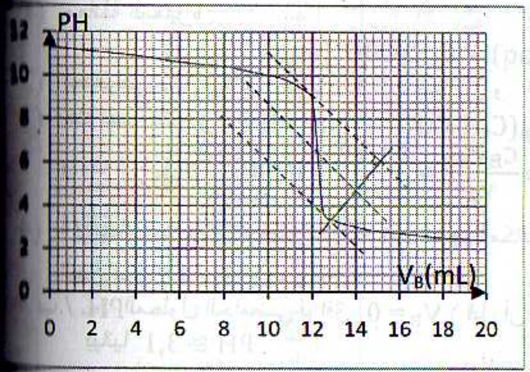
1) معادلة المعايرة : $CH_3NH_2 + H_3O^+ = CH_3NH_3^+ + H_2O$

2) إحداثيات نقطة التكافؤ : بإستعمال طريقةالمماسات نجد

$V_{AE} \cong 12,2$ mL و $PH_E = 6,4$

3) إيجاد C_B : عند نقطة التكافؤ تكون النسب في الشروط الأستكيو مترية بمعنى

$C_AV_A(E) = C_BV_B \quad \Leftrightarrow \quad n_A(H_3O^+) = n_B(CH_3NH_2)$



$$C_B = \frac{C_AV_A(E)}{V_B}$$

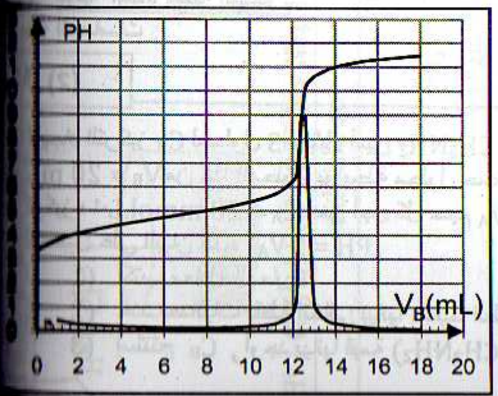
$$C_B = \frac{0,02 \text{ x } 12,2}{20}$$

$C_B = 12,2\ 10^{-3}$ molL^{-1}

4) بيانيا $PKa \cong 10,5$

ب / طريقة الإشتقاق $\frac{d}{dV}PH(V)$

مثال (3)



نقوم بمعايرة $V_A = 20mL$ من محلول

حمض الخل CH_3COOH

بواسطة محلول هدروكسيد الصوديوم

$C_B = 20$ mmol L^{-1} تركيزه NaOH

فنتحصل على البيان المقابل

1) اكتب معادلة المعايرة

2) استنتج بيانيا إحداثيات

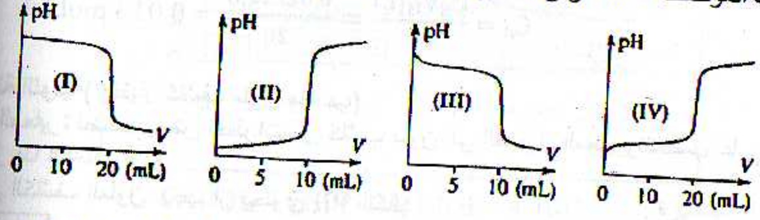
نقطة التكافؤ و قيمة PKa

3) احسب تركيز حمض النمل

تمارين

01

من بين البيانات الموضحة أدناه ، ارفق المعايرة الموافقة لكل تجربة



ت$_1$/ معايرة 20,0 mL من (CH_3CO_2H) تركيزه $0,1\ mol\ L^{-1}$ بواسطة محلول (NaOH) تركيزه $0,10\ mol.\ L^{-1}$

ت$_2$/ معايرة 20,0 mL من محلول حمض كلور الماء تركيزه $5,0\ 10^{-2}\ mol\ L^{-1}$ بواسطة محلول الصـ[...] بتركيز $0,1\ mol.\ L^{-1}$

ت$_3$/ معايرة 20,0 mL من الصودا تركيزه $5,0\ 10^{-1}\ mol.\ L^{-1}$ بواسطة محلول حمض كلورالماء بتركيز $5,0\ 10^{-2}\ mol.L^{-1}$

ت$_4$/ معايرة 20,0mL من محلول النشادر(NH_3) تركيزه $5,0\ 10^{-2}\ mol.\ L^{-1}$ بواسطة محلول حمض كلور الماء بتركيز $0,10\ mol.\ L^{-1}$

02

قرص لفيتاميت C (حمض Ascorbique) $C_6H_8O_6$ يذاب في 100,0mL من الماء فنتحصل على محلول S_0. نأخذ حجما $V_A= 10,0mL$ من هذا المحلول نضيف له بعض القطرات من أحمر الكريزول[...] نسكب تدريجيا حجم من الصودا تركيزه $C_B = 2,0\ 10^{-2}\ mol.\ L^{-1}$ فنشاهد تغيّر للون الكاشف لما نسـ[...] $(V_B)_E = 14,0\ mL$.

1) أكتب معادلة المعايرة

2) احسب كتلة القرص m_0.

$M(C_6H_8O_6) = 176\ g\ mol^{-1}$

03

يمثل الجدول أدناه نسب التقدم النهائية τ لمختلف التفاعلات لمحاليل حمضية و أساسية ، لها نفس التركيـ[...] $C = 10\ mmol.L^{-1}$

حمض	CH_3CO_2H (aq)	H_3O^+ (aq)	HCO_2H (aq)	[...]O_2H (aq)
أساس	NO_2^- (aq)	NH_3 (aq)	$CH_3CO_2^-$	[...]O^- (aq)
τ	0,31	1,0	0,91	1,0

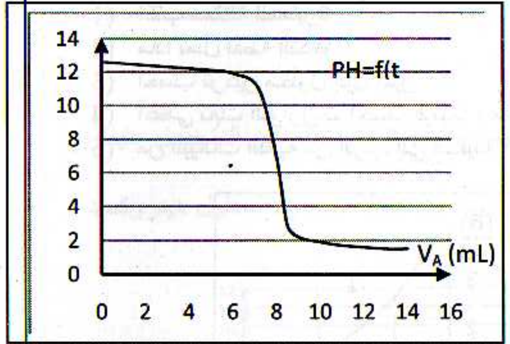
من بين هذه الأربع تفاعلات ،ما هي التي يمكن إستعمالها للمعايرة ؟ أكتب معادلاتها الموافقة .

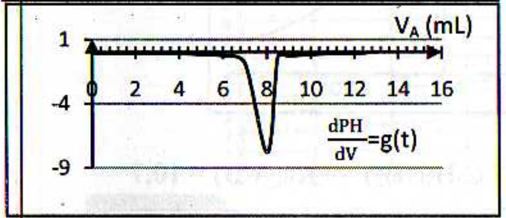
04

ما هو حجم V_A لحمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ تركيزه $C_A = 2.\ 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ الواجب إضـ[...] إلى $V_B = 100\ mL$ من محلول الأمونياك NH_3 تركيزه $C_B = 5.\ 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ للحصول على مـ[...] له $PH = 9,2$. علما أن $PKa\ (NH_4^+ / NH_3) = 9,2$

05

[...]سكب في بيشر 20,0mL من محلول (S) للبوتاس (K^+,OH^-) نضيف له 20,0 mL من الماء المقطر حتى [...] مسبار PH متر ، ثم نقيس قيمة PH المحلول عند إضافة محلول حمض كلور الماء تركيزه $C_A = 50,0\ mmol.L^{-1}$, النتائج المتحصل عليها نكتشفها من الرسم البياني $PH = f(V_A)$ و $\frac{dPH}{dV} = g(V_A)$





1) أكتب معادلة المعايرة

2) عين إحداثيات نقطة التكافؤ ، ثم أحسب $C_B(KOH)$

3) أحسب ثابت التوازن عند سكب $V_A = 14mL$ ، ماذا تستنتج فما يخص هذا التفاعل؟

4) ماهو الكاشف المناسب لهذه المعايرة ؟

06

شوارد هيدروجينوكربونات (البيكاربونات) HCO_3^- تنتمي إلى الثنائيات (أساس / حمض):

(H_2CO_3 / HCO_3^-) (HCO_3^- / CO_3^-)

لدينا عينة حجمها $V = 100,0mL$ من ماء حنفية قيمة PH العينة 7,5 . نعاير هذه العينة بواسطة محلول حمض كلور الماء تركيزه $C_A = 5,0\ 10^{-2}\ mol.L^{-1}$ الموجود في السحاحة .

نقيس قيمة PH بدلالة الحجم V_A المضاف فنحصل على الجدول أدناه

V_A mL	0	2	5	7	8	9	10	11	12	15	20
PH	7,5	7	6,5	6,2	6	5,5	4,5	3,4	3,2	3,1	3,0

1) حدد مجال الغلبة للثنائيتين . H_2CO_3 / HCO_3^- و HCO_3^- / CO_3^-

2) ما هي خاصية شاردة HCO_3^-

3) ما هو الفرد الغالب في ماء الحنفية

4) ارسم $PH= f(V_A)$

5) اكتب معادلة المعايرة ثم

6) أحسب تركيز HCO_3^- في ماء الحنفية ثم إستنتج التركيز الكتلي للماء بشوارد HCO_3^-

7) ما هو الكاشف المناسب عند نهاية التفاعل

8) حدد بيانيا الثنائية المشاركة في هذه المعايرة

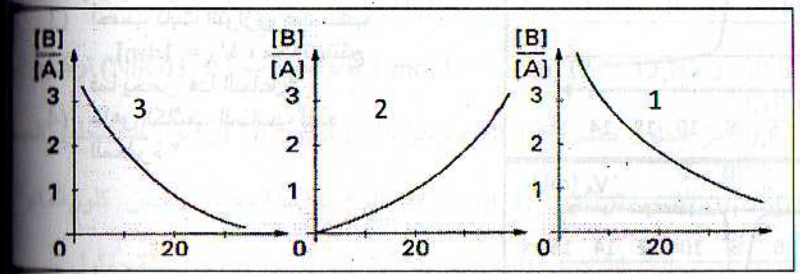
المعطيات: $PKa(H_2CO_3 / HCO_3^-) = 6,4$ ، $PKa(HCO_3^- / CO_3^{2-}) = 10,2$

اخضر البروموكريزول [3,8-5,4] / فينول فتالين [8,2-10] / أصفر الأليزارين [1,9 – 3,3]

07

نضع في بيشر محلول مائي لايتيل أمين $C_2H_5NH_2$ حجمه $V_B = 20cm^3$ ، ثم نضيف إليه تدريجيا محلول لحمض كلور الماء تركيزه $C_A= 0,05molL^{-1}$ بواسطة PH متر نتابع تطور PH المزيج نحصل على نقطة التكافؤ لما نسكب حجم $V_A = 40\ cm^3$

1) اكتب معادلة المعايرة
2) ماذا تمثل نقطة التكافؤ ؟
3) أحسب تركيز محلول إتيل أمين
4) أعطى ثابت التوازن ثم أحسب قيمتها ، ماذا تستنتج ؟
5) من البيانات التالية ما أقرب إلى الحقيقة ؟



$PKa (C_2H_5NH_3^+ / C_2H_5NH_2) = PKa(A/B) = 10,7$

08

الحليب الطازج لا يحتوي حمض اللاكتيك $CH_3CHOHCOOH$.

- بكتيريا الحليب تحوّل شيئا فشيئا اللاكتوز إلى حمض لاكتيك ، إذ يمكننا إعتبار أن طزاجة الحليب تحدد بدرجة حموضته
- نعرف درجة دورنيك « Dornic » (درجة الحموضة) كمايلي :

1 درجة دورنيك يوافق 0,1g من حمض اللاكتيك في 1L من الحليب

- يمكن إعتبار أن الحليب طازج إذا كانت درجة حموضته أقل من 18° دورنيك

❖ **البروتوكول التجريبي :**

نعاير حجما V= 100mL من محلول يتكون من 50mL من الحليب و 50mL من الماء المقطر بواسطة محلول الصودا تركيزه $C_B = 0,1mol\ L^{-1}$ ، نتحصل على نقطة التكافؤ عند سكب حجم $V_B\ (E)=9,3mL$

1) لماذا نحافظ على الحليب عند 4°
2) أ / أكتب معادلة المعايرة بين حمض اللاكتيك و الصودا
ب / أحسب ثابت التوازن
ج / ماذا يمكننا القول عن هذا التفاعل
3) أحسب التركيز الكتلي لحمض اللاكتيك

09

لدينا ثلاث محاليل حمضية S_1 ، S_2 ، S_3 تراكيزها مجهولة
نحقق التجارب التالية :
القياسات : نقيس PH المحاليل الثلاث

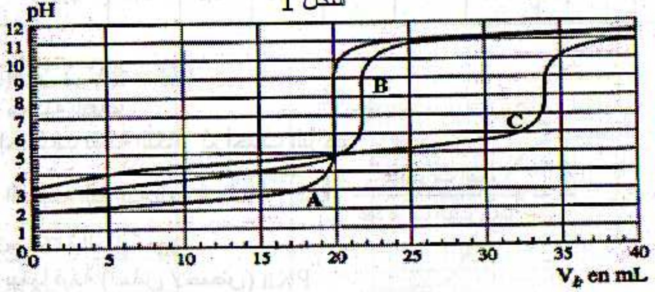
المعايرات : نعاير حجم $V_A = 20,0\ mL$ لكل محول بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه $C_B = 1,0\ .10^{-2}\ mol/L$ حجمه المكافئ V_{BE} . النتائج المتحصل عليها مدونة في الجدول أسفله :

PH	V_{BE} (mL)	المحلول
2,9	22	S_1
2	20	S_2
3,3	34	S_3

باستعمال الجدول أعلاه :

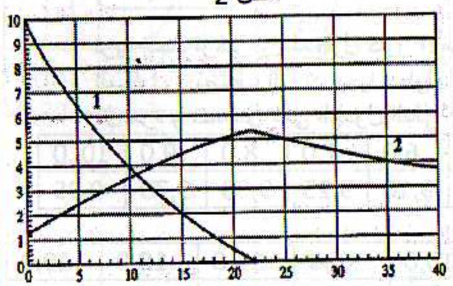
1) حدّد هل هذه المحاليل لأحماض قوية أم ضعيفة ؟
2) أ / أحسب تراكيز المحاليل الحمضية مع التعليل .
ب / صنّف هذه المحاليل حسب قوة الحموضة بإستعمال PH و قيم التراكيز المتحصل عليها في السؤال السابق.
3) بواسطة برمجية خاصة نتحصل على بيانات تغيرات PH بدلالة حجم V_B لمحلول هيدروكسيد الصوديوم (شكل 1)

شكل 1

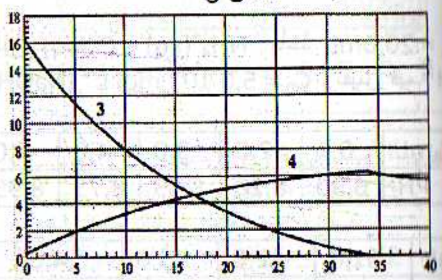


و بيانات تغير تراكيز الأفراد الحمضية و الأساسية المكونة للثنائية (أساس / حمض) بدلالة الحجم V_B (الشكل 2 و 3)

شكل 2



شكل 3



أ / ارفق لكل بيان (من الشكل 1) المحلول الموافق له .
ب / أوجد قيمة PK_A للمحاليل الضعيفة .
ج / إلى أي محلول ينتسب شكل 2 و 3
د / الأفراد الكيميائية الموافقة للبيانات 1 ، 2 ، 3، و 4 (للأشكال 2 و 3) هل تعتبر حمضية أم قاعدية ؟

4) أ / عتمادا على الأشكال (2 و 3) أوجد العلاقة التي تربط تراكيز الأفراد الحمضية و القاعدية ، عند نصف التكافؤ .
ب / أوجد توابت الحموضة للثنائيات المستعملة (شكل 1) و ذلك إستنادا إلى نتائج 4) أ /
5) إنطلاقا من النتائج السابقة تحقق من تصنيف الأحماض الضعيفة .

مسألة 1

I. نذيب كتلة m لمركب صيغته $C_nH_{2n+3}N$ في $V_B = 600mL$ من الماء المقطر فنتحصل على تر

C_B لهذا المحلول. نضع $50cm^3$ من هذا المحلول في بيشر و نعايره بواسطة محلول حمض كلور الم

تركيزه $(CA = 0,1\ mol.L^{-1})$. نتابع تطورات $PH = f(v_A)$ بواسطة PH متر فنتحصل على

الجدول أدناه :

$V_A\ cm^3$	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
PH	11,5	11,4	11,3	11,1	11	10,8	10,6	10,4	10,2	10,1

$V_A\ cm^3$	20	22	24	25	26	27	28	30	32
PH	10	9,6	9	6	2,8	2,5	2,4	2,1	2,1

1) ارسم البيان $PH = f(V_A)$
2) اكتب معادلة التفاعل .
3) عين إحداثيات نقطة التكافؤ ثم أحسب التركيز C_B
4) اوجد الصيغة الجزيئية العامة علما أن نسبة $\frac{\text{عدد ذرات الفحم}}{\text{عدد ذرات الهيدروجين}} = \frac{1}{5}$
5) استنتج الكتلة المذابة m .
6) أوجد بيانيا قيمة (أساس / حمض) PKa

مسألة 2

نريد إيجاد تركيز C_A لمحلول كلور الأمونيوم $NH_4^+(aq) + Cl^-(aq)$. نأخذ $V_A = 20,0mL$

المحلول و نضيف إليه تدريجيا محلول (NaOH) $C_B = 5,0\ 10^{-2}\ mol\ L^{-1}$ ، نقيس قيمة PH

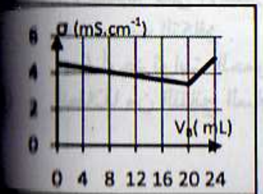
كل مرة و نتحصل على الجدول التالي :

V_BmL	0,1	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10 ,0
PH	6,90	8,20	8,55	8,75	8,95	9,10	9,25	9,55	9,70	9,95

mL	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0
PH	10,25	10,75	11,25	11,5	11,65	11,75	11,85	11,90	12,0

1) أكتب معادلة التفاعل
2) أسم $PH = f(V_B)$
3) أعط إحداثيات نقطة التكافؤ ثم إستنتج قيمة C_A و PKa .
4) نحقق الأن المعايرة بإستعمال الناقلية و ذلك بإستعمال $V_A = 200mL$ من محلول NH_4Cl

بواسطة محلول NaOH تركيزه $C_B = 0,30\ mol\ L^{-1}$



النتائج المتحصل عليها سمحت برسم البيان التالي:

أ / بإهمال التمديد ، إشرح تغيرات σ أثناء المعايرة

ب / ماهي الظاهرة التي تميز نقطة خاصة من البيان ؟

ج / أوجد قيمة (V_{BE}) ، ثم إستنتج قيمة C_A ، هل توافق النتيجة السابقة ؟

ه / ماهي أدق طريقة : معايرة PH متر أم الناقلية ؟

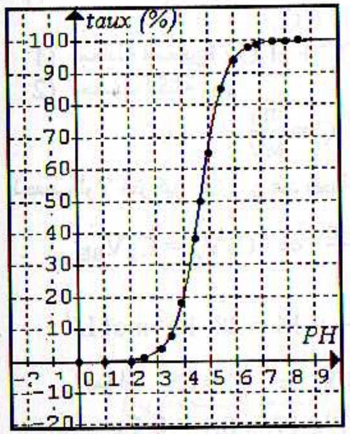
$\lambda\ (NH_4^+) < \lambda(OH^-)$

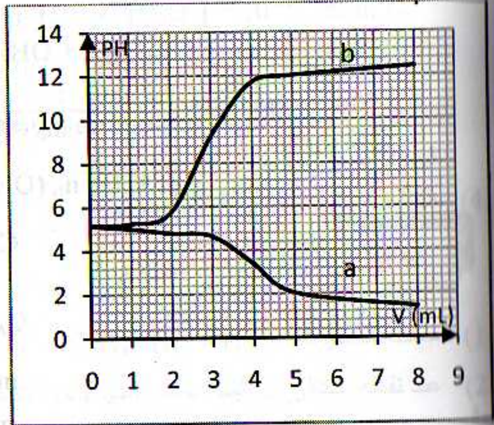
مسألة 3

في حصة الأعمال التطبيقية ، إقترح الأستاذ H.B على تلاميذه تجربتين فيما يخص(المعايرة ونسبة التقدم النهائي τ) بـ PH متر.

قام أولا بتحضيرمحلول (S) عبارة عن مزيج لحمض الإيثانويك CH_3COOH و الإيثانوات الصوديوم CH_3COONa

- **التجربة 1 :** ل 10mL من المحلول (S) يضيف تدريجيا محلول الصودا $(Na^+ + OH^-)$ تركيزه $C_B = 0,5\ mol.L^{-1}$
- **التجربة 2 :** ل 10mL من المحلول (S) يضيف تدريجيا محلول حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ تركيزه $C_B = 0,5\ mol.L^{-1}$ ثم يقيس نسبة التقدم النهائي τ بدلالة PH في الختام يتحصل على البيانين





ثم يبدأ الأستاذ في طرح الأسئلة :

1) أ / ما هو عنوان كل تجربة

ب / أكتب معادلة المعايرة لكل تجربة

2) أ / أرفق لكل تجربة المنحنى الموافق

ب / إستنتج PH محلول (S) قبل التجربتين

3) إستنتج بيانيا

أ/ قيمة $PKa\ (CH_3COOH / CH_3COO^-)$

ب/ إحداثيات نقطة التكافؤ للمنحنى a

4) ماهي الصفة الغالبة من الثنائية لما يكون حجم المزيج في التجربة 2 15mL

5) أ /هل يمكن إستعمال نفس الكاشف الملون لمعايرة التجربتين

ب / حدد الكاشف المناسب . علل ؟

هليانتين 3,0 – 4,4

أزرق البروموتيمول 6,0 - 7,6

فينول فتالين 8,2 - 10,0

الحلول

01

حجم الحمض المكافئ V_{AE} — حجم الأساس المكافئ V_{BE} المكافئ

التجربة	البيان	التعليل
ت1	IV	$V_{BE} = \frac{0,1 \times 20}{0,1} = 20\ mL$
ت2	II	$V_{BE} = \frac{5\ 10^{-2}}{0,1} \times 20 = 10mL$
ت3	I	$V_{AE} = \frac{0,5\ 10^{-1}}{5\ 10^{-2}} \times 20 = 20mL$
ت4	III	$V_{AE} = \frac{5\ 10^{-2}}{0,1} \times 20 = 10mL$

02

1) معادلة المعايرة : $C_6H_8O_6 + OH^- = C_6H_7O_6^- + H_2O$

2) حساب الكتلة m_0

$$m_0 = CMV \Leftarrow C = \frac{m_0}{MV}$$

نحسب أولا التركيز C_A : عند نقطة التكافؤ $n_A\,(AH) = n_B\,(OH^-)$

$$C_A = \frac{C_BV_{BE}}{V_A} \Leftarrow C_AV_A = C_BV_{BE}$$

$$C_A = \frac{2\ 10^{-2}}{10} \times 14 = 28.\ 10^{-3}\ mol\ L^{-1}$$

بما أن $C = C_A \Rightarrow m = C_A M.V$

$$m = 28\ 10^{-3} \times 176 \times 0,1 = 0,5\ g$$

03

الواجب معرفته هو أن تفاعل المعايرة تفاعل تام $(\tau = 1)$ ومنه التفاعلات التي تدخل في المعايرة هي :

$$NH_3 + H_3O^+ = NH_4^+ + H_2O$$

$$HCOOH + OH^- = HCOO^- + H_2O$$

04

نلاحظ أن $PH = PKa = 9,2$ و هي تعادل نقطة نصف التكافؤ لتفاعل المعايرة :

$$NH_3 + H_3O^+ = NH_4^+ + H_2O$$

و الحجم V_A يمثل نصف الحجم المكافئ $\frac{V_{AE}}{2}$

عند نقطة التكافؤ $C_AV_{AE} = C_BV_B \Rightarrow V_{AE} = \frac{C_BV_B}{C_A} = \frac{5.10^{-2} \times 100}{2.10^{-2}} = 250mL$

ومنه $V_A = \frac{V_{AE}}{2} = 125\ mL$

05

1) معادلة المعايرة : $H_3O^+ + OH^- = 2\,H_2O$

2) إحداثيات نقطة التكافؤ : $V_{AE} = 15,2mL$ و $PH_E = 7$

عند نقطة التكافؤ : $n_A = (H_3O^+) = n_B\,(OH^-) \Rightarrow C_AV_{AE} = C_BV_B$

الحجم المعاير للمحلول KOH هو المحلول الممدد حجمه $20mL + 20mL = 40mL$

$$C_B = \frac{C_AV_A(E)}{V_B} = \frac{50 \times 15,2}{40} = 19\ mmol\ L^{-1}$$

عملية التمديد (التخفيف) $C_{(KOH)}.V = C_BV_B$

$$C_{(KOH)} = \frac{C_B\,V_B}{V} = \frac{19 \times 40}{20} = 38m\ mol\ L^{-1}$$

3) لما $V_A = 14mL$ ، $PH = 11$

$[H_3O^+] = 10^{-11}\ mol.\ L^{-1}$ و $[OH^-] = 10^{-3}\ mol.\ L^{-1}$

$$H_3O^+ + OH^- = 2\,H_2O$$

$$K = \frac{1}{[H_3O^+][OH^-]} = \frac{1}{10^{-11}.10^{-3}} = 10^{14} \gg$$

قيمة K كبيرة دلالة على أن هذا التفاعل تام

4) الكاشف المناسب : أزرق البروموتيمول

06

1) معادلة المعايرة : $C_2H_5NH_2 + H_3O^+ = C_2H_5NH_3^+ + H_2O$

2) عند نقطة التكافؤ كل المتفاعلات استهلكت (التفاعل تحقق في الشروط الستيكومترية)

$$n_A\,(H_3O^+) = n_B(C_2H_5NH_2) \Rightarrow C_AV_{AE} = C_BV_B$$

3) $C_B = \frac{C_AV_{AE})}{V_B} = \frac{0,05 X 40}{20} = 0,1\ mol\ L^{-1}$

4) ثابت التوازن K :

$$K = \frac{[C_2H_5NH_3^+]}{[C_2H_5NH_2]\,[H_3O^+]} = \frac{1}{Ka} = \frac{1}{10^{-PKa}}$$

$$K = 10^{PKa} = 10^{10,7}$$

قيمة K كبيرة جدا دلالة على أن التفاعل تام

3) لدينا العلاقة العامة :

$$PH = PKa + Log\frac{[C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]} = PKa + Log\frac{[B]}{[A]}$$

$$\frac{[B]}{[A]} = 10^{PH-PKa}$$

و عليه يبقى الإختيار ما بين البيان 1 و 3. ويلغى البيان 2

نعلم أن الحجم المكافئ $40(cm^3)$. إذا تأملت البيانات حجم $V_A = 20cm^3$ يمثل نصف الحجم المكافئ

(نقطة نصف التكافؤ) عندئذ $PH = PKa$ و منه $\frac{[B]}{[A]} = 10^{PH-PKa} = 10^0 = 1$

$\frac{[B]}{[A]} = 1$ والموافقةللحجم $V_A = 20cm^3$ نجدها في البيان 3

إذن البيان الأقرب إلى الحقيقة هو البيان 3

07

1) مجال الغلبة :

$$\underset{\quad}{H_2CO_3} \;\big|_{6,4}\; HCO_3^- \;\big|_{10,2}\; CO_3^{-2} \longrightarrow PH$$

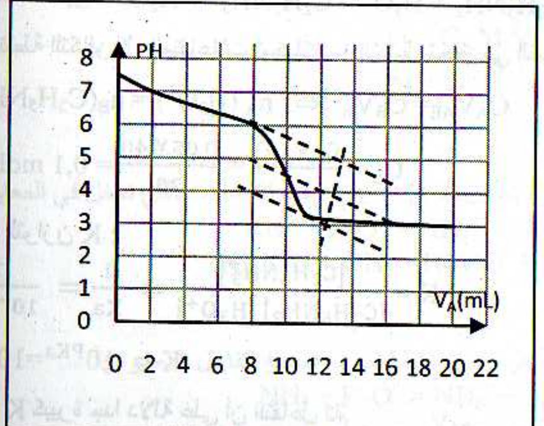
2)

HCO_3^-	في الثنائية (أساس/حمض)
يلعب دور الحمض	HCO_3^- / CO_3^{-2}
يلعب دور أساس	H_2CO_3 / HCO_3^-

فهو عنصر حمقلي (أمفوليتي) :
يلعب دور الحمض في محلول قاعدي
ويلعب دور الأساس في محلول حامضي

3) بما أن PH للماء الحنفية 7,5 و محصور بين القيمتين $6,4 < 7,5 < 10,2$
فإن العنصر المحصور في هذا المجال هو HCO_3^- الغالب في ماء الحنفية

4) البيان



5) معادلة المعايرة: $HCO_3^- + H_3O^+ = H_2CO_3 + H_2O$

6) التركيز الكتلي C_m : لدينا العلاقة $C_m = C.\ M$ $\quad M(HCO_3^-) = 61\ g\ mol^{-1}$

- نحسب أولا التركيز المولي عند نقطة التكافؤ
- إحداثيات نقطة التكافؤ : $PH \cong 4,5$ ، $V_{AE} \cong 10mL$ $\quad C_A V_{AE} = C(HCO_3^-) V$

$$C(HCO_3^-) = \frac{C_A V_A(E)}{V} = \frac{5\ 10^{-2} \times 10}{100} = 5\ 10^{-3}\ mol\ L^{-1}$$

7) الكاشف المناسب : هو أخضر البروموكريزول

8) لتحديد الثنائية المشاركة بيانيا ، نبحث عن قيمة PKa بيانيا فنجد القيمة 6,5 و هي قريبة من 6,4
إذا الثنائية المشاركة هي $(H_2CO_3^- / HCO_3^-)$

08

1) خفض درجة الحرارة يمنع البكتيريا من التطور ، وتبطئ إنتاج حمض لاكتيك .

2) أ / $CH_3CHOCHO_2H + OH^- = CH_3CHOCHO_2^- + H_2O$

ب / $K = \frac{[CH_3CHOCO_2^-]}{[OH^-][CH_3CHOCO_2H]} = \frac{[CH_3CHOCO_2^-][H_3O^+]}{[OH^-][CH_3CHOCO_2H][H_3O^+]} = \frac{Ka}{Ke} = \frac{10^{-PKa}}{10^{-PKe}}$

$$K = 10^{PKe-PKa} = 10^{14-3,9} \cong 1,6\ 10^{10} \gg 1$$

K تأخذ قيمة كبيرة دلالة على أن تفاعل المعايرة تام

3) عند نقطة التكافؤ :

$$n_A\ (\text{حمض}) = n_B\ (OH^-)$$
$$C_A V_A = C_B V_B\ (E)$$
$$C_A = \frac{C_B V_B(E)}{V_E} = \frac{0,1 \times 9,3}{50} \cong 0,019\ mol.L^{-1}$$

4) التركيز الكتلي C_m :

$M(CH_3CHOCHO_2H) = 90\ g\ L^{-1}$ $\qquad C_m = C_A M = 0,019 \times 90 = 1,7\ g\ L^{-1}$

5) معناه $C_m = 1,7\ g\ L^{-1}$ $\Leftarrow$ درجة دورنيك $= \frac{1,7}{0,10} = 17°$

و منه الحليب طازج . $17° < 18°$

09

1) بصفة عامة عند نقطة التكافؤ لدينا: $C_A V_A = C_B V_{BE}$

$C_B = 1,0 \times 10^{-2}\ mol/L \quad , \quad V_A = 20,0\ mL$

من خصائص الحمض القوي أن $PH = -logC$ فنلاحظ أن للمحلول S_2 $(V_B = 20\ mL)$ و

$V_A = V_{BE} \qquad PH = 2$

$C_A \times 20,0 = 1 . 10^{-2} \times 20$

$C_A = 1 \times 10^{-2}\ mol/L = C_B$

$PH = -Log\ C_A = -Log\ 10^{-2}$ و هي القيمة الموافقة لتجربةالمعايرة و منه نستنتج أن S_2 حمض

- أما المحاليل S_1 و S_3 فهي ضعيفة .لأن $V_A > V_B$ و منه $C_A > C_B$ إذن $PH > -Log\ C$

2) أ / حساب تركيز المحاليل :

$$C_A = C_B \frac{V_{B_E}}{V_A}$$

المحلول	التركيز $C_A\ (mol/L)$
S_1	$C_{A_1} = 1,0 \times 10^{-2} \times \frac{22}{20} = 1,1 .10^{-2}$
S_2	$C_{A_2} = 1,0 \times 10^{-2} \times \frac{20}{20} = 1,1 .10^{-2}$

$C_{A_3} = 1,0 \times 10^{-2} \times \frac{34}{20} = 1,7 .10^{-2}$	S_3

ب / التصنيف يتم عن طريق نسبة التقدم النهائي τ حيث $\tau = \frac{[H_3O^+]}{C_A}$

المحول	التركيز C_A (mol /L)
S_1	$\tau_1 = \frac{10^{-29}}{1,1 .10^{-2}} = 0,11 = 11\%$
S_2	$\tau_2 = \frac{10^{-2}}{10^{-2}} = 1 = 100\%$
S_3	$\tau_1 = \frac{10^{-3,3}}{1,7 .10^{-2}} = 0,03 = 3\%$

كلما كانت قيمة τ أكبر كلما كان الحمض أقوى $\tau_1 > \tau_2 > \tau_3$

S_2 حمض قوي و S_1 أقوى من S_3

3) أ / لإيجاد البيان الموافق لكل محلول نوّظف الحجوم عند التكافؤ V_{BE} و قيم PH الإبتدائية لما $V_b = 0$

المحول	البيان
S_1	B
S_2	A
S_3	C

ب / قيم PK_A (عند نقطة نصف التكافؤ)

المحول	$\frac{V_{BE}}{2}$ (mL)	PH = PKa
S_1	$\frac{22}{2} = 11$	3,7
S_3	$\frac{34}{2} = 17$	4,8

ج / نستعمل الحجوم المكافئة V_{BE}

المحول	$\frac{V_{BE}}{2}$ (mL)	الشكل
S_1		2
S_3		3

د / على شكل 2 :

- فرد (بيان 1) يمثل الحمض HA حيث تركيزه في تناقص أثناء المعايرة لينعدم عند V_{BE}
- فرد (بيان 2) يمثل الأساس المرافق A^- حيث تركيزه في تزايد حتى نقطة التكافؤ ($V_{BE} = 22$ mL) ثم ينقص و هذا راجع إلى عملية التخفيف المستمرة لتقطير محلول NaOH
- على الشكل 3 : (نفس التحليل)
  بيان 3 ⟵ فرد الحمض HA
  بيان 4 ⟵ الأساس المرافق A^-

4) أ / نقطة نصف التكافؤ تتمثل في تقاطع بيان 1 و 2 (شكل 2) حيث : $\frac{V_{BE}}{2} = 11$ mL

و تقاطع بيان 3 و 4 (شكل 3) حسب $\frac{V_{BE}}{2} = 17$ mL عندئذ $[AH] = [A^-]$ (العلاقة)

ب / … العلاقة $PH = PK_A + \text{Log}\frac{[A^-]}{[AH]}$

و عند تقاطع البيانات $[AH] = [A^-]$ و منه $\text{Log}\frac{[A^-]}{[AH]} = \text{Log } 1 = 0$

$PH = PKa_1$

عند تقاطع البيانات (شكل 2) $PH = PKa = 3,7$

$K_{A_1} = 10^{-PKa} = 10^{-3,7} = 2 \times 10^{-4}$

(شكل 3) $PH = PKa_2 = 4,8$

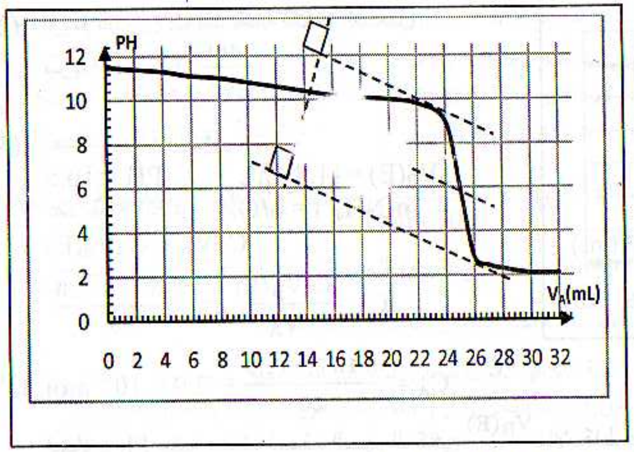
$K_{A_2} = 10^{-PKa} = 10^{-4,8} = 1,6 \times 10^{-5}$

5) لنفس التركيز كلما كان K_A↗ (↙PKa) كان الحمض أقوى $K_{A_1} > K_{A_2}$

أو $PK_{A_1} < PK_{A_2}$ S_1 أقوى حمض من S_2

مسألة 1

1) البيان 1



2) يمكن كتابة $C_NH_{2n+3}N$ على شكل $C_nH_{2n+1}NH_2$

$$C_nH_{2n+1}NH_2 + H_3O^+ = C_nH_{2n+1}NH_3^+ + H_2O$$

3) إحداثيات نقطة التكافؤ: $PH_E = 5,8$ / $V_{AE}=25$ mL

$$n_A(H_3O^+) = n_B(C_nH_{2n+3}N)$$

$$C_AV_A(E) = C_BV_B$$

$C_B = \frac{C_AV_A(E)}{V_B} = \frac{0,1 \times 25}{50} = 0,05$ mol L^{-1} ، و هو نفس التركيز الموجود في

V = 600mL

4) الصيغة الجزئية العامة : $C_nH_{2n+3}N$ تحتوي على (1) ذرة C ، (2n + 3) ذرة H و (1) ذرة من N

$n = 1 \Leftarrow 2n+3 = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{2n+3} = \frac{\text{عدد ذرات الفحم}}{\text{عدد ذرات الهيدروجين}}$

فتصبح الصيغة CH_5N أو $CH_3NH_2 \Leftarrow M(CH_3NH_2) = 31 g\ mol^{-1}$

5) حساب m :

$$m = C.M.V \Leftarrow C = \frac{m}{MV}$$

$$m = C.M.V = 0,091 \times 31 \times 0,6 = 0,95\ g$$

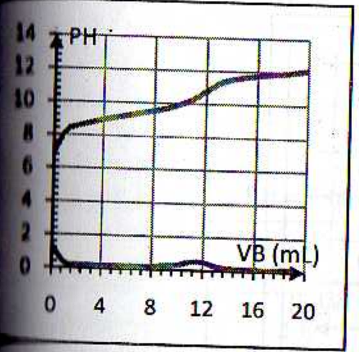
6) بيانيا نأخذ نصف الحجم المكافئ $\frac{25}{2}$ بالإسقاط على البيان نجد $PKa = 10,5$

مسألة 2

معادلة تفكك NH_4Cl : $NH_4Cl \rightarrow NH_4^+ + Cl^-$

كل من Na^+ , Cl^- (لا يتفاعل) إيونات متفرجة

1) معادلة التفاعل $NH_4^+ + OH^- = NH_3 + H_2O$



2) رسم البيان : لتحديد نقطة التكافؤ نستعمل طريقة الإشتقاق $\frac{dPH}{dV}$

3) إحداثيتا نقطة التكافؤ :

$PH \cong 10,5$ ، $V_B(E) = 11,8\ mL$

عند نقطة التكافؤ $n(NH_4^+) = n(OH^-)$

$$C_A V_A = C_B V_B(E)$$

$$C_A = \frac{C_B V_B(E)}{V_A} = \frac{5.10^{-2} x 11,8}{20}$$

$$C_A = \frac{5.10^{-2} x 11,8}{20} = 2,95\ .10^{-2}\ mol.\ L^{-1}$$

إيجاد PKa بيانيا : نأخذ نصف الحجم المكافئ $\frac{V_B(E)}{2}$ بالإسقاط على البيان $PH = PKa =$

4) أ / قبل التكافؤ : شوارد NH_4^+ تتفاعل مع شوارد OH^- بمعنى أن كمية المادة NH_4^+ تستبدل بكمية مادة OH^-

بما أن $\lambda(OH^-) > \lambda(NH_4^+)$

فإن ناقلية الوسط المتفاعل تتناقص كلما أضفنا محلول $(Na^+ + OH^-)$

بعد التكافؤ : فإن كل شوارد NH_4^+ قد تفاعلت و عملية إضافة $(Na^+ + OH^-)$ تزيد في كمية الشوارد التي ترفع من قيمة الناقلية

ب / النقطة التي تميز البيان هي تقاطع المستقيمين وتمثل نقطة التكافؤ .

ج / $V_B(E) = 200mL$ (بيانيا)

$C_A = \frac{C_B V_B(E)}{V_B} = \frac{0,3 \times 20}{200} = 3\ .10^{-2}\ mol.\ L^{-1}$ ، وهي تقارب النتيجة السابقة

د/ أدق طريقة هي بإستعمال الناقلية ، لأن طريقة معايرة PH المترية (الطريقة الكيميائية) لـ على التفاعلات الكيميائية التي تؤدي إلى تخريب العينة ، و تحدث تغيرات في الأنواع الكيميائية أثناء عملية

اما الطريقة الفيزيائية (بإستعمال الناقلية)

- تعتمد على قياس المقادير الفيزيائية دون أو تغيير الأنواع الكيميائية أثناء عملية القياس.
- لها الأفضلية لتقديم نتائج سريعة و على إستمرار
- كما أنها توظف كميات قليلة من المتفاعلات

مسألة 3

1) أ/عنوان كل تجربة .

التجربة 1 / معايرة حمض CH_3COOH بواسطة الأساس $(Na^+ + OH^-)$

التجربة 2 / معايرة الأساس CH_3COO^- بواسطة حمض $(H_3O^+ + Cl^-)$

ب/ معادلة المعايرة لكل تجربة.

التجربة 1 / $CH_3COOH + OH^- = CH_3COO^- + H_2O$

التجربة 2 / $CH_3COO^- + H_3O^+ = CH_3COOH + H_2O$

2) أ/ المنحنى (b) لتجربة 1 و المنحنى (a) لتجربة 2

ب/ قبل التجربتين $PH(S)=5,2$

3) أ/ الواجب معرفته أن لما $\tau=50\%$ ، $PH=PKa \cong 4,7$ ومنه فإن نصف الحجم المكافئ $\frac{V_{AE}}{2} = 2mL$

ب/ إحداثيات نقطة التكافؤ للمنحنى a : $\frac{V_{AE}}{2} = 2mL \Leftarrow V_{AE}=4\ mL$

بالإسقاط على المنحى a نجد $PH_E= 3,4$

4) لما يكون حجم المزيج في التجربة 2 15mL معناه أن حجم الحمض المضاف $V_A = 5mL$

بالإسقاط على المنحى a نجد $PH= 2$ و عا ح النسبة

$\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 10^{PH-PKa} = 10^{2-4,7} = 2.10^{-3}$ نستنتج أن الصفة الحمضية هي الغالبة .

(بصفة عامة لما $PH< PKa$ فإن الصفة الحمضية هي الغالبة والعكس صحيح)

5) أ /لا يمكن إستعمال نفس الكاشف الملون لمعايرة التجربتين

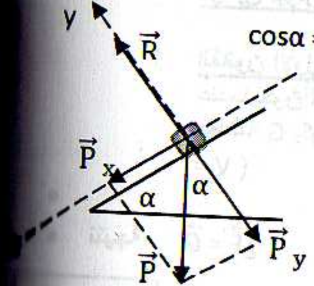
ب /يجب أن تكون نقطة التكافؤ داخل مجال الكاشف المناسب .

هليانتين 3,0 – 4,4 ← التجربة 2 (معايرة أساس ضعيف بحمض قوي)

فينول فتالين 8,2 - 10,0 ← التجربة 1(معايرة حمض ضعيف بأساس قوي)

1) يجب دائما تمثيل القوى المؤثرة على الجسم .

ميل 25% معناه $\sin\alpha = 0,25 \Leftarrow \alpha = 14,47° \Leftarrow \cos\alpha = 0,97$



بتطبيق القانون الثاني للنيوتن :

$$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

$$\vec{P_x} + \vec{P_y} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور x

$$P_x = ma \Rightarrow mg\sin\alpha = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha$$

$$a = 9,8 \times 0,25 = 2,45\ ms^{-2}$$

2) بالإسقاط على محور y : (لا توجد الحركة $\Leftarrow a = 0$)

$$R - P_y = 0 \Rightarrow R = P_y = P\cos\alpha$$

$$R = 0,2 \times 9,8 \times 0,97 = 1,9\ N$$

مثال (14)

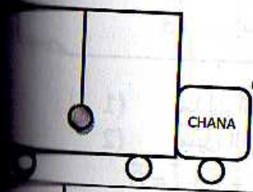
نعلق نواس يتكون من كرة كتلتها $m = 140\ g$ و حبل طوله l إلى سقف شاحنة

1) الحالة 1 : الحبل يبقى شاقوليا

هل الشاحنة متوقفة أو تتحرك بسرعة ثابتة 90km/h . علل .

2) الحالة 2: ينحرف الحبل ب $\alpha_1 = 16,0°$ نحو أمام الشاحنة ثم ب $\alpha_2 = 9,5°$ إلى وراء الشاحنة .

ماهي قيم التسارعات ؟



1) الحالة (1) :

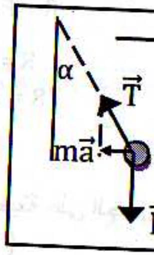
إذا كانت الشاحنة متوقفة V= 0 أو سرعتها ثابتة $\Leftarrow a = \frac{dv}{dt} = 0$ و منه

$$\sum\vec{F} = m\vec{a} = m \times 0 = 0 \Rightarrow \vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$$

الخلاصة : إذا كانت الشاحنة متوقفة أو حركتها منتظمة فان $\sum\vec{F} = \vec{0}$

و الخيط يبقى شاقولي فلا يمكننا معرفة الحالة بالضبط

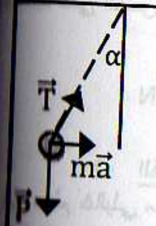
2) الحالة (2) :



$$\tan\alpha_1 = \frac{-ma_1}{mg}$$

$$a_1 = -g.\tan\alpha_1$$

$$a_1 = -2,81\ ms^{-1}$$

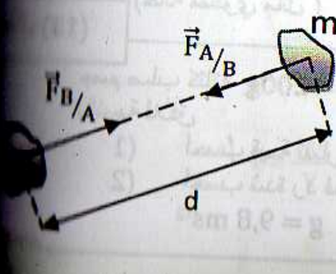


$$\tan\alpha_2 = \frac{ma_2}{mg}$$

$$a_2 = g.\tan\alpha_2$$

$$a_2 = 1,64\ ms^{-1}$$

3) **القانون الثالث لنيوتن** (مبدأ الأفعال المتبادلة)



$$F_{A/B} = F_{B/A} = G\frac{m_a.m_b}{d^2}$$

تمارين

01#

تتحرك سيارة كتلتها m= 1,3 tonne على مسار مستقيم أفقي في مرجع نعتبره غاليلي . تنطلق من النقطة A (نعتبرها مبدأ الفواصل و الأزمنة) بسرعة $V_A = 100\ Km/h$ لتصل إلى النقطة B بسرعة V_B عند اللحظة t =2,5

نفرض أن مجموع قوى الإحتكاك مكافئة لقوة الفرملة لوحدها $\vec{f}$ ، شدتها $f = 2,6 .10^3\ N$

1) مثل حصيلة القوى المطبقة على الجسم

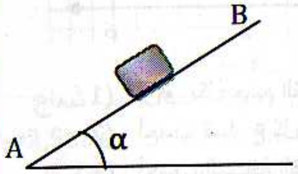
2) أوجد عبارة التسارع و قيمته ، ثم حدد طبيعة الحركة

3) أحسب السرعة V_B (Km/H)

4) إستنتج المسافة المقطوعة $\overline{AB}$

02#

ينطلق جسم كتلته m من النقطة A على مستو مائل ميله α = 30° بالنسبة للأفق بسرعة $V_A = 34,64\ m/s$ ليتوقف عند النقطة B تحت تأثير قوة إحتكاك f ثابتة و موازية للمسار بعدما قطع مسافة $d = \overline{AB} = 100\ m$



1) هل مبدأ العطالة محقق ؟ علل .

2) أ / مثل حصيلة القوى المطبقة على الجسم

ب / أوجد عبارة التسارع و قيمتها ثم حدد طبيعة حركة الجسم

جـ / إستنتج قيمة قوة الإحتكاك f

3) في أي لحظة يصل الجسم إلى النقطة B

4) ما هي سرعة الجسم عند منتصف الطريق

$g = 10\ ms^{-2}$

03#

يوم إمتحان البكالوريا يجري مترشح(A) بسرعة ثابتة $V = 6\ ms^{-1}$ للإلتحاق بالحافلة(B)أمام الموقف . عندما يكون على بعد $d_1 = 25\ m$ من الحافلة تنطلق هذه الأخيرة بتسارع $a_B = 1\ ms^{-2}$

1) هل يلتحق التلميذ بالحافلة ؟

2) ما هي أدنى سرعة يجب للتلميذ تخطيها للإلتحاق بالحافلة ؟

3) ما هي المسافة الفاصلة بين التلميذ و الحافلة ؟

4) بعد مسيرة $d_2 = 100\ m$ تتوقف الحافلة أمام إشارة الضوء الأحمر .

أ / كم دام سير الحافلة ؟

ب / ما هو زمن توقف الحافلة حتى يلتحق بها التلميذ ؟

مبدأ الفواصل النقطة A

04#

سجل في مجالات زمنية مختلفة و متساوية θ = 30 ms المواضع M_i لجسم S يتحرك على مسار أفقي :

M_i	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8
X_i (mm)	0	70	130	180	220	250	270	[illegible]

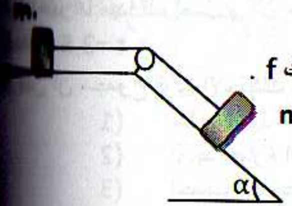
2) أحسب قيمة التسارعات عند المواضع : M_4 ,M_6

3) حدد طبيعية حركة الجسم s

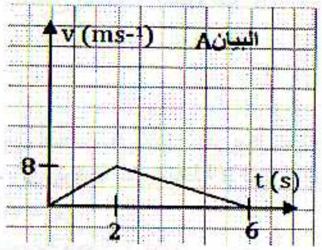
4) مثل أشعة التسارعات : a_4 و a_6

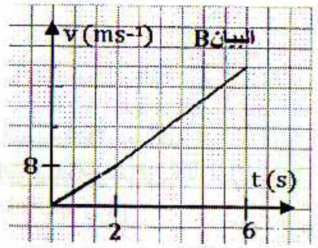
1cm ⇔ $10\ ms^{-2}$

05#



لدينا الجملة الميكانيكية الموضحة في الشكل : m_1 معرضة إلى قوة إحتكاك f .
الحبل و البكرة مهملا الكتلة ، نترك الجملة لحالها بدون V_0
و بعد 2 s ينقطع الحبل فجأة ثم نتابع تطور السرعة
لكل جسم فنتحصل على البيانين :





1) أرفق لكل جسم الشكل المناسب.

2) أحسب تسارع كل جسم في كل مرحلة . وحدد طبيعة حركته .

3) أحسب المسافة الكلية التي يقطعها كل جسم .

4) أوجد العبارة الحرفية لتسارع كل جسم في كل مرحلة

5) أحسب كل من f و m_2 . $\alpha = 30°$; $g = 10\ ms^{-2}$; $m_1 = 200\ g$

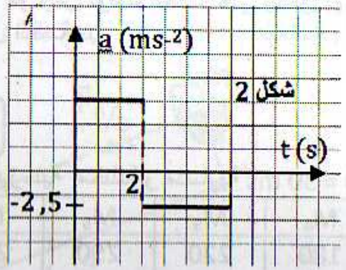
06#

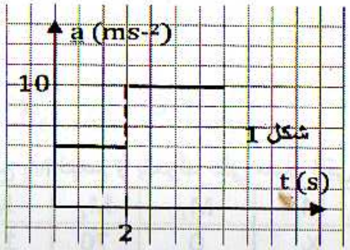
نحقق التركيب المبين في الشكل . الجسم A كتلته m_1 ،يتحرك على سطح أفقي و بوجود قوى إحتكاك f
ثابتة تحت تأثير الجسم B ذو الكتلة m_2 .
البكرة و الحبل مهملا الكتلة .
إنطلاقا من السكون و بعد 2 s ينقطع الحبل .

1) مثل القوى المطبقة على الجسمين A و B .

2) أدرس طبيعة حركة الجسمين قبل و بعد إنقطاع الحبل .

3) الشكل -1- و -2- يمثلان مخطط تسارع الجسمين .





ا / أرفق لكل جسم الشكل المناسب لحركته.

ج / حدد قيمة الجاذبية في مكان التجربة .

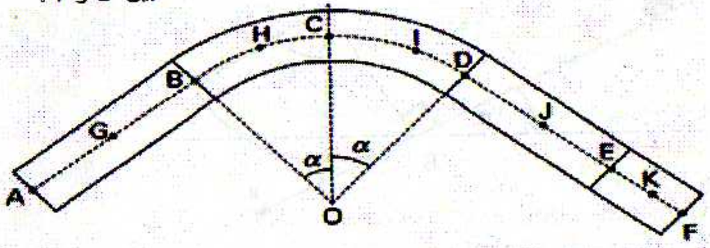
د / تحقق من أن $m_2 = 1{,}5\ m_1$

07#

جسم صلب نعتبره نقطي يتحرك على مسار أفقي يحتوي على :

- قطعة مستقيمة AB
- قوس دائري BCD مركزه o ، نصف قطره R زاويته 2α حيث $\alpha = 40°$
- قطعة مستقيمة DEF .

قيمة شعاع السرعة ثابتة على المسار ABD ثم يزداد بإنتظام على المسار DE ليتناقص بصفة منتظمة بين E و F .



1) مثل إتجاه و جهة شعاع السرعة عند النقاط K , J , I , H, G مع التعليل .

2) إذا علمت أن قيمة شعاع السرعة تتضاعف بين النقطتين D و E . أحسب قيمة شعاع التسارع الذي نعتبره ثابت بين النقطتين حيث $d_{ED} = 20\ m$ مع العلم أن $V_D=2{,}5 m/s$

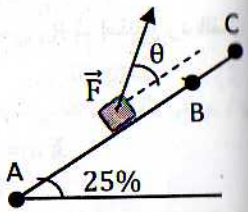
3) أ / ماهي مميزات مجموع أشعة القوى $\sum\vec{F}$ (الجهة ، الإتجاه و القيمة) المطبقة على الجسم عند النقاط : J , H , G

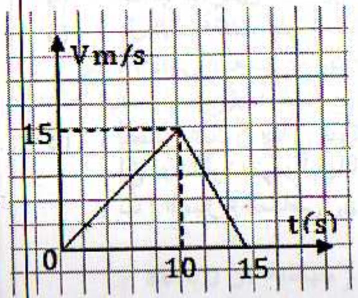
$V_A = V_D = 2{,}5\ m/s$ $R = 10m$ $m = 100\ g$

ب / ماهو الزمن المستغرق للعبور من B إلى D .

08#

عربة كتلتها $m = 50\ Kg$ تنطلق على مستو مائل ميله 25% تحت تأثير قوة F تصنع زاوية $\theta = 45°$ عند وصوله إلى النقطة B نلغي هذه القوة لتتوقف العربة عند النقطة C .





1) يعطى مخطط السرعة .
أ / حدد أطوار الحركة و طبيعتها .
ب / أحسب المسافة المقطوعة AC

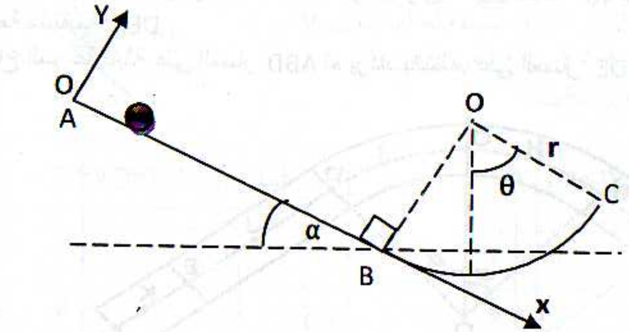
2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :
أ / أحسب قوة الإحتكاك المطبقة على العربة .

ج / رد فعل المسار في كل مرحلة

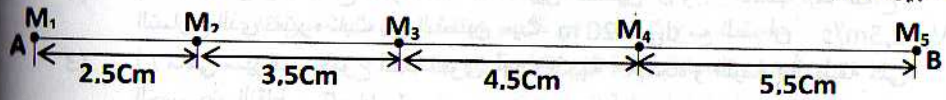
#مسألة

تتحرك كرية كتلتها $m = 800g$ على مسار ABC حيث :

- AB جزء مستقيم مائل بزاوية $\alpha = 30°$ بالنسبة للمستوى الأفقي .
- BC جزء من دائرة مركزها o و نصف قطرها $r = 10$ cm و $\theta = 45°$.



تنطلق الكرية من النقطة A بسرعة $V_A = 0,4\ ms^{-1}$ نسجل فواصلها على الجزء AB فنتحصل على التسجيل أدناه .



ناخذ مبدأ الأزمنة $t = 0$ لحظة إنطلاق الكرية من الموضع M_1

1) أحسب السرعة اللحظية للكرية في النقطتين M_2 ، M_4 ، و إستنتج قيمة التسارع a_3 لمركز عطالة الكرية . أرسم $V(t)$

2) أ / ما طبيعة الحركة ؟ علل .
ب / أكتب المعادلات الزمنية لحركة الكرية .

3) أ / بين الكرية تخضع إلى قوة إحتكاك f_1 على المسار AB
ب / أحسب قيمة f
جـ / بإستعمال القانون الثاني للنيوتن ، أحسب قيمة رد الفعل الناظمي R_N ثم إستنتج رد الفعل R للمسار على الكرية .

4) أحسب بطرقتين محتلفتين سرعة الكرية V_B عند النقطة B .

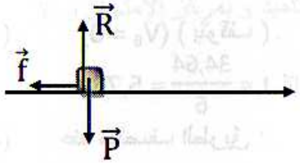
5) هل الإحتكاكات على المسار BC
أ / ماهي قيمة سرعة الكرية عند النقطة C .
ب / إستنتج قيمة التسارع الناظمي a_N لمركز عطالة الكرية .

6) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن . أوجد :
أ / شدة القوة التي يطبقها الجزء BC على الكرية .
ب / التسارع المماسي a_t عند النقطة C

$g = 10\ ms^{-2}$

الحلول

01#



1) تمثيل القوى

2) حسب القانون الثاني لنيوتن

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad ⇐ \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على جهة الحركة : $-f = ma \quad ⇐ a = \frac{-f}{m} = \text{constant}$

$$a = \frac{-2,6 \times 10^3}{1,3 \times 10^3} = -2ms^{-1}$$

- بما أن المسار مستقيم و التسارع ثابت فإن الحركة مستقيمة متغييرة بإنتظام
- (متباطئة لأن $aV < 0$)

3) بما أن الح م م ! $V = at + V_0$

$V_B = at + V_A \qquad V_A = 108Km/h = 30m/s$

$V_B = -2(2,5) + 30 = 25m/s$

$$V_B = \frac{25 \times 10^{-3}}{\frac{1}{3600}} = 90Km/h$$

4) المسافة المقطوعة $\overline{AB}$: $\overline{AB} = x_B - x_A$

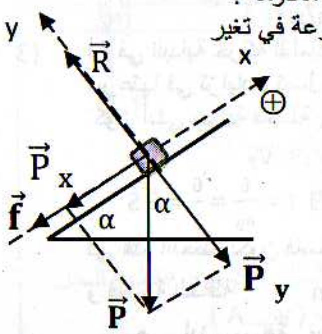
$$V_B^2 - V_A^2 = 2a(x_B - x_A)$$

$$\overline{AB} = \frac{V_B^2 - V_A^2}{2.a} = \frac{25^2 - 30^2}{2(-2)} = 68,75\ m$$

02#

1) لكي يتحقق مبدأ العطالة يجب على السرعة أن نكون ثابتة أو معدومة .

- من A ($V_A = 10\ m/s$) نحو B ($V_B = 0$) (يتوقف) السرعة في تغير و ليست ثابتة و بالتالي مبدأ العطالة غير محقق



2) أ /تمثيل القوى

ب / حسب القانون الثاني للنيوتن :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad ⇐ \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

$$\vec{P_x} + \vec{P_y} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على جهة الحركة :

$$-P_x - f = ma \quad ⇐ \quad -P\sin\alpha - f = ma$$

$$a = -g\sin\alpha - \frac{f}{m}$$

نلاحظ أن المقادير (m, α, g, f) ثابتة و بالتالي (ثابت) a

المسار مستقيم و التسارع ثابت ، إذا الحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام (متباطئة لأن $aV < 0$)

إيجاد قيمة a : بما أن الح م م !

$$V_B^2 - V_A^2 = 2a(x - x_0) \quad , \quad d = x - x_0$$

$0^2 - (34{,}36)^2 = 2a\,(100)$ ⍰ $a = -6\ m/s^2$

ج / حساب قوة الإحتكاك f : من العبارة السابقة $-P\sin\alpha - f = ma$

⍰ $f = -m(g\sin\alpha + a)$

$f = -0{,}4\,(10 \times 0{,}5 - 6) = 0{,}4\ N$

3) (يتوقف) $(V_B = 0)$ $V_B = at + V_A$

$0 = -6t + 34{,}64$ ⍰ $t = \frac{34{,}64}{6} = 5{,}78$

4) عند منتصف الطريق : $x - x_0 = \frac{d}{2}$ / $V^2 - V_A^2 = 2a \times \frac{d}{2}$

$$V = \sqrt{V_A^2 + 2a \times \frac{d}{2}} = \sqrt{1200 + 2(-6)\frac{100}{2}} = 24{,}5\ m/s$$

03#

1) التلميذ (A) : حركته مستقيمة منتظمة معادلته $x_A = V_A t + x_0$

$x_A = 6t + 0$ ⍰ $x_A = 6t$ ....(1)

الحافلة (B) : حركتها مستقيمة متغيرة بإنتظام معادلتها : $x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + V_0 t + x_0$

$x_B = \frac{1}{2} 1\, t^2 + 0t + 25$

$x_B = \frac{1}{2} t^2 + 25$ ....(2)

حتى يلتحق التلميذ بالحافلة يجب : $x_A = x_B$

$6t = \frac{1}{2} t^2 + 25$ ⍰ $t^2 - 12t + 50 = 0$

$\Delta' = 36 - 50 = -14 < 0$

$\Delta' < 0$ لايوجد حلول بمعنى أن التلميذ لا يلتحق بالحافلة بسرعته $V_A = 6\ ms^{-1}$

2) يلتحق التلميذ بالحافلة ⇐ $x_A = x_B$ مع الشرط $\Delta' > 0$

معادلة التلميذ $x_A = V.t$ حيث $V > V_A$

$V . t = \frac{1}{2} t^2 + 25$

$t^2 - 2Vt + 50 = 0$

$\Delta' = (-V)^2 - (1)(50) \geq 0$

$\Delta' \geq \sqrt{50} = 70{,}7$

V ⍰ $7{,}1\ m/s$ و هي أدنى سرعة ليلتحق التلميذ بالحافلة

3) أ / في البداية حركة التلميذ أسرع من الحافلة ، فإنه يقترب منها . الحافلة إنطلاقا من السكون سرعتها في تزايد ، تصل ثم تفوق سرعة التلميذ

تكون أدنى مسافة فاصلة بينهما لما تكون السرعتين متساويتين .

$V_A = V_B$ / $V_A = 6ms^{-1}$ و $V_B = a_B . t$

$6 = a_B . t$ ⍰ $t = \frac{6}{a_B} = \frac{6}{1} = 6S$

في هذه اللحظة تكون فاصلة التلميذ : $x_A = 6 . t = 6 . 6 = 36\ m$

و فاصلة الحافلة : $x_B = \frac{1}{2} at^2 + 25 = \frac{1}{2} \times 1\,(6)^2 + 25 = 43\ m$

• أدنى مسافة Δx : $\Delta x = x_B - x_A = 43 - 36 = 7\ m$

4) المسافة التي قطعتها الحافلة $x_3 = 25 + 100 = 125\ m$ عند الضوء الأحمر :

$x_3 = \frac{1}{2} a t_1^2 + 25$ ⍰ $125 = \frac{1}{2} a t_1^2 + 25$

$t_1 = \sqrt{200} = 14{,}14\ s$

ب / عند إلتحاق التلميذ بالحافلة يكون قد قطع مسافة $x_A = 125\ m$

$x_A = 6 . t_2$ ⍰ $t_2 = \frac{x_A}{6} = \frac{125}{6} = 20{,}83\ s$

الفاصل الزمني بينهما Δt : $\Delta t = t_2 - t_1 = 20{,}83 - 14{,}14$ ⍰ $7\ s$

يجب على الحافلة أن تتوقف 7s أمام الضوء الأحمر حتى يلتحق بها التلميذ و بمركز الإمتحان و إلا

04#

1) $V_3 = \frac{M_2M_4}{2\theta} = \frac{(180-70).10^{-3}}{2 \times 30.10^{-3}} = 1{,}83\ ms^{-1}$

$V_5 = \frac{M_4M_6}{2\theta} = \frac{(250-180).10^{-3}}{2 \times 30.10^{-3}} = 1{,}17\ ms^{-1}$

$V_7 = \frac{M_6M_8}{2\theta} = \frac{(280-250).10^{-3}}{2 \times 30.10^{-3}} = 0{,}5\ ms^{-1}$

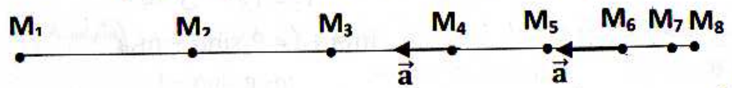
2) $\vec{a_4} = \frac{\vec{V_5} - \vec{V_3}}{2\theta}$ بما أن $\vec{V_3}$ ، $\vec{V_5}$ و $\vec{V_7}$ لهما نفس الإتجاه

$a_4 = \frac{V_5 - V_3}{2\theta} = \frac{1{,}17 - 1{,}83}{2 \times 30.10^{-3}} = -11\ ms^{-2}$

$a_6 = \frac{V_7 - V_5}{2\theta} = \frac{0{,}5 - 1{,}17}{2 \times 30.10^{-3}} = -11\ ms^{-2}$

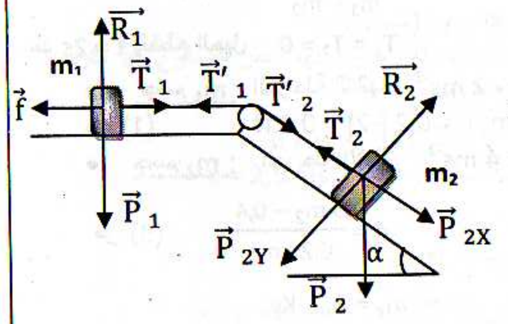
بما أن المسار مستقيم و التسارع ثابت فإن الحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام ، و بما أن $V > 0$ و $a < 0$

$aV < 0$ فالحركة م م ! (متباطئة) (شعاع السرعة يعاكس شعاع التسارع)



05#

•تمثيل القوى :



•العلاقة بين التوترات : بما أن الحبل مهمل الكتلة :

$T_2 = T'_2$ و $T_1 = T'_1$

• بما أن البكرة مهملة الكتلة :

$T'_1 = T'_2$

الخلاصة : $T_1 = T_2$

1) تحديد الشكل لكل جسم:

2)

$t = 2$ تكون حركة m_1 و m_2 متسارعة ، m_1 تجرها m_2 بواسطة الحبل ، لكن بعد إنقطاع الحبل

m_1 معرضة إلا لقوة الإحتكاك f حسب حركت متباطئة إلى أن تتوقف (بيان A)

m_2 فتكون تحت تأثير P_{2x} محركة و حركتها متسارعة (ميل موجب) بيان B

3) التسارع يمثل ميل البيان : $a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

• الجسم m_1 (بيان A)

$\vec{a}.\vec{V}>0$ متسارعة	$a = 4\ ms^{-2}$	$[0s\ -\ 2s]$
$\vec{a}.\vec{V}<0$ متباطئة	$a = -2\ ms^{-2}$	$[2s\ -\ 6s]$

• الجسم m_2 (بيان B)

$\vec{a}.\vec{V}>0$ متسارعة	$a = 4\ ms^{-2}$	$[0s\ -\ 2s]$
$\vec{a}.\vec{V}>0$ متسارعة	$a = 5\ ms^{-2}$	$[2s\ -\ 6s]$

4) حساب المسافة البيانية من بيان السرعة و تتمثل في المساحة الداخلية

الجسم m_1 (بيان A)

$d = d_1 + d_2$	$d_1 = 8\ m$	$[0s\ -\ 2s]$
$d = 8 + 16 = 24\ m$	$d_2 = 16\ m$	$[2s\ -\ 6s]$

• جسم m_2 $d_1 = 8\ m$, $d_2 = 40\ m$ / $d = 48$

5) عبارة التسارع :$[0\ -\ 2s]$

جملة مترابطة $a(m_1) = a(m_2)$ ، بتطبيق القانون الثاني للنيوتن

الجملة m_1: $\sum\vec{F} = m_1\vec{a} \Rightarrow \vec{P_1} + \vec{R_1} + \vec{f} + \vec{T_1} = m_1\vec{a}$

$\Rightarrow$ بالإسقاط على جهة الحركة $T_1 - f = m_1 a \Leftarrow T_1 = m_1 a + f$ ....(1)

الجملة m_2: $\sum\vec{F} = m_2\vec{a} \Rightarrow \vec{P_2} + \vec{R_2} + \vec{T_2} = m_2\vec{a}$

بالإسقاط على جهة الحركة : $\vec{P_2} + \vec{P_2} + \vec{R_2} + \vec{T_2} = m_2\vec{a}$

$P_2\sin\alpha - T_2 = m_2 a \Rightarrow T_2 = P_2\sin\alpha - m_2 a$........(2)

بما أن $T_1 = T_2$

$m_1 a + f = P_2\sin\alpha - m_2 a$

$$a = \frac{m_2\, g\sin\alpha - f}{m_1 + m_2} \quad .....(3)$$

عند $t = 2s$ ينقطع الحبل $T_1 = T_2 = 0$

• جسم m_1 : المرحلة الثانية $a = -2\ ms^{-2}$

من (1) $0 = m_1 a + f \Rightarrow f = -m_1 a = 0,2\ (-2) = 0,4\ N$

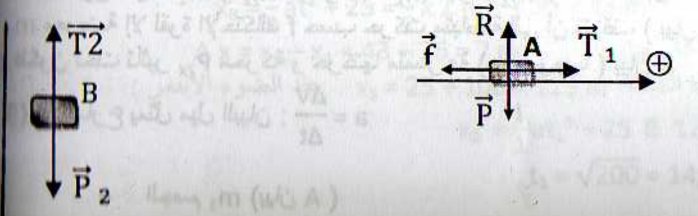
• جسم m_2 : المرحلة الأولى $a = 4\ ms^{-2}$

من (3) : $4 = \dfrac{5\,m_2 - 0,4}{0,2 + m_2}$

$m_2 = 1,2\ Kg$

06#

1) تمثيل القوى :



2) بما أن الحبل و البكرة مهملا الكتلة $T_1 = T_2$

• قبل إنقطاع الحبل :

جملة A

$\sum\vec{F} = m_1\vec{a}$

$\vec{P_1} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{T_1} = m_1\vec{a}$

بالإسقاط على جهة الحركة

$T_1 - f = m_1 a$

$T_1 = m_1 a + f$......(1)

جملة B

$\sum\vec{F} = m_2\vec{a}$

$\vec{P_2} + \vec{T_2} = m_2\vec{a}$

بالإسقاط على جهة الحركة

$P_2 - T_2 = m_2 a$

$T_2 = P_2 - m_2 a$......(2)

بما أن $T_1 = T_2$

$m_1 a + f = P_2 - m_2 a$

$$a = \frac{P_2 - f}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 g - f}{m_1 + m_2} \quad ....(3)$$

$a =$ ثابت $\Leftarrow$ حركة الجملة (B + A) مستقيمة متغيرة بإنتظام .

• بعد إنقطاع الحبل : $T_1 = T_2 = 0$

حركة A : من (1) $a = \dfrac{-f}{m_1}$ .....(4)

(مع إتجاه الحركة) $V > 0$ و $a < 0 \Leftarrow aV < 0$ فالحركة م م ! (متباطئة)

حركة B: من (2) $m_2 a = P_2 = m_2 g$

$a = g$ ....(5)

$V > 0$ و $a > 0 \Leftarrow aV > 0$ فالحركة م م ! (متسارعة)

3) أ / في المرحلة الأولى قبل إنقطاع الحبل الجملتان A و B لهما نفس التسارع a لكن بعد إنقطاع الحبل $a(A) < 0$ و $a(B) > 0$

و عليه شكل (2) ← جسم A   شكل (1) ← جسم B

ب / شدة قوة الإحتكاك من الشكل (2) (في المرحلة الثانية) حيث $a = 2,5\ ms^{-2}$

$a = \dfrac{-f}{m_1} \Rightarrow f = m_1 a = 0,4 \times (-2,5) = 1\ N$

ج / شدة التسارع الأرضي : من العبارة (5) في المرحلة الثانية : $a = g = 10\ ms^{-2}$

د / ايجاد m_2 من المعادلة (3) . في المرحلة الأولى $a = 5\ ms^{-2}$

$a = \dfrac{m_2 g - f}{m_1 + m_2} \Rightarrow a m_1 + a m_2 = m_2 g - f \Rightarrow m_2 = \dfrac{a m_1 + f}{g - a}$

$m_2 = \dfrac{5 \times 0,4 + 1}{g - a} = \dfrac{5}{3} = 0,6\ Kg$

$m_2 = 600\ g$

$\frac{m_2}{m_1} = \frac{600}{400} = 1,5$ ⇒ $m_2 = 1,5\, m_1$

07#

1) باعتبار AB مستقيم دلالة على أن شعاع السرعة إتجاهه ثابت و قيمته السرعة ثابتة $V_A = V_D$

فالحركة إذن مستقيمة منتظمة $V = constante \Leftarrow a = a_G = \frac{dv}{dt} = 0$

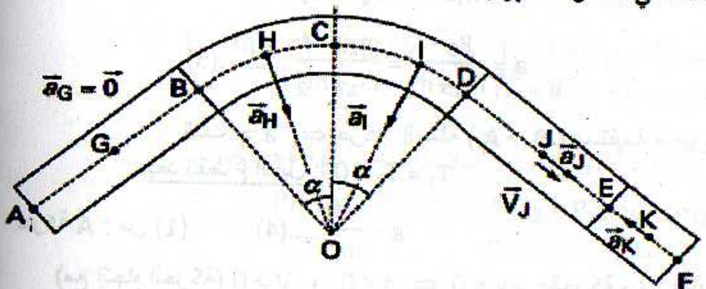
(شعاع المعدوم عبارة عن نقطة)

- بين B و D : مسار دائري و سرعة ثابتة في الشدة لا في الإتجاه فالحركة دائرية منتظمة تخضع لقوة ناظمية إذا إلى تسارع ناظمي a_N (موجه نحو مركز الدائرة)

$$a_N = a_I = \frac{V^2}{R}$$

- بين D و E السرعة تزداد بإنتظام و المسار مستقيم فالحركة مستقيمة (متسارعة) فشعاع التسارع له نفس الجهة و إتجاه السرعة $a = a_J = constante$
- بين F و E السرعة في تناقص بإنتظام و المسار مستقيم فالحركة مستقيمة متباطئة) شعاع التسارع يعاكس شعاع السرعة

الخلاصة موضحة في الشكل المقابل :



2) على المسار DE (الح م م !)

$$V_E^2 - V_D^2 = 2a(x_E - x_D)$$

$V_E^2 - V_D^2 = 2ad$ (حسب النص $V_E = 2V_D$)

$$2(V_D^2) - V_D^2 = 2ad$$

$$a = \frac{3V_D^2}{2d} = \frac{3 \times (2,5)^2}{2 \times 20} = 0,47\ ms^{-2}$$

3) حسب القانون الثاني لنيوتن: $\sum\vec{F} = m\vec{a}$. شعاع القوة له دائما نفس جهة و إتجاه شعاع التسارع

- المسار AB : ح م م $a_G = 0$ $\sum F = ma_G = m \times 0 = 0$
- المسار BD : حركة دائرية منتظمة $a_H = a_N = \frac{V_D^2}{R}$

$$a_H = \frac{(2,5)^2}{10} = 0,625\ ms^{-2}$$

$\sum F = ma_H = 0,1 \times 0,625 = 625 .10^{-4}$ N (موجه نحو المركز o)

- المسار DE : ح م م ! $\sum F = ma_J = 0,1 \times 0,47 .10^{-3}$ (موجه من D نحو E)

ب / بين B و D الجسم يقطع المسافة $\widehat{BD}$ بسرعة ثابتة خلال زمن t حيث $\widehat{BD} = 2\alpha .R$:

$$t = \frac{\widehat{BD}}{V_D} = \frac{2\alpha .R}{V_D}$$

$$\alpha = 40° = 40 \times \frac{\pi}{180} = \frac{2}{9}\pi \text{ rd}$$

$$t = \frac{2 \times \frac{2}{9}\pi \times 10}{2,5} = 5,6 \text{ s}$$

08#

1) ا /

- المرحلة 1 : [0 - 10 s]

$V > 0$ و $a = \frac{\Delta V}{\Delta t} > 0$ ⇐ $a.V > 0$

⇐ الحركة مستقيمة متغييرة بإنتظام .(متسارعة)

$$a_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{15-0}{10-0} = 1,5\ mS^{-2}$$

- المرحلة 2 : [10 – 15 s]

$V > 0$ و $a = \frac{\Delta V}{\Delta t} < 0$ ⇐ $a.V < 0$

⇐ الحركة مستقيمة متغييرة بإنتظام .(متباطئة)

$$a_2 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{0-15}{15-10} = -3\ mS^{-2}$$

ب / المسافة المقطوعة عبارة عن المساحة الداخلية لمخطط السرعة

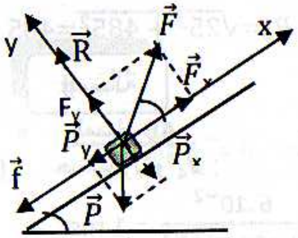
- مرحلة 1 : $d_1 = \frac{1}{2}[15\,(10 - 0)]$

$d_1 = 75$ cm

- مرحلة 2 : $d_2 = \frac{1}{2}[15\,(15 - 10)]$

$d_2 = 37,5$

المسافة AC : $AC = d_1 + d_2 = 75 + 37,5 = 112,5$



(ا) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}$$

$$\vec{P_X} + \vec{P_Y} + \vec{R} + \vec{F_X} + \vec{F_Y} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على جهة الحركة (محور x)

$$F_x - P_x - f = ma$$

$$F\cos\theta - P\sin\alpha - f = ma$$

- مرحلة 1 : $a_1 = 1,5\ ms^{-2}$ (وجود F و f) .

الميل 25 % معناه أن $\sin\alpha = 25\% = \frac{25}{100} = 0,25 = \frac{1}{4}$

$$F\cos45° - mg \times 0,25 - f = ma_1$$

$$0,7F - \frac{mg}{4} - f = ma_1 \quad .... (1)$$

- مرحلة 2 : نلغي F و $a_2 = 3ms^{-2}$

حساب قوة الإحتكاك f :

تصبح المعادلة (1) $0 - \frac{mg}{4} - f = ma_2$

$$f = - ma_2 - \frac{mg}{4} = m\,(a_2 + \frac{g}{4})$$

$$f = - 50\,(- 3 + \frac{10}{4}) = 25\ N$$

ب / حساب قوة الجر : من المعادلة (1) :

$$0,7\ F - \frac{50 \times 10}{4} - 25 = 50\ (1,5)$$

$$0,7F - 125 - 25 = 75$$

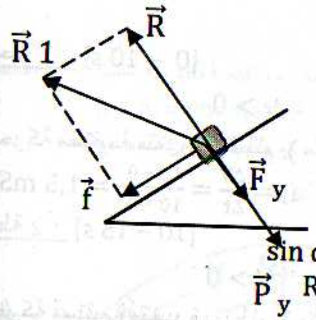
$$F = \frac{225}{0,7} = 321,43\ N$$

ج / رد فعل المسار : بالإسقاط على المحور y :

$$R + F_Y - P_Y = 0$$

$$R = P\cos\alpha - F.\sin\theta$$

$$R = mg\cos\alpha - F\sin\theta$$



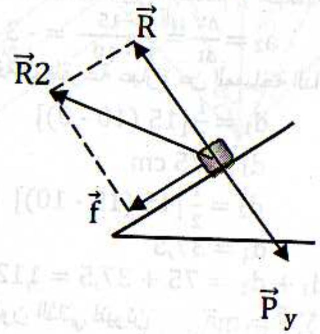
مرحلة 1 : $F = 321,43\ N$

$\sin\alpha = 0,25 \Rightarrow \alpha = 14,47° \Rightarrow \cos\alpha = 0,97$

$R = 50 \times 10 \times 0,97 - 321,43 \times 0,7 = 260\ N$

$\vec{R_1} = \vec{f} + \vec{R}$

$R = \sqrt{f^2 + R^2} = \sqrt{25^2 + 260^2} = 261,2\ N$



مرحلة 2 $F = 0$ (نلغي قوة الجر)

$$R_2 = mg\cos\alpha$$

$$R = 50 \times 10 \times 0,97 = 485N$$

$$R_2 = \sqrt{25^2 + 485^2} = 485,6\ N$$

#مسألة

• **المسار AB :**

1) حساب V_2 و V_4 :

$$V_2 = \frac{M_1M_3}{2\tau} = \frac{6.10^{-2}}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 1\ ms^{-1}$$

$$V_4 = \frac{M_3M_5}{2\tau} = \frac{10.10^{-2}}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 1\ ms^{-1}$$

$$a_3 = \frac{V_4 - V_2}{2\tau} = \frac{(1 - 0,6)}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 4\ m/s^2$$

t	0	τ	3τ	(s)
V	0	0,6	1	ms^{-1}

$V(\tau)$ عبارة عن خط مستقيم لا يشمل المبدأ معادلته (عبارة بيانية) $V(t) = at + V_0$ و هي

معادلة السرعة للحركة الم م حيث نجد بيانيا : $V_0 = 0,4\ m/s$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{}{3\tau - \tau} = \frac{}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 4m/s$$

ب / المعادلة الزمنية للحركة :

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$$

$V_0 = 0,4\ m/s^2$ ، $x_0 = 0$ ، $t = 0$

$$x(t) = \frac{1}{2}4t^2 + 0,4t + 0$$

$$x(t) = 2t^2 + 0,4t \quad (m)$$

2) بإستعمال نظرية الطاقة الحركية بين الموضعين M_1 و M_2 نحسب $(W_{\vec{f}})$

$$\Delta EC_{2 \to 1} = \sum W_{\vec{f}_{1 \to 2}} \Rightarrow E_{C_1} - E_{C_2} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R_N}} + W_{\vec{f}}$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh - W_f$$

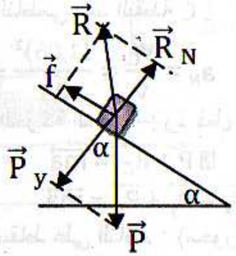
- إذا كانت $W_f = 0$ فإن الكرية غير معرضة إلى قوة الإحتكاك
- إذا كانت $W_f \neq 0$ فإن الكرية تخضع إلى قوة الإحتكاك .
- $h = \overline{M_1M_2}\sin\alpha$

$$W_f = m[g\,\overline{M_1M_2}\sin\alpha - \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)]$$

$W_f = 0,02\ j \neq 0$ دلالة على وجود قوى إحتكاك .

$d = M_1M_2$ / $W_f = f\,.\,d$

$$f = \frac{W_f}{d} = \frac{0,02}{2,5\,.10^{-2}} = 0,8\ N$$



$\sum \vec{F_x} = \vec{O} \Rightarrow \vec{R_N} + \vec{P_y} = \vec{0}$

• $R_N - P_y = 0 \Rightarrow R_N = mg\cos\alpha$

$R_N = 0,8 \times 10 \times 0,866 \Rightarrow 6,93\ N$

($\vec{R}$) هي محصلة $\vec{R_N}$ و $\vec{f}$

$\vec{R_N} + \vec{f} = \vec{R} \Rightarrow \vec{R} = \sqrt{R_N^2 + f^2} = \sqrt{(0,8)^2 + (6,93)^2} = 7\ N$

3) حساب V_3

طر :

بما أن الح م م ! :

$$= \frac{1}{2}\ {}^2 + o + o$$

$$V = at + V_0$$

$$V_B^2 - V_A^2 = 2a(x_B - x_A)$$

حيث $x_B - x_A = AB = 16\ cm$

$$V_B = \sqrt{V_A^2 + 2.a.AB} = \sqrt{(0,4)^2 + 2\,(4) \times 0,16} = 1,2\ ms^{-1}$$

طر : بإستعمال نظرية الطاقة الحركية .

$$E_{C_B} - E_{C_A} = W_P + W_{R_N} + W_f$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 = mg\,\overline{AB}\sin\alpha - f\,\overline{AB}$$

$$V_B = \sqrt{V_A^2 + 2g\,\overline{AB}\sin\alpha + \frac{2}{m} f\,\overline{AB}}$$

$$V_B = \sqrt{(0{,}4)^2 + 2 .10 \times 0{,}16 \times \frac{1}{2} - \frac{2}{0{,}8} \times 0{,}8 \times 0{,}16} = 1{,}2\ ms^{-1}$$

4) أ / المسار BC

$$h = h_{BC} = OF - OE$$

$$h = h_{BC} = v\cos\alpha - r\cos\theta = r\,(v\cos\alpha - \cos\theta)$$

باستعمال نظرية الطاقة الحركية :

$$E_{C_c} - E_{C_B} = W_P + W_f$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 = - mgh_{BC}$$

$$V_C = \sqrt{V_B^2 + 2gr\,(v\cos\alpha - \cos\theta)}$$

$$V_C = \sqrt{(1{,}2)^2 - 2 .10 \times 0{,}1\,(0{,}866 - 0{,}707)}$$

$$V_C = 1{,}06\ ms^{-1}$$

ب / التسارع الناظمي عند النقطة C :

$$a_N = \frac{V_C^2}{V} = \frac{(1{,}06)^2}{0{,}1} = 11{,}24\ ms^{-}$$

5) في الحركة الدائرية : رد فعل المسار يخضع للتسارع الناظمي

أ / $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ $\Rightarrow$ $\vec{P} + \vec{R_C} = m\vec{a}$

$$\vec{P_x} + \vec{P_y} + \vec{R_C} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على الناظم : (محور y)

$R_C - P_Y = ma_N$ $\Rightarrow$ $R_C = m(g\cos\theta + a_N)$

$$R_C = 0{,}8\,(10 \times 0{,}707 + 11{,}24) = 14{,}65\ N$$

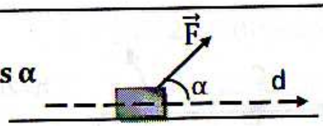
ب / بالإسقاط على المحور x : $-P_x = ma_t$

$$a_t = -\frac{mg\sin\theta}{m} = -g\sin\theta = -10 \times 0{,}707 = -7{,}07\ m/s^2$$

الطاقة الحركية E_c / الطاقة الكامنة E_P / الطاقة الميكانيكية E_M

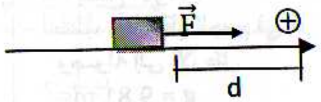
عمل قوة $W_{\vec{F}}$

1. تعريف:



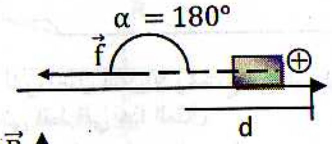
$$W_{\vec{F}} = F\,.\,d\,.\cos\alpha$$

حالات خاصة:



- قوة موازية للمسار لما $\alpha = 0$ $\cos\alpha = 1$

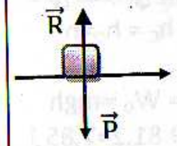
$$W = F\,.\,d$$



- قوة احتكاك f (معاكسة لجهة الحركة)

$$\alpha = 180° \Rightarrow \cos\alpha = -1$$

$$W_{\vec{f}} = - f\,.\,d$$

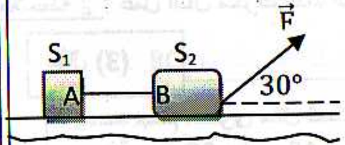


- قوة معامدة للمسار (عمل القوة معدوم $W = 0$) $W(\vec{p}) = W(\vec{R}) = 0$

$\alpha = 90$ $\cos\alpha = 0$

مثال (1)

جملة تتكوّن من صندوقين موصولين بواسطة حبل AB تتحرك على مسلر أفقي خشن بسرعة ثابتة ، تجربقوة ثابتة شدتها F=300N



1)أحسب عمل قوة الجر لما الجملة تنتقل مسافة d =20 m

2)أثناء الإنتقال شدة توترالحبل T=120N

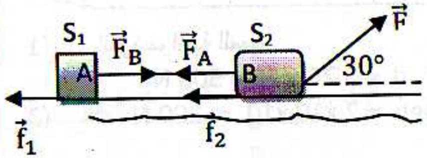
أ/ أحسب عمل توترالحبل المطبق على S_1

ب/ أحسب عمل توترالحبل المطبق على S_2

3)أحسب عمل قوى الإحتكاك المطبقة على الجملة

1) $W_F = F.\,d.\cos 30 = = 300 \times 20 \times 0{,}86 = 5160\ J$

2) $\vec{F_A} = -\vec{F_B}$ (قوى داخلية متعاكسة في الإتجاه و متساوية في الشدة $F_A = F_B$) ومنه نستنتج



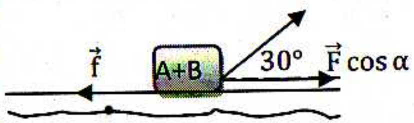
$$W(F_A) = - W(F_B)$$

$$W(F_B) = F_B.d = 120 \times 20 = 2400\ J$$

$$W(F_A) = -2400\ J$$

3) $\vec{f_1} + \vec{f_2} = \vec{f}$

بما أن السرعة ثابتة فإن $\sum \vec{F} = 0$ (مبدأ العطالة)



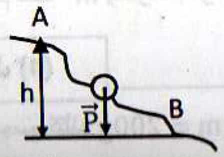
$$\vec{F}\cos\alpha + \vec{f} = 0$$

بالإسقاط على جهة الحركة $F\cos\alpha - f = 0$

$$f = F\cos\alpha$$

$f.d = F\cos\alpha.d$ $\Rightarrow$ $W_f = F.\,d.\cos 30 = -5160\ J$

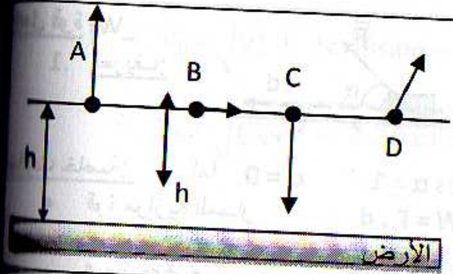
2. عمل الثقل :



$$W_{\vec{P}} = mgh$$

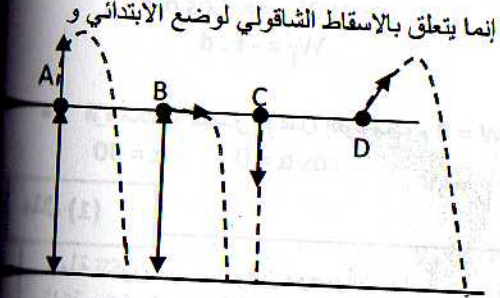
ملاحظة هامة: عمل الثقل لا يخضع إلى المسار المأخوذ و إنما يتعلق إلا بالاسقاط الشاقولي لوضع الابتدائي و النهائي فقط

مثال (2)



تقذف جسم كتلته m=400 g
من النقاط A، B ، C و D على علو h=2m
من سطح الأرض .
أحسب عمل ثقل الجسم في كل حالة عند وصوله إلى الأرض.
$g = 9,81\ ms^{-2}$

كما أشرنا عمل الثقل لا يخضع إلى المسار المأخوذ و إنما يتعلق بالاسقاط الشاقولي لوضع الابتدائي و النهائي فقط.ففي هذا المثال



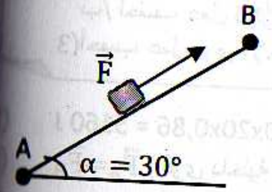
$h_A = h_B = h_C = h_D = h$

$W_A = W_B = W_C = W_D = mgh$

$W = 0,4 .9,81.2 = 7,85\ J$

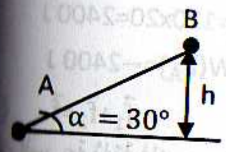
ملاحظة 2 : عمل الثقل محرك أثناء النزول و مقاوم أثناء الصعود

مثال (3)



يصعد جسم مستوى مائل تحت تأثير قوة جر موازية للمسار
مسافة $AB = d = 20\ m$

1) أحسب عمل قوة الجر علما أن $F = 25\ N$
2) أحسب عمل ثقل الجسم علما أن $m = 2kg$



1) القوة موازية للمسار:

$W_F = F . d = = 25 \times 20 = 500\ N$

2) $W_P = mgh = 2 \times 10 \times 10 = -200\ N$

$h = AB.\sin\alpha$

$h = 20 \times \frac{1}{2} = 10\ m$

1) **الطاقة الحركية** : (حالة حركة مستقيمة منتظمة)
جسم كتلته m يتحرك بسرعة V

$E_C = \frac{1}{2} mv^2$

[j] [Kg] $[m^2/_{s^2}]$

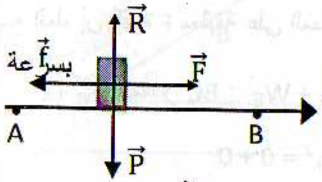
مثال (4)

جسم كتلته m = 200g يتحرك بسرعة V= 72km/h. احسب طاقته الحركية

$V = \frac{72 \times 1000}{3600} = 20\ m/s$; $m = 0,2\ kg$

$E_C = \frac{1}{2} \times 0,2 \times (20)^2 = 40\ J$

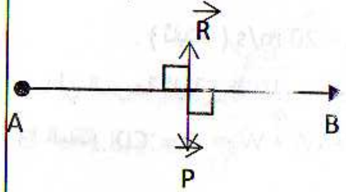
2) **نص نظرية الطاقة الحركية**



ينطلق متحرك كتلته m من النقطة A بسرعة V_A ليصل إلى النقطة B بسرعة V_B حيث $V_B \neq V_A$ تحت تأثير القوة الموضحة على الشكل.

النص:

$\Delta EC_{B \to A} = \sum_{A \to B} W_{(\vec{F})}$



$E_{C_B} - E_{C_A} = W_{\vec{F}} + W_{\vec{P}} + W_{\vec{f}} + W_{\vec{R}}$

- $W_P = W_f = 0$ لأن القوة تعامد الانتقالي
- (مقاوم) $W_f = -f\,\overline{AB}$ / (محرك) $W_{F_1} = +F.\overline{AB}$

$\frac{1}{2} mv_B^2 - \frac{1}{2} mv_A^2 = F.\overline{AB} - f.\overline{AB}$

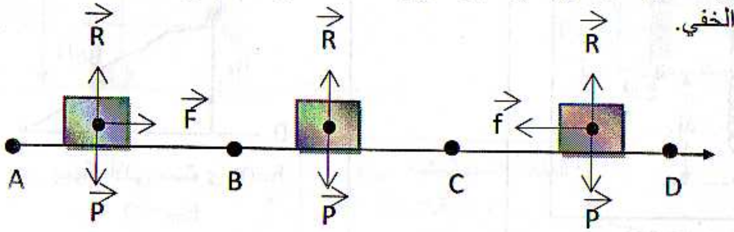
مثال (5)

تنطلق سيارة كتلتها 2t من A من السكون لتصل إلى النقطة B بسرعة 72km/h تحت تأثير قوة جر F المطبقة على المسار AB فقط ، لتصل إلى النقطة C بسرعة V_C عندئذ تتعرض إلى قوة احتكاك f ثابتة لتتوقف عند النقطة C.

1) أحسب قوة الجر F
2) أوجد قيمة السرعة عند النقطة C ثم حدد طبيعة الحركة على المسار BC
3) احسب شدة قوة الاحتكاك f

$d = AB = BC = CD = 100m$

ملاحظة هامة : أهم شيء عند حل أي مسألة هي القراءة الجيدة المركّزة، بحيث على الطالب أن يعطي العبارات مدلولها الأصلي و لا يهتم إلاّ بالأرقام.
يجب على الطالب أن يحدد مراحل الحركة و تمثيل القوى المطبقة على الجسم في كل مرحلة بعد القراءة الجيدة و هو السؤال الخفي.



1) المسار AB: بتطبيق نظرية الطاقة الحركية

$\Delta E_{C(B \to A)} = \sum_{A \to B} W_{(\vec{F})}$

$E_{C_B} - E_{C_A} = W_{\vec{F}} + W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$

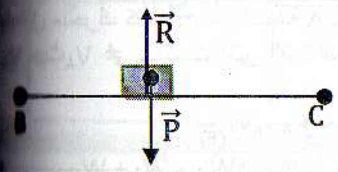
$\frac{1}{2} mv_B^2 - \frac{1}{2} mv_A^2 = F.\overline{AB}$

$F = \frac{m(v_B^2 - v_A^2)}{2d}$

$V_B = 72\ km/h = 20\ m/s$ ، (ينطلق من السكون) $V_A = 0$

$$F = \frac{2.10^3}{2 \times 100}(20^2 - 0) = 4\ .10^3 N$$

مع العلم أن القوة F مطبقة على المسار AB فقط. كلمة(فقط) تعني أن القوة F تلغى بعد النقطة B

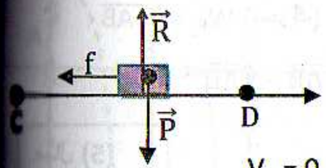


2) المسار BC : $E_{C_B} - E_{C_A} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}}$

$$\frac{1}{2} mv_C^2 - \frac{1}{2} mv_B^2 = 0 + 0$$

$$\Rightarrow V_C = V_B + 20\ m/s \text{ (ثابت)}$$

بما أن السرعة ثابتة و المسار مستقيم فإن الحركة مستقيمة منتظمة.



3/ المسار CD: $E_{C_B} - E_{C_A} = W_{\vec{P}} + W_{\vec{f}} + W_{\vec{R}}$

$$\frac{1}{2} mv_D^2 - \frac{1}{2} mv_C^2 = - f\ .d$$

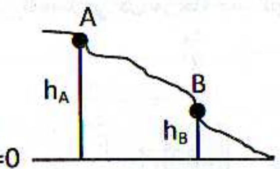
$V_D = 0$ (يتوقف) $\quad f = \dfrac{m(v_C^2 - v_D^2)}{2d}$

$$f = \frac{2.10^3(20^2 - 0)}{2.100} = 4 \times 10^3\ N$$

الطـاقة الكـامنة E_p

طاقة كامنة ثقيلة (E_{PP})

تتعلق الوضعية



مرجعية أدنى مستوى h=0

$E_{PP} = 0$

$E_{PA} = mgh_A$

$E_{PB} = mgh_B$

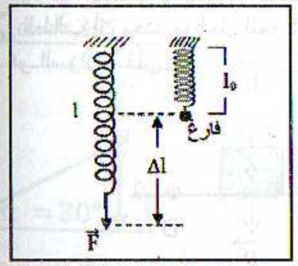
$E_{P(AB)} = mg(h_A - h_B)$

h [m] m[kg]

نتكلم عن E_{PP} إذا كان هناك ارتفاع

طاقة كامنة مرونية (E_{Pe})

تتعلق التشوّه



$\Delta l = x$ (استطالة النابض)

$$E_{Pe} = \frac{1}{2}k(\Delta l)^2$$

$$E_{Pe} = \frac{1}{2}k x^2$$

k ثابت مرونة النابض [N/m]

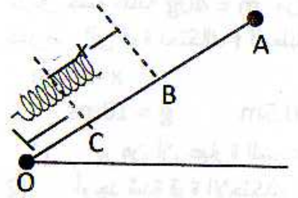
$\Delta l = x$ [m]

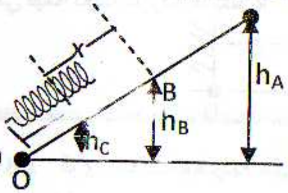
نتكلم عن E_{Pe} عندما يحدث للنابض انضغاط أو استطالة

مثال (6)

انظر إلى الشكل جيدا

أعط عبارة الطاقة الكامنة عند الأوضاع A ، B و C





(طاقة كامنة ثقلية فقط) $E_{PA} + mgh_A$

(طاقة كامنة ثقلية فقط) $E_{PA} = mgh_B$

بحيث عن B لم يحدث أي شيء للنابض

الطاقتين معا: $E_{Pe} = mgh_C + ½\ kx^2$

(ثقلية) $E_{P0} = 0$ مرجعية

حالة نواس بسيط طوله L

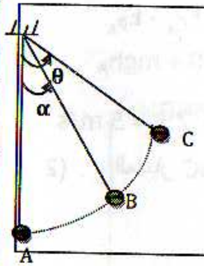
مثال (8)

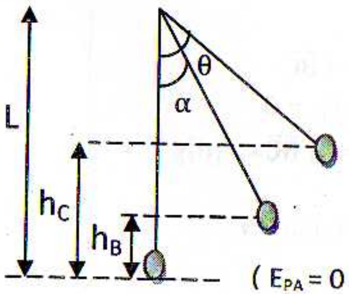
نزيح النواس بزاوية α ثم نتركه لحاله بدون سرعة إبتدائية .

1) أعطي عبارة الطاقة الكامنة الثقلية عند النقطتين A ، B و C .

2) أحسب الفرق $E_{PC} - E_{PB}$

(مرجعية الطاقة الكامنة وضع التوازن عند النقطة A)





($E_{PA} = 0$ مرجعية)

$h_B = (L - \cos \alpha)$

$h_C = (L - \cos \theta)$

$E_{PA} = mgh_A = 0$ (مرجعية)

$E_{PB} = mgh_B = mgL\ (1 - \cos \alpha)$

$E_{PC} = mgh_C = mgL(1 - \cos\theta)$

$E_{PC} - E_{PB} = mgL\ (\cos \alpha - \cos \theta)$

الطاقة الميكانيكية E_M

$$E_M = E_C + E_P$$

جملة معزولة (شبه معزولة)

- قوى احتكاك مهملة.
- الطاقة E_M محفوظة (ثابتة)

$$\Delta E_M = 0$$

$$E_{MB} - E_{MA} = 0$$

$$(E_{C_B} + E_{P_B}) - (E_{C_A} + E_{P_A}) = 0$$

جملة غير معزولة

- قوى احتكاك غير مهملة
- طاقة E_M متغيرة

$$\Delta E_M = W_{(f)}$$

$$E_{MB} - E_{MA} = W_{(f)}$$

$$(E_{C_B} + E_{P_B}) - (E_{C_A} + E_{P_A}) = - f.\ d$$

مثال (9)

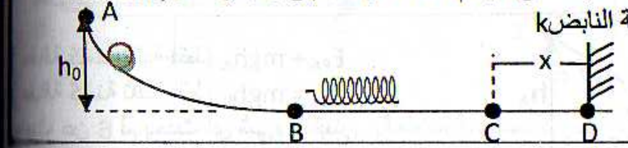
ينزلق جسم كتلته $m = 40g$ من النقطة A بدون سرعة ابتدائية ليصل إلى B بسرعة V_B عندئذ يتعرض إلى قوة احتكاك f المطبقةعلى المسار BC فقط ليصطدم بالنابض فيكون أقصى انضغاط له $x=10cm$.

$h_0 = 10.25m \quad BC = 10.5m \quad g = 10ms^{-2}$

1) برهن أن عبارة السرعة V_B تعطى بالعلاقة $V_B = \sqrt{2gh_0}$ ثم أحسب قيمتها

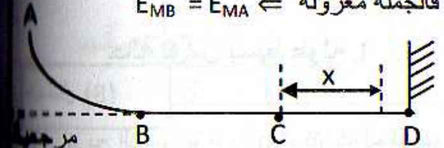
2) أوجد شدة قوة الاحتكاك المطبقة على الجسم علما أنه يصل إلى C بسرعة $Vc = 2m/s$

3) ماهي قيمة ثابت مرونة النابض k



1) المسار AB : قوى احتكاك معدومة على المسار فالجملة معزولة ⇐ $E_{MB} = E_{MA}$

أو $\Delta E_{M\, B \to A} = 0$



طاقة كامنة ثقيلة $E_{PB} = E_{PC} = E_P = 0$ (المرجعية)

$$E_{C_B} - E_{P_B} = E_{C_A} - E_{P_A}$$

$$\frac{1}{2} mv_B^2 + 0 = 0 + mgh_A$$

$$V_B = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{2 \times 10 \times 1,25} = 5 \ m/s$$

2) المسار BC: وجود قوى احتكاك (الجملة غير معزولة)

$$\Delta E_M = Wf$$

$$\Delta E_{M_C \to B} = Wf$$

$$E_{M_C} - E_{M_B} = - f.\overline{BC}$$

$$(E_{C_C} + E_{P_C}) - (E_{C_B} + E_{P_B}) = - f.\overline{BC}$$

$E_{P_C} = 0$ النابض لم يحدث له انضغاط عند C

$$\left(\frac{1}{2} mv_C^2 + 0\right) - \left(\frac{1}{2} mv_B^2 + 0\right) = - f.\overline{BC}$$

$$f = \frac{m(v_B^2+V_C^2)}{2d} = \frac{0,04(5^2+2^2)}{2x10,5} = 0,04 \ N$$

3) المسار CD : النابض يحدث له انضغاط $E_{P_e} = \frac{1}{2} kx^2$

أقصى انحطاط معناه أن المتحرك في النهاية يتوقف $V_D = 0$ ⇐ $V_{CD} = 0$

(الجملة معزولة) ⇐ طاقة محفوظة ⇐ $E_{M_D} = E_{M_C}$

$$E_{C_D} + E_{P_D} = E_{C_C} + E_{P_C}$$

$$\frac{1}{2} mv_D^2 + \left(\frac{1}{2} kx^2 + E_{P_{P_D}}\right) = \frac{1}{2} mv_C^2 + E_{P_{P_D}}$$

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv_C^2$$

$$k = \frac{mV_C^2}{x^2} = \frac{0,04 \times 2^2}{(0,1)^2} = 16 \ N/m$$

تطور جملة ميكانيكية

حركة كوكب أو قمر إصطناعي

I. قوانين كبلر Kepler

1) القانون الأول

2) القانون الثاني

3) القانون الثالث : $\frac{T^2}{a^3} = k$

II.

1) قوة الجذب العام (مبدأ الأفعال المتبادلة)

2) عبارة حقل الجاذبية على إرتفاع h من سطح الأرض g(h)

3) عبارة التسارع الناظمي a_N

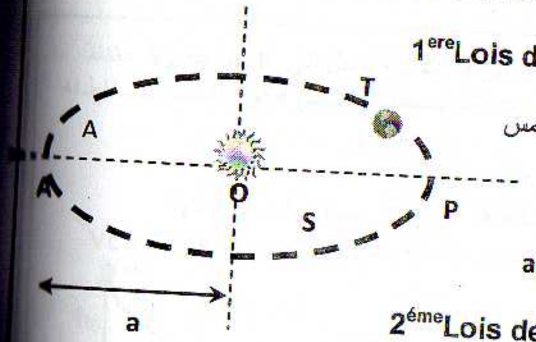
4) عبارة سرعة الكوكب أو القمر الإصطناعي

5) عبارة الدور T

6) إستنتاج القانون الثالث لكبلر : $\frac{T^2}{a^3} = k$

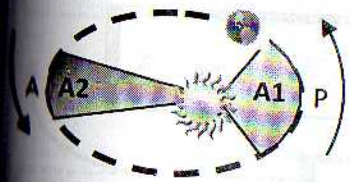
I. قوانين كبلر

I. القانون الأول لكبلر. 1^{ere}Lois de Kepler



إن الكواكب تتحرك وفق مدارات إهليجية تمثل الشمس إحدي محرقيه.
أدني مسافة بين الكوكب و الشمس تسمي نقطة الرأس الأقرب(**périhélie**)
أطول مسافة تسمي المحور الكبيرطولها **aphelie**

II. القانون الثاني لكبلر. $2^{éme}$Lois de Kepler



إن المستقيم الرابط بين الشمس و الكوكب يمسح مساحات متساوية خلال مجالات زمنية متساوية **A1=A2**

تكون سرعة الكوكب كبيرة عند مروره من النقطة P
تكون سرعة الكوكب صغيرة عند مروره من النقطة A

III. القانون الثالث لكبلر. $3^{éme}$Lois de Kepler

إن مربع الدور للمداريتناسب مع مكعب البعد المتوسط للكوكب عن الشمس

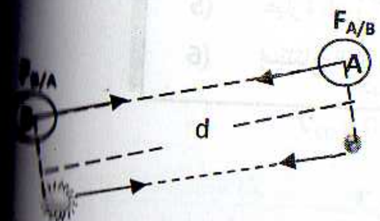
$$\boxed{\frac{T^2}{a^3} = K = constante}$$

1u.a = 150 MKm

مثال (1)

الكوكب	الدور(jour)	a نصف محور الكبير (u.a.)	$\frac{T^2}{a^3}$ ($s^2.km^{-3}$)
Vénus	224,7	0,723	$2,95.10^{-19}$
Terre	365,3	1,00	$2,95.10^{-19}$
mars	687,0	1,52	$2,97.10^{-19}$

II. قانون جذب العام



$$\boxed{F_{A/B} = F_{B/A} = G.\frac{m_A.m_B}{d^2}}$$

d (البعد بين مركز عطالة الجسمين)

III. حركة الكواكب حول الشمس

المرجع : هيليومركزي (مركزه الشمس وثلاثة محاورموجهة نحوثلاثة نجوم)
الجملة المدروسة : الكوكب
مجموع القوى : قوة الجذب المركزية

$$F = G\times\frac{M_T \times M_S}{r^2}$$

مثال (2)

أحسب قوة جذب الشمس للأرض.

$d_{Terre\text{-}Soleil} = 1,00$ u.a. $m_{Terre} = 5,98.10^{24}$ kg $m_{Soleil} = 1,99.10^{30}$ kg
$G = 6,67.10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2} 1u.a = 150 MKm

$$F_{Soleil/Terre} = G.\frac{M_{soleil}.m_{terre}}{d^2}$$

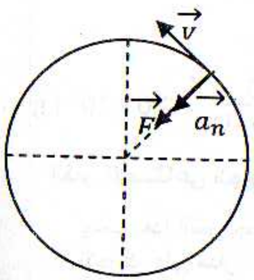
$$F_{Soleil/Terre} = \frac{6,67.10^{-11}.5,98.10^{24}.1,99.10^{30}}{(1,50.10^{11})^2} = 3,53.10^{22}\ N = F_{Terre/}$$

2) عبارة التسارع الناظمي :

$\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n}$ سرعة الكواكب و الأقمار الإصطناعية نعتبرها ثابتة $\Leftarrow$ $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ و
منه $a = a_n$. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن يصبح شعاع القوة ناظمي موجه نحو المركز

$$\sum\vec{F} = m\,\vec{a} = m\,\vec{a_n}$$

$$F = ma_n$$



$$\frac{G\,M_S M_T}{d^2} = M_T.a_n$$

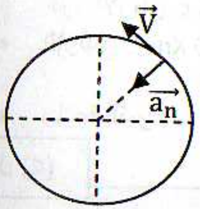
و هي عبارة الجاذبية على إرتفاع h $\boxed{a_n = \frac{GM_S}{d^2}}$

$$F = P = m\,g$$

$$\frac{G\,M_T m_T}{d^2} = m_T.g$$

$$\boxed{g = \frac{GM_S}{d^2}}$$

3) **عبارة سرعة الكوكب أو القمر الإصتناعي:**



$$a_n = \frac{v^2}{d} \Rightarrow v^2 = a_n.d$$

$$v = \sqrt{a_n.d} = \sqrt{\frac{GM_S}{d^2}.d}$$

$$v = \boxed{\sqrt{\frac{GM_S}{d}}}$$

- حساب سرعة الأرض : V_{Terre}

$$V_{Terre} = \sqrt{\frac{6,67\times10^{-11}\times1,99.10^{30}}{1,5.10^{11}}} = 2,97.10^4\ m/s$$

4) عبارة الدور T :

$$T = \frac{2.\pi.d}{v} = 2.\pi.d.\sqrt{\frac{d}{G.M_{soleil}}} = \sqrt{\frac{4.\pi^2 d^3}{G.M_{Soleil}}}$$

$$T = \sqrt{\frac{4.\,3{,}14^2\left(1{,}5.10^{11}\right)^3}{6{,}67.10^{-11}.1{,}99.10^{30}}} = 3{,}17.10^7\ s = 366{,}5\ j$$

5) استنتاج قانون الثالث لكبلر :

$$T = \sqrt{\frac{4.\pi^2 d^3}{G.M_{Soleil}}} \Rightarrow T^2 = \frac{4.\pi^2 d^3}{G.M_{Soleil}}$$

$$\boxed{\frac{T^2}{d^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M_{Soleil}} = \mathbf{k} = \text{ثابت}}$$

بمعرفة الدور و نصف المحور الأكبر (d) لكوكب من المجموعة الشمسية يمكننا حساب كتلة الشمس .

مثال (3)

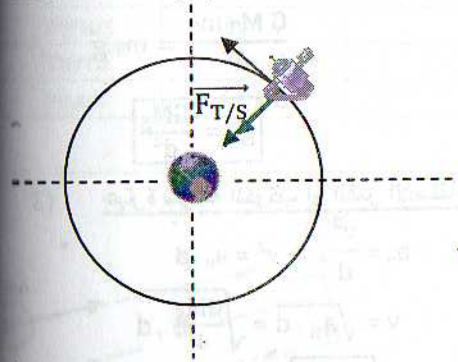
أحسب كتلة الشمس علما أن للكوكب Vennis $d = 0{,}723$ U.a و $T = 224{,}7$ jours

$$M_S = \frac{4.\pi^2 a^3}{G.T^2} \Leftarrow \frac{T^2}{a^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M_{Soleil}}$$

$$M_S = \frac{4 \times 10 \times (0{,}723 \times 1{,}50\ .10^{11})}{(224{,}7 \times 24 \times 3600)^2 \times 6{,}67\ .10^{-11}} = 2{,}0 \times 10^3\ Kg$$

القمر الإصطناعي الجيومستقر :

يسمى هذا القمر جيومستقر لأنه يبدو ثابتا (مستقر) فوق منطقة معينة من سطح الأرض . **فهو** يتحرك على مدار دائري مار من مركز الأرض (يشمل خط الإستواء) في نفس جهة دوران الأرض .



خصائصه :

- الجملة المدروسة : القمر الصناعي
- المرجع : الأرضي المركزي (مركزه الأرض و له ثلاث محاور موجهة نحو ثلاث نجوم ثابتة)
- الدور T : يساوي بالتقريب
  درو الأرض $T = 86164\ s \cong 23\ h\ 56\ s$
- الإرتفاع : $Z \cong 36\ 000$ Km
  $R_T + Z \cong 42\ 200$
- سرعة القمر : $v \cong 3080\ ms^{-1}$

مثال (4)

1) عرف القمر الجيومركزي
2) إلى أي مرجع تنسب خركة هذا القمر الإصتناعي ؟
3) يدور هذا القمر ذو الكتلة m_S على مسار دائري على إرتفاع h من سطح الأرض

أ / برهن أن $V^2 = \frac{GM_T}{R_1 + h}$

ب / أوجد قانون كبلر الثالث .

ج / إستنتج الإرتفاع h لهذا القمر .

د / أحسب سرعة القمر v. $M_T = 6 \times 10^{24}$ Kg , $T_{Terre} \cong 24$ h

$R_T = 6400$ Km $m_S = 4$ tonne

1) القمر جيومستقر (S) هو قمر ثابت بالنسبة لملاحظ على سطح يبدو و كأنه مستقر ، يدور في إتجاه دوران الأرض و بنفس الدور $T_S = T_{Terre} = 24$ h

2) ننسب حركة هذا القمر إلى المرجع الأرضي المركزي .

3)

$$F = \frac{GM_T.m_S}{(R_1+h)^2} = m_S.a_N$$

$$a_n = \frac{GM_T}{(R_1+h)^2} = \frac{V^2}{(R_1+h)}$$

$$V^2 = \frac{GM_T}{(R_1+h)}$$

ب / حساب v :

$$T = \frac{2.\pi.(R_T + h)}{v}$$

$$T^2 = \frac{4.\pi^2.(R_T+h)^2}{v^2} = \frac{4.\pi^2.(R_T+h)^3}{G.M_T}$$

ج / من العبارة السابقة :

$$R_T + h = \sqrt[3]{\frac{T^2 G.M_T}{4.\pi^2}}$$

$$(R_T + h)^3 = \frac{T^2 G.M_T}{4.\pi^2}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{T^2 G.M_T}{4.\pi^2}} - R_T$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{(24 \times 3600)^2 \times \left(6{,}67.10^{-11}\right) \times 6\ .10^{24}}{40}} - 6400\ .10^3$$

$h = 421{,}13\ .10^5 - 64\ .10^5$

$h \cong 35710\ .10^3\ m = 35710$ Km

د/ سرعة القمر :

$$T = \frac{2.\pi.(R_T + h)}{V}$$

$$V = \frac{2.\pi.(R_T+h)}{T} = \frac{2 \times 3{,}14\ (6400\ .10^3 + 35710\ .10^3)}{24 \times 3600}$$

$V = 3060{,}8\ ms^{-1}$

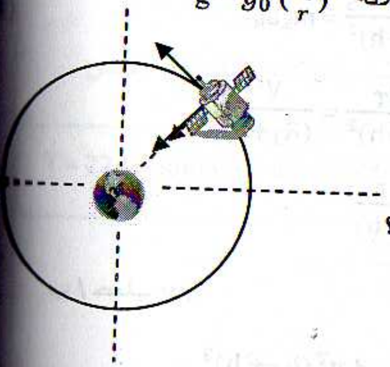
تمارين

1

لدينا قمرا صناعيا يدور في مدار دائري (نصف قطره $r = 7000$ km). مركزه الأرض التي نعتبرها كروية الشكل (نصف قطرها R = 3670 km).

1) حدد المرجع لدراسة حركة هذا القمر ثم مثل قوة جذب $\vec{F}\,T/_S$

2) أ / برهن أن حقل الجاذبية على بعد r يعطى بالعلاقة $g = g_0 (\frac{R}{r})^2$



حيث g_0 (حقل الجاذبية على سطح الأرض)

ب / أحسب قيمة g . $g_0 = 9,8\ ms^{-2}$

3) أ / أحسب تسارع مركز عطالة القمر

ب / برهن أن حركة القمر منتظمة

ج / أحسبالسرعة الخطية للقمر

د / / ما هو الزمن المستغرق ليقوم القمر بدورة كاملة ؟

4) أ / تحقق من أن $\frac{r^3}{T^2} = 10^{13}$

ب /إستنتج كتلة الأرض M_T

2

من تحديات هذا القرن إرسال بعثة استكشافية إنسانية لكوكب المريخ Mars . الهدف من هذا التمرين التطبيقي هو دراسة بعض المسائل المتعلقة بإنجاز هذه المهمة. لهذا الغرض يُمكن استعمال.أحد أقمار (phobos) كقاعدة

المعطيات :

M_M (Mars) = 6,42 . 10^{23} kg

r = 9,38 10^3 km (البعد بين مركزي المريخ وقمره phobos)

T_M = 24437 mn (دور حركة كوكب المريخ)

1) نفترض أن حركة القمر phobos دائرية منتظمة في معلم نعتبره غاليلي مبداه مركز كوكب المريخ .

أ / أعط تعريف للحركة الدائرية المنتظمة.

ب/ ما خصائص شعاع تسارع مركز عطالة phobos ؟ أعط عبارته بدلالة (r و V).

2) ما هو القانون الذي يؤدي إلى العبارة $V = \sqrt{\frac{G.M_M}{r}}$ ؟

3) أ / أوجد العبارة التي تربط كل من (V ، r و T_P)، (T_P هو دور phobos) .

ب/ برهن أن $\frac{T_P^2}{r^3} = 9,22\ 10^{-13}\ s^2m^{-3}$ ؛

ج / استنتج قيمة T_P .

4) أ/ في أي مستوى يجب وضع قمرا صناعيا حتى يبقى ثابتا بالنسبة لقاعدة على متن كوكب
علل إجابتك بدون حساب.

3.

يوجد قمر صناعي على ارتفاع h من سطح الأرض وحركته عبارة عن مدار دائري مركزه الأرض.

1) أ / ما هو المرجع المناسب لدراسة حركة مركز عطالة هذا القمر الأرضي ؟

ب/ ما هي طبيعة ومميزات القوة التي يخضع لها ؟

2) سرعة الزاوية لهذا القمر هي $\omega = 8,055\ 10^{-4}\ rds^{-1}$.

أ / أوجد عبارة السرعة V الخطية لهذا القمر بدلالة (g_0 ، R ، h). مقدار الجاذبية g على بعد r من مركز الأرض يُعطى بالعلاقة $g = g_0 \left(\frac{R}{r}\right)^2$.

ب/ برهن أن عبارة الارتفاع h تُعطى بالعلاقة $h = \left[\left(\frac{R}{\omega}\right)^2 g_0\right]^{\frac{1}{3}} - R$. أحسب الارتفاع h .

ج / استنتج كلا من السرعة الخطية V لهذا القمر وقيمة الجاذبية g على ارتفاع h .

R = 6370 km $\quad g_0 \cong 9,8\ ms^{-2}$

4

نريد تحديد حركة كوكب يدور حول الشمس.

1) عرف المرجع المناسب لدراسة حركة هذا الكوكب.

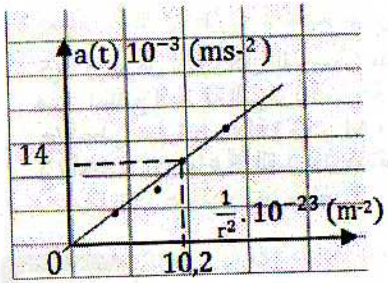
2) أعطي عبارة قوة الجذب $\vec{F}s/_p$ التي تُطبقها الشمس على هذا الكوكب . مثلها برسم.

3) أ/ برهن أن عبارة تسارع مركز عطالة الكوكب a تُكتب على الشكل $a = A . \frac{1}{r^2}$.

(r المسافة الفاصلة بين مركز الشمس ومركز الكوكب)

ب / أعط عبارة المعامل A .

4) يُعطي البيان التالي تغيرات التسارع a بدلالة $\frac{1}{r^2}$



أوجد باستعمال البيان كتلة الشمس.

أ / ما اسم القانون المستعمل لحساب أنصاف أقطار المدارات لهذه الكواكب ؟

ب/ إذا علمت أن قوة الجذب العام $\vec{F}s/_p = 42\ 10^{22}$N حدّد الكوكب المعني بهذه الدراسة من بين الكواكب الواردة في الجدول التالي :

اسم الكوكب	Terre	Mars	Jupiter
T (ans)	1	1,9	11,8
M (kg)	6 10^{24}	6,4 10^{23}	1,86 10^{27}

5

قمر صناعي كتلته m_1 يُوضع في مدار دائري على ارتفاع Z_1= 600 km من سطح الأرض.

1) أ/ مثل بالرسم الجملة مع إبراز القوة المطبقة من طرف الأرض على القمر الصناعي $\vec{F}_{T/S}$.

ب/ أعط العبارة الشعاعية لهذه القوة .

2) برهن أن عمل القوة معدوم واستنتج طبيعة الحركة .

3) ما هو القانون الذي يربط بين سرعة القمر الصناعي V_1 وM_T (كتلة الأرض) ؟

4) ليكن قمرا صناعيا ثان كتلته $m_2 = 2\ m_1$ على نفس مدار الأول . قارن بين سرعتي القمرين وبين طاقتهما الحركية .

5) ليكن قمرا صناعيا ثالثا على ارتفاع Z_3 وحيث سرعته $V_3 = \frac{1}{2} V_1$.

أ/ أعطي عبارة V_3 .

ب/ أحسب الارتفاع Z_3 .

R = 6380 km (نصف قطر الأرض)

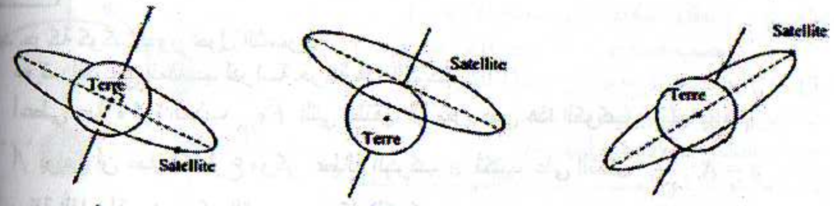
6

نعتبر أن الأرض كروية تشكل مركزها 0 . كتلتها M نصف قطرها R   R = 6370 km
ندرس حركة قمر جيومستقر ، نقطي مداره دائري حول الأرض .

1) حدد المرجع المناسب لدراسة الأقمار الأرضية .
2) ماذا تعني بالقمر الجيومستقر ؟ في أي مرجع يبدو مستقر
3) عرّف دور لمثل هدا القمر . ما هي قيمته .
4) من بين المدارات الدائرية الموضحة ما هو المدار:

أ / الذي لا يتماشى و قوانين الميكانيك؟علل .

ب /الموافق لقمر جيومستقر ؟علل.



1   2   3

5) أ / برهن أن إذا كان القمر على مدار دائري فإن حركته دائرية منتظمة .

ب / إستنتج العلاقة التي تربط سرعة القمر V و إرتفاع القمر h عن سطح أرض

ج/ أعطي عبارة h بدلالة (T و R ، M ، G)

د / أحسب الإرتفاع h للقمر جيومستقر ذوا المدار الدائري حول الأرض .
لماذا نتكلم عن مدار جيومستقر ؟

$5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg $T_0 = 86\ 146$ u s

7

المعلوم إلى حد اليوم أنه يوجد خمسة عشر (15) قمرا تدور حول كوكب Uranus لكن أهمها وأكبرها خمسة (05). خصائصها المدارية مسجلة في الجدول التالي :

اسم القمر	Oberon	Titania	Umberiel	Ariel	Miranda
T (j)	13,46	8,706	4,144	2,520	1,414
(10^3km)	582,6	435,8	266,0	191,2	129,8

يمثل (T) دور كل قمر و(r) البعد المتوسط بين مركزي القمر والكوكب Uranus .

1) أ / أحسب لكل قمر T^2 و r^3 .

ب/ ارسم $T^2 = f(r^3)$.

2) أ/ أحسب معامل التوجيه للبيان.

ب/ استنتج M_U كتلة الكوكب Uranus .

8

قمر صناعي S ، نعتبره نقطيا ، يوجد على ارتفاع h = 250 km من سطح الأرض وحركته دائرية منتظمة .

1) أعط العبارة الشعاعية للقوة $\vec{F}_{T/S}$ التي تطبقها الأرض على هذا القمر.
2) ماذا نعني بالحركة الدائرية المنتظمة ؟
3) برهن أن مقدار الجاذبية الأرضية g على ارتفاع h يُعطى بالعبارة $g = g_0\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$.

تُستعمل العلاقة $\left(\frac{1}{1+\varepsilon}\right)^n \cong 1 - n\varepsilon$ في حالة ε عدد أصغر من 0,04.

نصف قطر الأرض R = 6400 km

4) أ / برهن أن المدة الزمنية التي ينجز فيها القمر دورة كاملة تُعطى بالعلاقة

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g_0}}\left(1 + \frac{3h}{2R}\right)$$

ب/ أحسب قيمة T .

5) أ / ما اسم القانون الذي شكله التالي $\frac{T^2}{(R+h)^3}$

ب/ استنتج كتلة الأرض M_T.

9

نعتبر أن الأرض كروية الشكل نصف قطرها R وكتلتها M_T .

1) ما هي خصائص قوة الجذب الذي تتعرض لها نقطة مادية كتلتها m على بعد r من مركز الأرض ؟ ($r > R$).
2) ما هي خصائص الجاذبية g عند هذه النقطة ، عبر عن g بدلالة (g_0 , h , R).
أوجد قيمة g_0 .
3) قمر صناعي نعتبره نقطة مادية يتحرك في مدار دائري نصف قطره r , مركز المدار هو مركز الأرض ونستعمل مرجعا جيومركزيا.

أ /عرف هذا المرجع والجملة المدروسة.

ب/ برهن أن حركة القمر الصناعي منتظمة .

ج/ عبّر عن سرعة القمر الصناعي V و دور حركته T بدلالة (h , M_T , R).
استنتج أن ثابت = $T^2 r^{-3}$.
أحسب V و T .   h = 250 km

4) ما قيمة البعد بين مركزي الأرض والقمر(Lune) علما أن دور حركة القمر T_L= 28 j ؟
5) عبارة الطاقة الكامنة E_p للقمر الإصطناعي هي $E_p = -\frac{G M_T . m}{r}$.

أ/ أين يجب أخذ مرجعية هذه الطاقة ؟

ب/ أعط عبارة الطاقة الميكانيكية E_M لهذا القمر بدلالة (h , m , M_T , r).

6) بسبب الاحتكاك الموجود في الطبقات العليا فإن الطاقة الميكانيكية تتغير من القيمة E_1 إلى القيمة E_2.

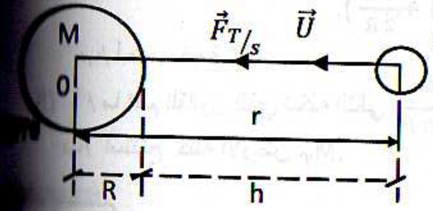
أ / هل تزيد أم تنقص ؟

ب/ مدار القمر ينتقل من r_1 إلى r_2 وسرعة حركته من V_1 إلى V_2. وضح كيف يتغير نصف القطر r والسرعة V ؟ علل .

7) إذا أهملنا الاحتكاكات بأي سرعة V_x يجب قذف صاروخ من سطح الأرض حتى ينفلت من الجذب الأرضي ؟

الحلول

1



1) المرجع : جيومركزي (نعتبره غاليلي)

$$\vec{F}_{T/s} = G.\frac{M.m}{r^2}\vec{u}$$

2) $F = G\frac{M\,m}{(r)^2} = m\,g$

$$g = \frac{G\,m}{(r)^2} \quad (1)$$

$$g = \frac{G\,m}{(R+h)^2}$$

حقل الجاذبية على سطح الأرض g_0 (h=0) (2) $g_0 = \frac{GM}{R^2}$

نقسم $\frac{(1)}{(2)}$ ⇔ $\frac{g}{g_0} = \frac{\frac{GM}{r^2}}{\frac{GM}{R^2}} = \frac{R^2}{r^2}$

$$g = g_0\left(\frac{R}{r}\right)^2$$

ب / حساب g

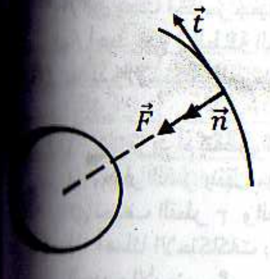
$$g = 9,8\left(\frac{6370}{7000}\right)^2 = 8,1\ ms^{-2}$$

3) أ / عبارة التسارع :

حسب قانون الثاني لنيوتن $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

$F = P = ma \Rightarrow a = g$

$a = 8,1\ ms^{-2}$



ب / نعلم أن $\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n}$

بما أن القوة F ناظمية (موجهة نحوالمركز $\vec{F} = m\,\vec{a}$)

كذلك التسارع $a = a_n$ ناظمي معناه أن $a_t = 0$

$$\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n} = \vec{a_n}$$

$a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v =$ ثابت

و منه الحركة منتظمة

ج / حساب السرعة :

$$a = a_n = \frac{v2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{a_n\,r}$$

$$v = \sqrt{8,1 \times 7 \times 10^{-6}} = 7,53.\ 10^3\ ms^{-1}$$

د / الزمن لإكتمال دورة هو الدور T

$$T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{6,28 \times 7 \times 10^6}{7753 \times 10^3}$$

T = 5838 s = 1h 37 min

4)

$$T = \frac{2\pi r}{V} \Rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \quad (3)$$

$$v^2 = \frac{GM}{r} \quad (4)$$

(4) في (3) $T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{GM}{r}} = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad (5)$$

$\frac{r^3}{T^2}$: $\frac{r^3}{T^2} = \frac{(7\,10^6)^3}{(55838)^2} \cong 1 \times 10^{13}$

ب / من العلاقة (5) $\frac{GM}{4\pi^2} = \frac{r^2}{T^2} = 10^{13}$

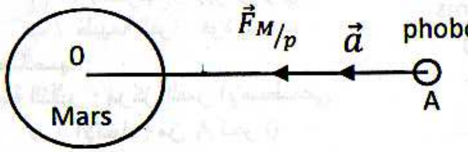
$$M = \frac{10^{13} \times 4\pi^2}{G} = \frac{10^{13} \times 40}{6,66 \times 10^{-11}} = 6 \times 10^{24}\ \text{kg}$$

2

1) أ / تكون الحركة دائرية منتظمة إذا تحقق الشرطان :

- المسار دائري
- و شدة سرعته ثابتة

ب / خصائص شعاع التسارع



التأثير : مركز phobos

: من A نحو 0

: المستقيم AO

$$a = a_n = \frac{v\,2}{r}$$

2) هو القانون II لنيوتن $\Sigma\vec{F} = m\,\vec{a}$

$$F_{M/p} = ma \Rightarrow \frac{GM_M.m_p}{r^2} = ma \Rightarrow a = \frac{GM_M}{r^2}$$

$$a = \frac{V^2}{r} \Rightarrow v^2 = a\,r = \frac{GM}{r^2}.\,r$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

3) أ / لدينا $T_p = \frac{2\pi r}{V}$

$$T_p^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_M} \Rightarrow \frac{T_p^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G M_M}$$

و هو قانون III لكبلر KEPLER

$$\frac{T_p^2}{r^3} = \frac{40}{6,67\ 10^{-11} \times 6,42\ 10^{23}} = 9,92\ 10^{-23}$$

ج /

$$T_p^2 = 9,92\ 10^{-13} \times r^3$$

$$T_p = 9,92 \times 10^{-13} \times (9,38 \times 10^6)^3$$

$$T_p = 2,76 \times 10^4\ s \cong 7\ h\ 40\ min$$

4) أ / بما أن القمر الإصطناعي يبقى ثابت بالنسبة لنقطة ما من الكوكب Mars فإنه يعتبر قمر جيومستقر . فهذا القمر يدور في مستوى خط الإستواء للكوكب Mars

ب / دور هذا القمر T_1 هو نفسه دور الكوكب Mars $T_1 = T_M = 24\ h\ 37\ min$

ملاحظة : كل الأقمار جيومستقرة تحقق الشروط التالية

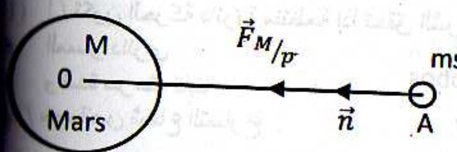
1 / تدور في مستوى خط الإستواء للكوكب

2 / نفس جهة دوران الكوكب

3 / مدار دائر و سرعة ثابتة

4 / دوره T_s نفس دور الكوكب حول نفسه

3 #



1) أ / المرجع : جيومركزي

ب / طبيعة القوة : قوة الجذب

خصائصها :

نقطة التأثير : مركز القمر الإصطناعي

- الإتجاه : من A نحو 0
- الحامل : المستقيم AO
- العبارة : $\vec{F}_{T/s} = \frac{G\ M.m}{r^2}\vec{n}$

2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = \vec{p}$

$$ma = m\,g \Rightarrow a = g$$

نعلم أن $v^2 = a.r = g.r$ و $g = g_0 (\frac{R}{r})^2$

و منه $v^2 = g_0 \frac{R^2}{r^2} . r = g_0 \frac{R^2}{r}$

$$\Rightarrow v^2 = R^2 \frac{g_0}{(R+n)} \quad (1)$$

ب / نعلم أن

$$v = \omega r$$

$$v^2 = \omega^2 (R+h)^2$$

من (1) $v^2 = R^2 \frac{g_0}{(R+n)}$

نعوض في (2)

$$\ldots = \omega^2 (R+h)^2 \Rightarrow (R+h)^3 = \frac{R^2}{\omega^2} \cdot g_0$$

$$R + h = \left[(\frac{R}{\omega})^2 \times g_0\right]^{\frac{1}{3}} \Rightarrow h = \left[(\frac{R}{\omega})^2 . g_0\right]^{\frac{1}{3}} - R$$

- حساب h .

$$h = \left[(\frac{6370 \times 10^3}{8,055 \times 10^{-4}})^2 .9,8\right]^{\frac{1}{3}} - 6370\ 10^3$$

$$h \cong 2124 \times 10^3\ m = 2124\ k\ m$$

ج / حساب V

$$V = \omega\,(R+h)$$

$$V = 8,055\ 10^{-4}\ [(6370 + 2124)10^2] = 6842\ ms^{-1}$$

حساب g

$$g = g_0 (\frac{R}{R+h})^2$$

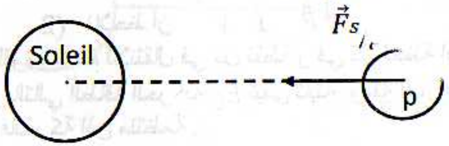
$$g = 9,8 (\frac{6370}{6370+2124})^2$$

$$g = 5,51\ ms^{-2}$$

4 #

1) المرجع المناسب لدراسة حركة الكواكب حول الشمس هو : هليومركزي Heliocentrique مركزه مركز الشمس و ثلاثة محاور موجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة

2) عبارة قوة الجذب $\vec{F}_{S/p}$



$$F_{S/p} = \frac{G\ M_S M_p}{r^2}$$

3) أ / حسب القانون الثاني لنيوتن

$$\Sigma \vec{F} = M_p . \vec{a}$$

$$F = M_p . a$$

$$\frac{GM_S.M_p}{r^2} = M_p . a$$

$$a = \frac{G\ M_s}{r^2} \Rightarrow a = G\ M_s . \frac{1}{r^2}$$

ب / عبارة A : $A = G\ M_s$

4) البيان $a = f(\frac{1}{r^2})$ عبارة عن خط مستقيم يشمل المبدأ معادلته من شكل

$$a = A . \frac{1}{r^2}$$

حيث A (معامل التوجيه) .

$$A = \frac{\Delta a}{\Delta (\frac{1}{r^2})} = \frac{14.10^{-3} - 0}{(10,2-0)10^{-23}} \Rightarrow A = 1,37\ 10^{20}\ m^3\ s^{-2}$$

$$A = G\ M_s \Rightarrow M_s = \frac{A}{G}$$

$$M_s = \frac{1,37 .10^{20}}{6,67 .10^{-11}} \cong 2 \times 10^{30}\ kg$$

5) أ / لحساب أنصاف الأقطار نستعمل قانون III لكبلر

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G M_s} = \frac{4\pi^2}{A}$$

$$r = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}} . (A)^{\frac{1}{3}}$$

كوكب	Jupiter	Mars	Terre
T (s)	$3,78\ 10^8$	$5,94\ 10^7$	$3,16\ 10^7$
r (m)	$7,78 . 10^{11}$	$2,28 . 10^{11}$	$1,5\ 10^{11}$

ب / لتحديد الكوكب نبحث عن كتلة الكوكب Mp

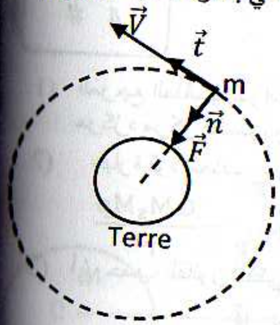
$$F_{s/p} = \frac{G.M_s\ Mp}{r^2} \Rightarrow Mp = \frac{F_{s/p}.r^2}{G M_s} = \frac{F_{s/p}\ r^2}{A} \Rightarrow Mp = \frac{42.10^{22}}{1,37\times10^{20}}.r^2$$

$$Mp = 3065,7 . r^2$$

بالتعويض في كل حالة نجد

كوكب	Jupiter	Mars	Terre
M (kg)	$1,855\times10^{27}$	$1,593\times10^{26}$	$6,897\times10^{25}$

بالمقارنة بين الكتل المعطاة والكتل الناتجة للكواكب نجد أن الكوكب المعني بالدراسة هو jupiter.



5

1) $\vec F = \frac{G M m}{(R+Z)^2}\vec n$

2) نلاحظ أن $\vec F \perp \vec V$ إذن في كل لحظة و في كل نقطة $W_{\vec F} = 0$

القوة معامدة للإنتقال

وبالتالي الطاقة الحركية E_C تبقى ثابتة ومنه السرعة هي أيضا ثابتة

فالحركة إذن منتظمة .

هام جدا : من خصائص الحركة الدائرة المنتظمة ($\vec F \perp \vec v$)

3) حسب قانون II لنيوتن $\Sigma\vec F = m\vec a$

$$F = ma \Rightarrow \frac{G Mm}{(R+Z_1)^2} = ma \Rightarrow a = \frac{G M}{(R+Z_1)^2} \Rightarrow a = a_n = \frac{v_1^2}{(R+Z_1)}$$

$$\Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{G M}{(R+Z_1)}}$$

نلاحظ أن السرعة مستقلة عن كتلة القمر الأرض

4) القمر الثاني يتحرك في نفس مدار الأول وعليه فسرعته مساوية لسرعة الأول ($V_2 = V_1$)

السرعة متعلقة إلا بالارتفاع ومستقلة عن كتلة القمر كما لوحظ في الإجابة السابقة.

أما طاقتهما الحركية فمختلفة. فطاقة الثاني ضعف طاقة الأول :

$$E_{C2} = \frac{1}{2}\ m_2\times V_2^2 = \frac{1}{2}\ 2m_1\times V_1^2 = 2\left(\frac{1}{2}\ m_1\times V_1^2\right) = 2E_{C1}$$

5) عندما يتغير الإرتفاع تتغير السرعة

$$V_1^2 = \frac{G M}{(R+Z_1)}$$

$$V_3^2 = \frac{G M}{R+Z_3}$$

$$V_3 = \frac{1}{2}V_1 \Rightarrow V_3^2 = \frac{1}{4}V_1^2$$

$$\frac{G M}{(R+Z_3)} = \frac{1}{4}\ \frac{G M}{(R+Z_1)}$$

$$(R+Z_3) = 4(R+Z_1)$$

$$Z_3 = 3R + 4Z_1$$

$$Z_3 = (3\times6380 + 4\times600) = 21540\ k\,m$$

6

1) لدراسة الأقمار الأرضية المرجع المناسب هو جيوالمركزي

2) قمر جيومستقر هو القمر الإصطناعي الذي يبقى ثابث بالنسبة لنفس نقطة من سطح الأرض . فهو ثابت إذا في المرجع الأرضي

3) الدور هي المدة الزمنية التي يستغرقها القمر لإكتمال مداره (زمن دورة واحدة كاملة)

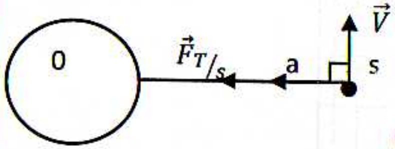
القمر جيومستقر دوره T هو نفس دور الأرض حول نفسها T_0 حيث $T = T_0 \cong 86164\ s$

4) أ - مدار بيان 2 لا يتمشى و قوانين الكيكانيك

بحيث نعلم أن القوة التي تطبقها الأرض على القمر مركزية موّجهة نحو مركزها وعليه مركز المدار الدائري هو مركز الأرض و ليس هو الحال فيما يخص هذا المدار

ب/ المدار الموافق لقمر جيومستقر هو البيان 1 لأنه يشمل خط الإستواء

5) بما أن قوة ناضمية موجهة نحو المركز o فإن شعاع التسارع a ناظمي أيضا و بما أن $\vec a \perp \vec v$ في كل لحظة فإنها من خصائص الحركة دائرية المنتظمة



ب / حساب القانون الثاني لنيوتن $\Sigma\vec F = m\vec a$

$$F = ma$$

$$\frac{G M}{(n+h)^2} = ma$$

$$a = \frac{G M}{(R+h)^2}$$

و ان

$$a = \frac{v^2}{(R+h)} \Rightarrow v^2 = a(R+h)$$

$$v^2 = \frac{G M}{(R+h)^2}.(R+h) = \frac{G M}{(R+h)}$$

ج / عبارة h بدلالة (T , R , M , G)

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{V}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^2}{V^2}$$

$$T^2 = \frac{4\pi\ (R+h)^2}{\frac{G M}{(R+h)}} = \frac{4\pi^2}{G M}(R+h)^3$$

$$(R+h)^3 = \frac{T^2.GM}{4\pi^2}$$

2) الحركة دائرية (مدار دائري اي المسافة بين القمر و الأرض تبقى ثابتة) منتظمة (السرعة المماس للقمر تبقى ثابتة و شعاع التسارع موجه دائما نحو مركز الأرض o)

3) بإستعمال القانون الثاني لنيوتن : $F = \frac{G M_T ms}{(R+h)^2} = ms.\, g$

- عبارة حقل الجاذبية على إرتفاع h $\quad g = \frac{G M_T}{(R+h)^2}$

- عبارة حقل الجاذبية على سطح الأرض $\quad h = 0$

$$g_0 = \frac{G M_T}{R^2} \Rightarrow \frac{g}{g_0} = \frac{\frac{G M_T}{(R+h)^2}}{\frac{G M_T}{R^2}} = \frac{R^2}{(R+h)^2} = \left(\frac{1}{1+\frac{h}{R}}\right)^2$$

و بإستعمال العلاقة $\left(\frac{1}{1+\varepsilon}\right)^2 \cong 1 - 2\,\varepsilon$ حيث $\varepsilon = \frac{h}{R}$

$$\frac{g}{g_0} \cong 1 - 2\frac{h}{R} \Rightarrow g \cong g_0\left(1 - 2\frac{h}{R}\right)$$

4) $$T = \frac{2\pi(R+h)}{V}$$

و لدينا $$V = R\sqrt{\frac{g_0}{R+n}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^2}{V^2} = \frac{4\pi^2(R+h)^2}{R^2\,\frac{g_0}{(R+h)}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{R^2 . g_0}$$

نضرب البسط و المقام بالعدد R

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{R^2 g_0} \times \frac{R}{R} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 R}{g_0}\left(\frac{R+h}{R}\right)^3 = \frac{4\pi^2 R}{g_0}\left(1+\frac{h}{R}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$T \cong 1\text{ h } 30\text{ min}$$

5) أ / النسبة $\frac{T^2}{(R+h)^3}$ هو قانون الثالث لكبلر

ب / نعلم أن $$\frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{4\pi^2}{G . M_T}$$

$$M_T = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{T^2 . G}$$

$$M_T = \frac{40\,[(6400+250)10^3]^3}{(1,5 \times 3600)^2 \times 6,67\ 10^{-11}}$$

$$M_T \cong 6 \times 10^{24}\text{ kg}$$

$$h = \left(\frac{T^2\, G\, M}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$$

د / حساب h

$$h = \left(\frac{6,67 . 10^{-11} \times 5,98 . 10^{24} \times (86164)^2}{40}\right)^{\frac{1}{3}} - 6,37\ 10^6$$

$$h \cong 3,58 . 10^7\text{ m} \cong 35,800\text{ km}$$

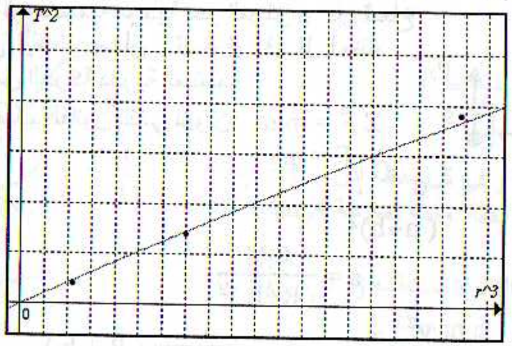
نتكلم على مدار جيومستقر لأن كل الأقمار الجيوالمستقرة تتحرك على نفس المدار على علو $h \cong 36000$ km .

 # 7

1) أ / حساب T^2 و r^3

القمر	Oberon	Titania	Umbriel	Ariel	Miranda
T^2 (j^2)	181,20	57,79	17,17	6,35	2,00
r^3 (10^{24}km)	198	82,8	18,8	7,0	2,2

ب / أرسم البيان $T^2 = f(r^3)$



2) أ / البيان $T^2 = f(r^3)$ عبارة عن خط مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل

$$T^2 = A r^3$$

حيث ثابت $A = \frac{T^2}{r^3}$ A (معامل التوجيه)

$$A = \frac{\Delta T^2}{\Delta r^3} = \frac{181,2 \times 24^2 \times 3600^2}{148\ 10^{24}}$$

$$A = 6,83 \times 10^{-15}\ s^2\ . m^{-3}$$

ب / حسب قانون الثالث لكبلر

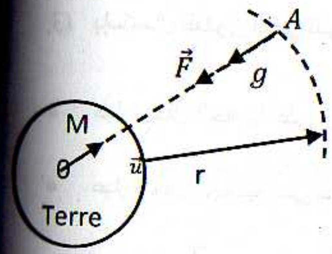
$$M_U = \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G . M_4} \Rightarrow M_U = \frac{4\pi^2}{G} . \frac{r^3}{T^2} \Rightarrow M_U = \frac{G\pi^2}{G} . \frac{1}{A}$$

$$\frac{40}{6,67\ 10^{-11}} \times \frac{1}{6,83\ 10^{-\pi 5}} \Rightarrow M_U = 87,8 . 10^{24}\text{ kg}$$

 # 8

1) $$F_{T/s} = \frac{-G M_T . m_s}{(R+h)^2}\ \vec{n}$$

1) خصائص :
- نقطة التأثير : نقطة A
- الإتجاه : AO
- الجهة : من A نحو 0
- العبارة : $\vec{F} = -\frac{G\,M\,m}{r^2}\vec{u}$



2) خصائص الحقل g :

$$\vec{F} = m\,\vec{g} \quad \Rightarrow \quad \vec{g} = -\frac{G\,M}{r^2}\vec{u}$$

$\vec{g}$ موازية للقوة نفس الإتجاه و جهة القوة

شدتها : $g = \frac{G\,M}{(R+h)^2}$

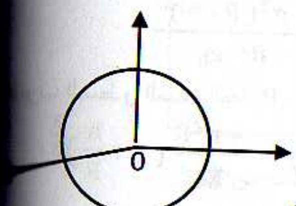
إيجاد قيمة g_0 على سطح الأرض $h = 0$

$$g_0 = \frac{G\,M}{(R+h)^2} = \frac{6{,}67\ 10^{-11}\times 6\ 10^{27}}{(6400\ 10^3)^2}$$

$$g_0 = 9{,}8\ N\ Kg^{-1} = 9{,}8\ ms^{-2}$$

3) أ / مرجع جيومركزي يستعمل لدراسة الأقمار الصناعية حول الأرض مركزه الأرض و ثلاثة محاور موجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة

الجملة : القمر الإصطناعي



ب / بما أن قوة الجذب نظامية موجهة نحو المركز

فإن $\vec{F}\,.\,\vec{V} = 0$ (متعامدان)

إذا عمل القوة $W_F = 0$ و منه فإن الطاقة الحركية للقمر ثابتة إذا سرعته ثابتة

الخلاصة إذا كانت السرعة ثابتة فالحركة منتظمة

ج / بما أن حركة القمر دائرية منتظمة : $a = a_n = \frac{V^2}{r}$ حيث $a_n = g = \frac{G\,M}{r^2}$

فإن $v = \sqrt{\frac{G\,M}{r}}$ و $v^2 = \frac{GM}{r}$

عبارة الدور T : $T = \frac{2\pi r}{V}$

$$T = \frac{2\,\pi\,r}{\sqrt{\frac{GM}{r}}} \quad .....(1)$$

إيجاد عبارة : ثابت = $T^2\,r^{-3}$

من (1) $T^2 = \frac{4\,\pi^2 r^3}{GM}$

ثابت = $T^2\,r^{-3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow \frac{T^2}{T^3} = \frac{4\,\pi^2}{GM}$ و هو قانون الثالث لكبلر

- حساب V و T

$$h = 250\ km = 2{,}50\ 10^5\ m$$
$$R = 6400\ km = 64{,}5\ 10^5\ r$$
$$r = R+h = 66{,}5\ 10^5\ m$$

$$V = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6{,}67\ 10^{-11}\times 6\,10^{24}}{66{,}5\ 10^5}} = 7760\ m\ s^{-1}$$

$$T = \frac{2\,\pi\,(R+h)}{V} = \frac{6{,}28\ (66{,}5\ 10^5)}{7760}$$

$$T \cong 5400\ s \cong\ 1^h\ 30\ min$$

4) فيما يخص القمر Lune بما أن ثابت T^2r^{-3} لكوكب ما فإن : $T_L^2 . r_L^{-3} = T^2 . r^{-3}$

$$r_L^{-3} = \frac{T_L^2}{T^2 . r^{-3}} = r_L = \left(\frac{T_L}{T}\right)^{\frac{2}{3}} . r$$

$$T_L = 28j \cong 28 \times 24 \times 3600 = 2419200\ s$$

$$r_L = \left(\frac{249200}{5400}\right)^{\frac{2}{3}} \times 66{,}5\ .10^5$$

$$r_L = 3{,}89 \times 10^8\ m = 389000\ Km$$

5) أ / حسب عبارة الطاقة الكامنة E_P : $E_P = -\frac{GMm}{r}$

$r \to \infty \Leftarrow E_P = 0$ إذا المرجعية ($E_P = 0$) تأخذ عند لا نهاية (و ليس سطح الأرض كالعادة)

ب / عبارة E_M : $E_M = E_P + E_C$

$$E_M = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}\,m\,\frac{GM}{r}$$

$$E_M = -\frac{1}{2}\,\frac{GMm}{r}$$

6) قوة الإحتكاك تنقص من الطاقة الميكانيكية للقمر الإصتناعي $E_2 < E_1$

$$-\frac{1}{2}\,\frac{GMm}{r_2} < -\frac{1}{2}\,\frac{GMm}{r_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r_2} > \frac{1}{r_1} \Rightarrow r_2 < r_1$$

الإرتفاع ينقص .

- فيما يخص السرعات V_2 و V_1 بصفة عامة $V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

بما أن $\frac{1}{r_2} > \frac{1}{r_1}$ فإن $V_2 > V_1$ (السرعة تزيد)

الخلاصة : قوى الإحتكاك تزيد من سرعة القمر (و هذا الأمر غير معتاد) لكن لا ننسى أن الإرتفاع ينقص فالقمر يكون أقرب إلى الأرض فدورانه يكون أسرع .

تمارين

01#

كرية صغيرة الأبعاد ، كتلتها m و كتلتها الحجمية ρ ، تسقط من نقطة "o" في اللحظة $t = 0$ دون سرعة ابتدائية داخل أنبوب طويل يحتوي على سائل كتلته الحجمية ρ'.

1) حدد القوى الثلاث التي تخضع لها الكرية. مثلها واعط عبارة كل قوة بدلالة (m m' g k v) مستعملا شعاع الوحدة $\vec{j}$.
برهن أن الكرية تُغمر داخل السائل .

2) المعادلة التفاضلية لحركة الكرية هي على شكل: $\frac{dv}{dt} + Av = B$

أ / ما هو القانون المستعمل لإيجاد هذه المعادلة ؟

ب / أعط عبارة A و B بدلالة (m ، k ، a ، ρ ، ρ').

ج / أوجد وحدة كل منهما .

د / ماذا تمثل النسبة $\frac{1}{A}$ ؟

هـ / أحسب السرعة الحدية للكرة .

3) ما هي عبارة حل المعادلة التفاضلية السابقة من بين :

a) $v(t) = \frac{B}{A} e^{-At}$ b) $v(t) = \frac{B}{A}(1 - e^{-At})$

c) $v(t) = \frac{B}{A}(1 - e^{At})$

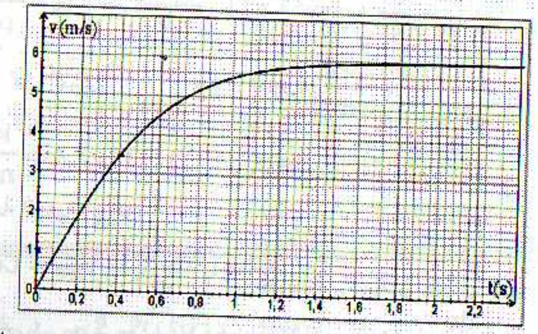
4) ارسم $v(t)$.

المعطيات : $k = 20\ kg\ s^{-1}$ ، $m = 20\ g$

$\frac{\rho'}{\rho} = 0,4$ ، $a = 10\ m\ s^{-2}$

02#

البيان التالي يمثل تغيرات سرعة سقوط كرة من البولسترين في الهواء حيث قطرها $d = 4\ mm$



1) أوجد بيانيا التسارع a عند اللحظتين $t_1 = 0$ و $t_2 = 0,4\ s$. ماذا تستنتج ؟

2) أكتب معادلة الغاز المثالي واستنتج عبارة الكتلة الحجمية للهواء ρ_{air} بدلالة (R ، P ، T ، M) حيث :

M : الكتلة المولية للهواء. $M = 29\ g\ mol^{-1}$

T : درجة الحرارة المطلقة. $T = 20^0$

R : ثابت الغازات المثالية. $R = 8,32\ j\ k^{-1}\ mol^{-1}$

3) ما هو إتجاه دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ وما مقدار شدتها المطبقة على الكرة ؟ $g = 10\ m\ s^{-2}$
قارن شدة $\vec{\pi}$ مع شدة الثقل $\vec{P}$. ماذا تستنتج ؟

4) أكتب المعادلة التفاضلية لحركة الكرة. عبارة قوة الإحتكاك $f = k v^n$.

5) أ / أوجد، بيانيا السرعة الحدية v_{lim} و ثابت الزمن τ .
ب / إستنتج مُعامل الاحتكاك و بيّن وحدته.

6) بإمكان تمثيل قوة الاحتكاك بالمعادلتين التاليتين : $f = k v$ و $f = k v^2$.
حدد المعادلة الصحيحة منهما ؟ علل .

7) تحقق من نتيجة السؤال الأول فيما يتعلق بـ a في اللحظة $t_1 = 0$.

8) برهن أن $f = P$ في حالة النظام الدائم.

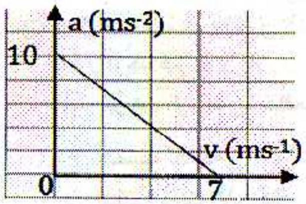
03#

كرة تنس (كتلتها $m = 2,50\ g$ ، قطرها $d = 3,8\ cm$) تسقط في الهواء بدون سرعة ابتدائية .

1) أحسب كتلة الهواء الذي تزيحه الكرة . ($\rho_{air} = 1,5\ kg\ m^{-3}$)

2) أحسب النسبة بين القوتين $\frac{P}{\pi}$. ماذا تستنتج ؟

3) مقاومة الهواء التي تتعرض لها الكرة أثناء السقوط من الشكل : $f = k v$
أ / مثل القوى المطبقة على الكرة.
ب / أكتب المعدلة التفاضلية لحركة الكرة.



4) يُعطي البيان المقابل تغيرات التسارع بدلالة السرعة.
استنتج بيانيا :
أ / السرعة الحدية للكرة.
ب/ ثابت الزمن τ ثم ثابت الاحتكاك k .
ج / قيمة التسارع الابتدائي (t = 0).

5) تحقق من نتيجة السؤال 4) ب/ باستعمال القانون الثاني لنيوتن.

6) أعط v (t) (حل المعادلة التفاضلية) ثم أرسمها .

7) مثل القوى عند اللحظات : $t_1 = 0\ s$ ، $t_2 = 0,75\ s$ ، $t_3 = 4\ s$.

04#

كرية معدنية كتلتها m ، قطرها $d = 2,1\ cm$ وكتلتها الحجمية ρ ، تسقط بدون سرعة ابتدائية داخل سائل كتلته الحجمية ρ' . ($g = 9,81\ ms^{-2}$)
خصائص هذا السائل توضح أن عبارة قوة احتكاك على الشكل : $f = 0,531\ v^2$.

1) برهن أن القانون الثاني لنيوتن يؤدي إلى العلاقة : $\frac{dv}{dt} = 8,49 - 13,1\ v^2$.

2) استنتج كلا من :
أ / السرعة الحدية v_{lim} .
ب / كتلة الكرية m .
ج / الكتلة الحجمية للسائل ρ' .

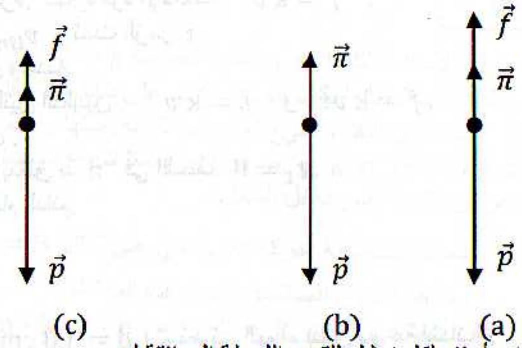
3) أحسب الزمن المميز لسرعة الحركة.

4) هل يمكن إهمال دافعة أرخميدس ؟

05#

تخضع كرية معدنية أثناء سقوطها من حالة السكون في الزيت إلى ثلاث قوى.

أخذ تمثيل القوى في اللحظات التالية : $t_1 = 0$ ، $t_2 =$ (نظام انتقالي) ، $t_3 =$ (نظام دائم) .



1) أرفق لكل تمثيل للقوى اللحظة الموافقة له

2) أ/ باستعمال نظرية مركز العطالة برهن أن المعادلة التفاضلية لحركة الكرية تُكتب على الشكل $\frac{dv}{dt} = -Bv^2 + A$.

ب/ أوجد عبارة A و B بدلالة $[m', m, k, g]$.

(m' كتلة الزيت المزاح) ، m (كتلة الكرية).

3) حل المعادلة السابقة من الشكل: $v(t) = 0,67\,(1 - e^{-2t})$ / v (m/s) ، t (s) .

أ/ أوجد قيم B و A .

ب/ برهن أن عبارة دافعة أرخميدس على شكل $\pi = p\,(1 - \frac{1}{g})$ ثم أحسبها.

ج/ أحسب النسبة $\frac{1}{B}$ ، واذكر ماذا تمثل ؟

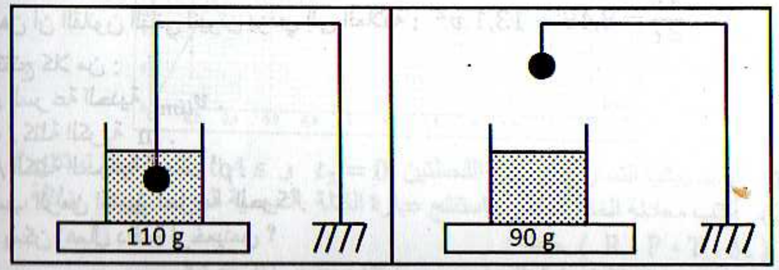
د/ استنتج ثابت الاحتكاك k وعيّن وحدته.

4) أحسب الجداء $B \times v_{lim}$ ، واذكر ماذا يمثل ؟

5) أحسب قوة الاحتكاك f عند اللحظة t = 3 s . ما هو التمثيل الموافق لهذه الحالة ؟

06#

كرة من الألمنيوم (نصف قطرها r = 1,7 cm ، كتلتها m وكثافتها d = 2,7) معلقة خارج بيشر يحوي 90 g من الماء. عندما ندخل الكرة في الماء يصبح الوزن الإجمالي 110g كما هو يُبيّن في الشكل (نُهمل توتر الحبل)



1) أ/ مثل القوى المطبقة على الكرة داخل الماء. علل عدم وجود قوة احتكاك.

ج/ استنتج شدة دافعة أرخميدس المطبقة على الكرة.

د/ أحسب كتلة m . ($\rho_o = 10^3\ kg\,m^{-3}$ ، ρ_o : الكتلة الحجمية للماء)

2) نُسقط الآن الكرة داخل إناء مملوء بالماء دون سرعة ابتدائية. فتتعرض لقوة احتكاك عبارتها $f = k v^2$ حيث $k = \frac{1}{2} c_x . \rho_o . S$ (S : سطح القرص ، $S = \frac{V}{R}$). (c_x : معامل يُطلب إيجاد قيمته ووحدته).

باستعمال القانون الثاني لنيوتن برهن أن:

أ/ التسارع الابتدائي a_0 يساوي $6,2\ m\,s^{-2}$.

ب/ عبارة السرعة الحدية تُعطى بالعلاقة $v_{lim} = \sqrt{\frac{m.a_0}{k}}$.

3) بعد 1,35s من سقوط الكرة تستقر سرعتها عند قيمة ثابتة ، استنتج :

أ/ ثابت الزمن τ.

ب/ مُعامل الاحتكاك k .

ج/ السرعة الحدية v_{lim} .

د/ المعامل C_x .

07#

اقترح الأستاذ على أربعة طلاب (ريان ، ماريا ، سارة وعادل) أثناء حصة أعمال تطبيقية دراسة سقوط كرة Ping-Pong في الهواء على مراحل ابتداء من السكون.

المعطيات :

$g = 9,8\ m\,s^{-2}$

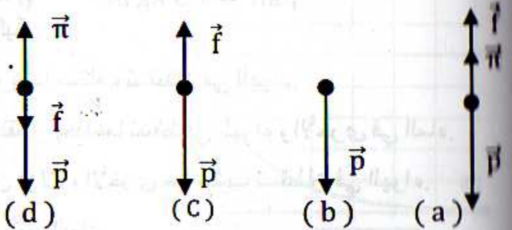
r : نصف قطر الكرة $r = 1,9\ cm$.

m : كتلة الكرة $m = 2,3\ g$.

ρ_{air} : الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air} = 1,3\ kg.m^{-3}$.

تتمثل المرحلة الأولى في تحديد وتمثيل القوى المطبقة على الكرة في اللحظة t $(0 < t < 5\tau)$.

بعد دقائق عرض كل طالب تمثيلا لتلك القوى فكانت النتائج التالية.



ريان	ماريا	سارة	عادل
a	b	C	d

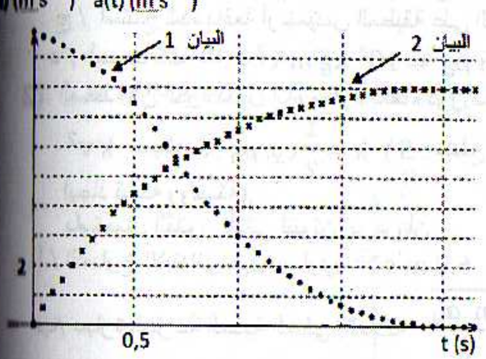
1) أوجد النسبة $\frac{P}{\pi}$. ماذا تستنتج ؟

2) لمن يعود الاقتراح الصحيح حسب المعطيات ؟ علل .

3) أين يكمُن خطأ الآخرين ؟

4) أكتب المعادلة التفاضلية لحركة الكرة علما أن عبارة قوة الاحتكاك على شكل $f = k v^2$.

3) البيان التالي يعبر عن تغيرات التسارع a (t) وتغيرات السرعة v (t) .



أ / حدد منحنى a (t) و v (t) مع التعليل.

ب / استنتج كلا من السرعة الحدية V_{lim} وثابت الاحتكاك k .

جـ / العبارة النظرية لمُعامل الاحتكاك على شكل $k_T = 0,22\ \pi\ \rho_{air}\ r^2$. أحسب k_T و قارنه مع k. ماذا تستنتج ؟

08

كرية (كتلتها m ، كتلتها الحجمية ρ ونصف قطرها r) تسقط في الهواء (كتلته الحجمية ρair) ما يُعرّضها إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ عبارتها على شكل $\vec{f} = -6\pi\eta r\vec{v}$ (قانون Stokes).

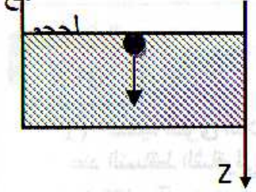
1) أكتب المعادلة التفاضلية لحركة الكرة على الشكل $\frac{dv}{dt}+\frac{1}{\tau}v=\frac{v_{lim}}{\tau}$ ثم أعط عبارة v_{lim} و τ .
2) بيّن أن $v(t) = Ae^{\alpha t}+B$ تحقق المعادلة التفاضلية والشرط الابتدائي ثم أكتب $v(t)$ بدلالة (t ، v_{lim} ، τ) .
3) استنتج :
أ / قيمة $v(t)$ عند النظام الدائم .
ب/ المدة التقريبية Δt لبلوغ النظام الدائم .
ج / $v(\tau)$.
4) ارسم المنحنى $v(t)$ (كيفي)
5) أحسب معامل اللزوجة للهواء η وحدّد وحدته علما بأن:

$$g = 9,8\ m\,s^{-2} \quad , \quad v_{lim} = 80\ m\,s^{-1} \quad , \quad r = 4,0\ cm$$
$$\rho_{air} = 1,3\ kg\,m^{-3} \qquad \rho = 7,2\ 10^3\ kg\,m^{-3}$$

6) أرسم تغيرات $v(t)$ في الحالات التالية :
أ/ لكرتين من نفس المادة ، نصف قطريهما مختلف تسقطان في الهواء.
ب/ لكرتين من نفس المادة ولهما نفس القطر إحداهما تسقط في الهواء والأخرى في الماء.
ج / لكرتين لهما نفس القطر إحداهما من فولاذ والأخرى من خشب تسقطان في الهواء.
أرسم تغيرات $v(t)$ في كل الحالات على نفس البيان.
7) معامل اللزوجة η للهواء رتبته 10^{-5} . ننصح بعدم استعمال قانون Stokes إذا كانت قيم السرعة كبيرة . ما رأيك ؟

09

بندقية خاصة يمكننا قذف كرة مماثلة لكرة المضرب في مسبح شاقوليا نحو الأسفل بسرعة ابتدائية $v_0 = 24\ m\,s^{-1}$. (كتلة الكرة $m = 100\ g$).

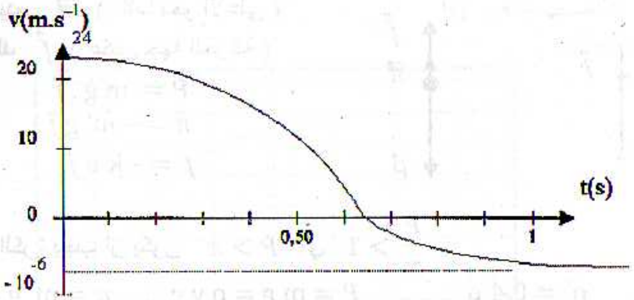


بسرعتها. معامل تناسبها h=0,25 s.I . كتلة حجم الماء (المزاح)

$g = 10\ m\,s^{-2} \qquad m' = 250\ g$

يُعطى البيان المقابل تغيرات سرعة الكرة في الماء بدلالة الزمن.

1) مثل القوى التي تخضع لها الكرة.
2) ما هي المعادلة التفاضلية لحركة الكرة ؟
3) حل المعادلة التفاضلية $v(t)$ من الشكل .



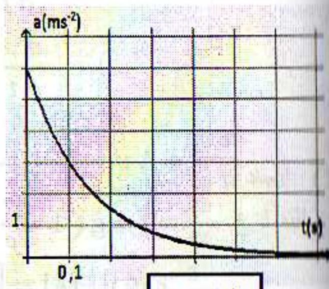
$$v(t) = v_0 e^{-\frac{h}{m}t} + \frac{g}{h}(m - m')(1 - e^{-\frac{h}{m}t})$$

أ / أعط عبارة السرعة الحدية v_{lim} للكرة .
ب / أوجد قيمتها بيانيا وحسابيا.
ج / أحسب ثابت الزمن τ.

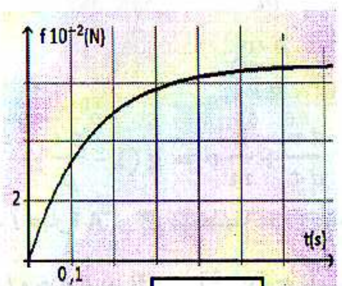
4) أ / ما هو اتجاه الكرة عند بلوغها السرعة الحدية ؟
ب / ما هو الزمن المستغرق من لحظة انغماسها في الماء إلى لحظة بدايتها تغير اتجاه حركتها ؟

مسألة

كرية كتلتها m = 11g قطرها d تسقط في مائع كتلته الحجمية $\rho = 2,6\ g\,cm^{-3}$، فتخضع إلى قوة إحتكاك $\vec{f} = -k\vec{v}$. بواسطة برمجية خاصة نتحصل على البيانين 1 و 2



البيان 1



البيان 2

1) حدد قيمة السرعة الإبتدائية عند اللحظة t = 0
2) أ /هل تخضع الكرية لدافعة أرخميدس ؟ علل .
ب / إذا كان الجواب بنعم ، حدد قيمتها
ج/استنتج قطر الكرية d
3) أحسب بيانيا الفرق $P - \Pi$
4) إستنتج كل من السرعة الحدية V_{lim} و معامل الإحتكاك k
5) ماهي شدة قوة الإحتكاك لما تصبح حركة الكرية مستقيمة منتظمة . $g = 9,81\ ms^{-2}$

الحلول

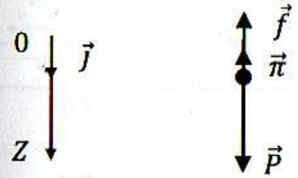
01#

1) تحديد القوى الثلاث:

عند التساقط الشاقولي لأي جسم في الماء (أو الهواء أو سائل) فإنه يخضع إلى ثلاث قوى.

- الثقل $\vec{P}$ (دائما نحو الأسفل)
- دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ (دائما نحو الأعلى)
- قوة الاحتكاك $\vec{f}$ (عكس جهة الحركة)

$$\vec{P} = m g . \vec{j}$$
$$\vec{\pi} = - m' g \vec{j}$$
$$\vec{f} = - k v \vec{j}$$



2) حتى تغمر الكرة يجب أن يكون $P > \pi$ أي $\frac{P}{\pi} > 1$

$\rho' = 0,4\rho$ $\quad P = m g = \rho v g$, $\pi = m' g = \rho' v g$

$\frac{P}{\pi} = \frac{\rho v g}{\rho' v g} = \frac{\rho}{0,4\rho} = 2,5$ $\quad \frac{P}{\pi} > 1$ ومنه الكرة تُغمر.

3) أ / للوصول إلى المعادلة التفاضلية نستعمل القانون الثاني لنيوتن :

حسب قانون الثاني لنيوتن : $\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$

بالإسقاط على محور في جهة الحركة : $P - \pi - f = m a$

$$m g - m' g - k v = m\frac{dv}{dt}$$
$$g - \frac{m'}{m} g - \frac{k}{m} v = \frac{dv}{dt}$$
$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g(1 - \frac{m'}{m})$$
$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g(1 - \frac{\rho' v}{\rho v})$$

$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g(1 - \frac{\rho'}{\rho})$ وعليه لدينا $\frac{dv}{dt} + A v = B$

ب / عبارة A و B بالمطابقة : $A = \frac{k}{m}$ ، $B = g(1 - \frac{\rho'}{\rho})$

ج / وحدة A و B : $[A] = [\frac{k}{m}] = [\frac{kg\,s^{-1}}{kg}] = [s^{-1}]$

$$[B] = [g(1 - \frac{\rho'}{\rho})] = [g] = [m s^{-2}]$$

د / يمثل $\frac{1}{A}$: $\frac{1}{A} = \frac{1}{\frac{k}{m}} = \frac{m}{k} = [s]$ الزمن المميز (ثابت الزمن τ)

هـ / عبارة السرعة الحدية (في حالة النظام الدائم) :

$v = v_{lim} =$ ثابت $\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$

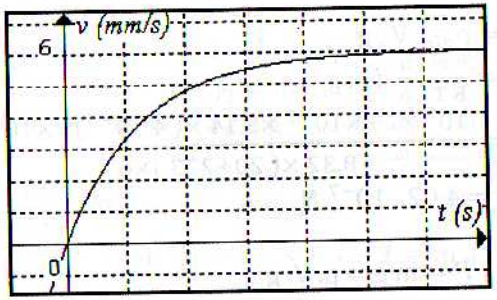
$$\frac{dv}{dt} + A v_{lim} = B \Rightarrow 0 + A v_{lim} = B \Rightarrow v_{lim} = \frac{B}{A} = \frac{m g}{k}(1 - \frac{\rho'}{\rho})$$

$$v_{lim} = \frac{20\,10^{-3} \times 10}{20}(1 - 0,4)$$

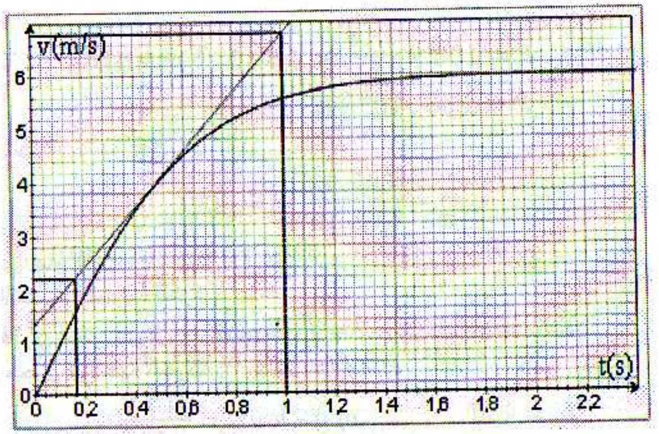
$$v_{lim} = 0,006\ m/s$$

4) العبارة الصحيحة هي (b .

5) رسم البيان:



02#



1) إيجاد قيمتا التسارع a في اللحظة t_1 و t_2 :

التسارع $a = \frac{dv}{dt}$ يمثل معامل التوجيه للمماس عند اللحظة t_1 و t_2.

$$a_1(0) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6-0}{0,6-0} = 10\ m s^{-2}$$
$$a_2(0,4) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6,8-2,2}{1,00-0,16} = 5,5\ m s^{-2}$$

التسارع في تناقص مع مرور الزمن.

2) معادلة الغاز المثالي:

$$P V = n R T \quad (1)$$

عبارة الكتلة الحجمية للهواء:

$\rho_{air} = \frac{m}{V}$ $\quad n = \frac{m}{M} = \frac{\rho_{air}}{M} V \quad (2)$

نُعوض (2) في (1) نحصل على

$$\rho_{air} = \frac{P\,M}{R\,T}$$

3) - اتجاه $\vec{\pi}$:

الإتجاه :شاقولي
الجهة: نحو الأعلى

- شدة $\vec{\pi}$:

$$\pi = \rho_{air} . V . g$$
$$\pi = \frac{P\,M}{R\,T} . \frac{\pi}{6} d^3 . g$$
$$\pi = \frac{10^5 \times 29 \times 10^{-3} \times 3{,}14 \times (4\,10^{-3})^3 \times 10}{8{,}32 \times (20+273) \times 6}$$
$$\pi = 4{,}02 . 10^{-7}\ N$$

- شدة $\vec{P}$:

$$P = m\,g = \rho . V . g$$
$$P = \rho . \frac{\pi}{6} d^3 . g$$
$$P = 100 \times \frac{3{,}14}{6} \times (4\,10^{-3})^3 \times 10$$
$$P = 3{,}35 . 10^{-5}\ N$$

- مقارنة شدة $\vec{P}$ بشدة $\vec{\pi}$:

$$\frac{P}{\pi} = \frac{3{,}35 . 10^{-5}}{4{,}02 . 10^{-7}} = 833$$

نُهمل دافعة أرخميدس أمام الثقل $(P >> \pi)$

4) المعادلة التفاضلية لحركة الكرة:

حسب قانون الثاني لنيوتن : $\Sigma \vec{F} = m\,\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}$

بالإسقاط على محور في جهة الحركة : $P - f = m\,a$

$$f = k\,v^n \qquad m\,g - k\,v^n = \frac{m\,dv}{dt}$$
$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v^n = g \qquad (3)$$

5) أ / إيجاد V_{lim} و τ بيانيا :

$$\tau = 0{,}6\ s \qquad v_{lim} = 6\ ms^{-1}$$

ب/ استنتاج k:

$$\tau = \frac{m}{k} \Rightarrow k = \frac{m}{\tau}$$
$$k = \frac{3{,}35 . 10^{-6}}{0{,}6} = 5{,}58 . 10^{-6}$$

6) العلاقة النظرية للسرعة الحدية :

$$v = v_{lim} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$$

من العبارة (4) $\quad 0 + \frac{k}{m} v_{lim}^n = g$

$$v_{lim}^n = \frac{m\,g}{k}$$

$$n = 1 \qquad v_{lim}^1 = \frac{m\,g}{k} = \frac{3{,}35 . 10^{-6} \times 10}{5{,}58\,10^{-6}} = 6\ m\,s^{-1}$$
$$n = 2 \qquad v_{lim}^2 = \frac{m\,g}{k}$$
$$v_{lim} = \sqrt{\frac{m\,g}{k}} = \sqrt{6} = 2{,}45\ m\,s^{-1}$$

بإستعمال البيان $v_{lim} = 6\ m\,s^{-1}$ و منه معادلة قوة الإحتكاك من الشكل $f = k\,.\,v$

7) التحقق من السؤال الأول :

في اللحظة $t_1 = 0$ ، $v_1 = 0 \Leftarrow f_1 = 0 \quad (f = k\,v^2)$

$$P - f_1 = m\,a_1$$
$$a_1 = 10\ m\,s^{-2} \Leftarrow a_1 = g \Leftarrow m\,g - 0 = m\,a_1$$

8) مقارنة P و عند النظام الدائم :

في حالة النظام الدائم $v = v_{lim} = \text{ثابت} \Leftarrow a = \frac{dv}{dt} = 0$

$$P - f = m . 0 = 0 \Leftarrow P - f = m\,a$$
$$f = P$$

03

1) كتلة الهواء المزاح m' :

$m' = \rho_{air} . V$ $\qquad$ V (حجم الهواء المزاح يساوي حجم الكرة)

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \frac{d^3}{8}$$
$$V = \frac{\pi}{6} d^3 = \frac{\pi}{6} (3{,}8 . 10^{-2})^3$$
$$V = 28{,}72 . 10^{-6}\ m^3$$
$$m' = \rho_{air} V = 1{,}3 \times 72{,}72\,10^{-6} = 37{,}34 . 10^{-6}\ kg$$

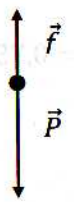
2) حساب $\frac{P}{\pi}$:

π قوة دافعة أرخميدس $\quad \pi = \rho_{air} . V . g = m' g$

$$\frac{P}{\pi} = \frac{m\,g}{m' g} = \frac{m}{m'} = \frac{2{,}50 . 10^{-3}}{37{,}3\,10^{-6}} = 784{,}5$$

نلاحظ أن $\frac{P}{\pi} > 100$ و منه يمكننا إهمال دافعة أرخميدس

3) أ / تمثيل القوى المطبقة على الكرة : (نُهمل دافعة أرخميدس)



ب / المعادلة التفاضلية لحركة الكرة :

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma \vec{F} = m\,\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}$

بالإسقاط على محور في جهة الحركة : $P - f = m\,a$

$$P - f = m \frac{dv}{dt}$$

المعادلة التفاضلية هي $\quad \frac{dv}{dt} - \frac{k}{m} v = g$

4) أ / السرعة الحدية للكرة :

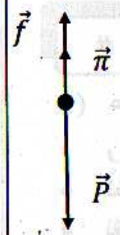
تبلغ السرعة القيمة الحدية عندما تبقى ثابتة وعليه فالتسارع $a = 0$

بيانيا عندما $a = 0 \Leftarrow v = v_{lim} = 7\ m / s$

ب / إيجاد ثابت الزمن τ وثابت الاحتكاك k :

1) الكرية تخضع لثلاث قوى :

الثقل $\vec{P}$ ، دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ و قوة احتكاك f $(f = k v^2)$



حسب القانون الثاني لنيوتن $\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$

بالإسقاط شاقوليا نحو الأسفل $P - \pi - f = a$

$$mg - m'g - k v^2 = m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{m'}{m}g - \frac{k}{m}v^2$$

$$\frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{\rho' v}{\rho v}\right) - \frac{k}{m}v^2$$

$$\frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) - \frac{0{,}531}{m}v^2$$

بالمطابقة $g\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) = 8{,}49$ $\quad \frac{0{,}531}{m} = 13{,}1$

2) استنتاج :

أ / v_{lim} : $\quad \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = v_{lim} =$ ثابت

$$0 = 8{,}49 - 13{,}1 \, . \, v_{lim}^2$$

$$v_{lim} = \sqrt{\frac{8{,}49}{13{,}1}} = 0{,}8 \, m\, s^{-1}$$

ب / الكتلة m :

لدينا $\frac{0{,}531}{m} = 13{,}1 \Leftarrow m = \frac{0{,}531}{13{,}1} = 40 \, . \, 10^{-3}$ kg

ج / الكتلة الحجمية للسائل ρ' :

لدينا $g\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) = 8{,}49$

$$\rho' = \rho\left(1 - \frac{8{,}49}{g}\right)$$

نحسب الكتلة الحجمية للكرة ρ

$$\rho = \frac{m}{v} = \frac{m}{\frac{\pi}{6}d^3} = \frac{40 \, .10^{-3}}{\frac{\pi}{6}(2{,}1 \, .10^{-2})^3} = 8{,}25.10^3 kg\, m^3$$

$$\rho' = 8{,}25.10^3\left(1 - \frac{8{,}49}{9{,}8}\right)$$

$$\rho' = 1{,}10 \, . \, 10^3 \; kg\, m^{-3}$$

3) الزمن المميز τ (ثابت الزمن) :

$$\tau = \frac{m}{0{,}531} = \frac{40 \, .10^{-3}}{531 \, .10^{-3}}$$

$$\tau = 0{,}075 \, s = 75 \, m\, s$$

4) لإهمال دافعة أرخميدس يجب أن تكون النسبة $\frac{P}{\pi} > 100$

$$\frac{P}{\pi} = \frac{m\, g}{m' g} = \frac{\rho\, v\, g}{\rho' v g} = \frac{\rho}{\rho'}$$

• حساب τ:

البيان $a = f(t)$ عبارة عن مستقيم لا يشمل المبدأ عبارته من الشكل

$$a = -A v + B$$

$$\frac{dv}{dt} = -A v + B$$

ولدينا العلاقة النظرية $\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v + g$

حيث (الميل) A : $\quad A = \frac{k}{m} = \frac{1}{\tau}$

$$-A = \frac{\Delta a}{\Delta v} = \frac{0 - 10}{7 - 0} = -1{,}43 \qquad A = 1{,}43 \, s^{-1}$$

و منه $\tau = \frac{1}{A} \Leftarrow \tau = \frac{1}{4{,}3} = 0{,}7 \, s$

• حساب k :

$$A = \frac{k}{m} \Rightarrow k = A \, . \, m$$

$$k = 1{,}43 \times 2{,}5 \, 10^{-3} = 3{,}75 \, 10^{-3} \, kg\, s^{-1}$$

د / حساب التسارع الإبتدائي a_0 :

بيانيا : $(t = 0)$ $\quad a_0 = 10 \, m\, s^{-2}$

حسابيا :

حسب القانون الثاني لنيوتن

$$P - f = ma \Rightarrow P - k v = ma$$

تسقط الكرة بدون سرع إبتدائية في لحظة $t = 0$ $\quad v = 0$

$$mg - k(0) = m\, a_0$$

$$m\, g = m\, a_0$$

$$a_0 = g = 10 \, m\, s^2$$

5) حل المعادلة $v(t)$:

$$v(t) = v_{lim}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$v(t) = 7\left(1 - e^{\frac{t}{0{,}7}}\right)$$

6) رسم القوى عند اللحظات:

• $t_1 = 0$

القوة الوحيدة المطبقة هي $\vec{P}$ $\quad f = 0$

• $t_2 = 0{,}75$

$$v(0{,}75) = 7\left(1 - e^{-\frac{0{,}75}{0{,}7}}\right) = 0{,}44 \, m\, s^{-2}$$

نظام إنتقالي $v(0{,}75) < v_{lim}$

$$f < P$$

• $t_3 = 4 \, s$

$$v(4) = 7\left(1 - e^{-\frac{4}{0{,}7}}\right) \cong v_{lim}$$

نظام دائم $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ القوى المتكافئة

$$f = P$$

$$\frac{P}{\pi}=\frac{\rho}{\rho'}=\frac{8,25\ 10^3}{1,1\ 10^3}=7,5<100$$

وعليه لا يمكن إهمال دافعة أرخميدس

05

1) عند اللحظة $t=0$ (تسقط الكرية من السكون) $v_0=0$ $\Leftarrow$ $f=0$ $(f=k\,v_0^2)$

وعليه تخضع الكرية إلى قوتين فقط $\vec P$ و $\vec \pi$ (تمثيل b)

- نظام إنتقالي: $\Sigma\vec F\neq\vec 0$ و $P>\pi+f$ (تمثيل c)
- نظام دائم : $\Sigma\vec F=\vec 0$ و $P=\pi+f$ (تمثيل a)

2) أ / عبارة المعادلة التفاضلية :

نظرية مركز العطالة $\Sigma\vec F=m\,\vec a \Rightarrow \vec P+\vec\pi+\vec f=m\,\vec a$

بالإسقاط على محور جهة الحركة $P-\pi-f=m\,a$

$$m\,g-m'g-k\,v^2=m\frac{d\,v}{d\,t}$$

$$\frac{d\,v}{d\,t}=-\frac{k}{m}v^2+g\left(1-\frac{m'}{m}\right)$$

ب / عبارة A و B :

$$B=\frac{k}{m} \quad \text{و} \quad A=g\left(1-\frac{m'}{m}\right)$$

3) أ / إيجاد قيم A و B :

بصفة عامة حل المعادلة من الشكل $v(t)=v_{lim}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)$

بالمطابقة $v_{lim}=0,67\ m/s$ $\quad \frac{k}{m}=2$

قيمة B: $B=\frac{k}{m}=2$

قيمة A:

لما كانت $v=v_{lim}=$ ثابت $\Leftarrow$ $\frac{d\,v}{d\,t}=0$

$$A=B\,v_{lim}^2 \Leftarrow 0=A-B\,v_{lim}^2 \Leftarrow \frac{d\,v}{d\,t}=A-B\,v^2$$

$$A=2\times(0,67)^2\cong 0,9$$

ب / عبارة وحساب دافعة الرخميدس π:

$$\pi=m'g$$

$$m'g=m\,g\left(1-\frac{A}{g}\right)$$

$$\pi=p\left(1-\frac{A}{g}\right)$$

$$\pi=20.10^{-3}\times9,8\left(1-\frac{0,9}{9,8}\right)=0,178\ N$$

ج / النسبة $\frac{1}{B}$: $\frac{1}{B}=\frac{1}{\frac{k}{m}}=\frac{m}{k}=\tau$

$\tau=\frac{1}{B}=\frac{1}{2}=0,5\ s$ (تمثيل ثابت الزمن)

د / حساب k : $\tau=\frac{m}{k} \Leftarrow k=\frac{m}{\tau}$

$$k=\frac{20.10^{-3}}{0,5}=40.10^{-3}$$

وحدة k : $[k]=\frac{[m]}{[\tau]}=\left[\frac{kg}{s}\right]$

4) حساب الجداء $B\times v_{lim}$:

$B\times v_{lim}=\frac{1}{\tau}\times v_{lim}=a_0$ (الجداء $B\times v_{lim}$ يمثل التسارع الإبتدائي)

$$B\times v_{lim}=\frac{v_{lim}}{\tau}=\frac{0,67}{0,5}=1,34\ m.s^{-2}$$

5) حساب قوة الاحتكاك f عند اللحظة $t=3\ s$:

$$f=k\,v^2$$

$$v(3)\cong v_{lim} \Leftarrow v(3)=0,67\,(1-e^{-2\times3})\cong 0,67\ m/s$$

$$f=k\,v^2=40.10^{-3}\times(0,67)^2$$

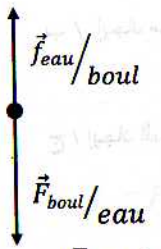
$$f=17,95.10^{-3}\ N$$

بما أن $v(3)\cong 0,67\ m/s \Leftarrow (3)\cong v_{lim}$

فنحن في النظام الدائم وعليه فالتمثيل المناسب هو (a).

6

1) أ/ القوى المطبقة على الكرة وعلى الماء:



$$\vec P=\vec F_{boul/eau}$$

$$\vec\pi=\vec f_{eau/boul}$$

ب/ حساب شدة الثقل :

$$F_{boul/eau}=\Delta m\,g=(110-90)\,10^{-3}\times10=0,2\ N$$

ج / حساب شدة دافعة أرخميدس :

في حالة توازن $\vec P+\vec\pi=\vec 0 \Leftarrow \Sigma\vec F=\vec 0$

بالإسقاط إلى الأسفل : $P-\pi=0$

$$\pi=P=0,2\ N$$

د / حساب m :

مقدار كتلة الكرة 20 g . بما أن كثافة مادة الكرة تساوي $d=2,7$

$$m=d\times20=2,7\times20=54\ g$$

2) أ / قيمة التسارع الابتدائي a_0 :

حسب القانون الثاني لنيوتن $\Sigma\vec F=m\,\vec a$: $\vec P+\vec\pi+\vec f=m\,\vec a$

بالإسقاط على جهة الحركة $P-\pi-f=m\,a$

عند اللحظة $t=0$ $\quad v=0 \Leftarrow f=0 \quad (f=k\,v^2)$

$$a_0 = \frac{P-\pi}{m} \quad \Leftarrow \quad P - \pi = m\, a_0$$

$$P = m\, g = 54.\,10^{-3} \times 10 = 54\, 10^{-2}\ \mathrm{N}$$

$$\pi = m' g = \rho_o V\, g = \rho_o .\, \frac{4}{3}\pi R^3 .\, g$$

$$\pi = 1000.\, \frac{4}{3}(3{,}14)\,(1{,}7.\,10^{-2})^3.10 = 20{,}57.\,10^{-2}\ \mathrm{N}$$

$$a_0 = \frac{P-\pi}{m} = \frac{54\,.10^{-2} - 20{,}57\ 10^{-2}}{54\,.10^{-3}} = 6{,}2\ m\, s^{-2}$$

ب / عبارة السرعة الحدية :

$$P - \pi - f = m\, a \quad \Rightarrow \quad m\, g - \pi - k\, v^2 = m \frac{d\, v}{d\, t}$$

$$v = v_{lim} = \text{ثابت} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\, v}{d\, t} = 0$$

$$m\, g - \pi - k\, v_{lim}^2 = m\,.\,0 = 0$$

$$v_{lim}^2 = \frac{m\, g - \pi}{k} = \frac{m}{m}\frac{(m\, g - \pi)}{k}$$

$$v_{lim}^2 = \frac{m}{k}\left(\frac{m\, g - \pi}{m}\right) = \frac{m}{k}.\, a_0$$

$$v_{lim} = \sqrt{\frac{m\, a_0}{k}}$$

3) أ / إيجاد ثابت الزمن τ:

عند استقرار السرعة نكون في بداية النظام الدائم وعندها

$$\tau = \frac{t}{5} = \frac{1{,}35}{5} = 0{,}27\ \mathrm{s} \quad \Leftarrow \quad 5\tau = t$$

ب / إيجاد معامل الاحتكاك k :

$$\tau = \frac{m}{k} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{m}{\tau} = \frac{54\,.10^{-3}}{0{,}27} = 0{,}2\ \mathrm{kg.}\, m^{-1}$$

ج / إيجاد السرعة الحدية :

$$v_{lim} = \sqrt{\frac{m\, a_0}{k}} = \sqrt{\frac{54\,.10^{-3} \times 6{,}2}{0{,}2}} = 1{,}3\ \ m\, s^{-1}$$

د / إيجاد المعامل C_x :

$$k = \frac{1}{2} c_x .\, \rho_o .\, S = \frac{1}{2} c_x .\, \rho_o .\, \pi R^2$$

$$C_x = \frac{2\, k}{\rho_o .\pi R^2} = \frac{2 \times 0{,}2}{1000 \times 3{,}14 \times (1{,}7\ 10^{-2})^2} = = 0{,}44$$

$$[C_x] = \frac{[R]}{[\rho_o]\,[R^2]} = \frac{[kg\,.m^{-1}]}{[kg\ m^{-3}]\ [m^2]} = 1$$

(C_x بدون وحدة)

7 #

1) إيجاد النسبة $\frac{P}{\pi}$:

$$\frac{P}{\pi} = \frac{m\, g}{m' g} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi\, r^3\, \rho_{air}} = \frac{3\, m}{4\, \pi\, r^3\, \rho_{air}}$$

$$\frac{P}{\pi} = \frac{3 \times 2{,}3\,.10^{-3}}{4 \times 3{,}14 \times (1{,}9 \times 10^{-2})^3 \times 1{,}3} = 62$$

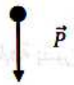
بما أن $\frac{P}{\pi} > 60$ فإنه بإمكان إهمال دافعة الأرخميدس

الاقتراح الصحيح : القوى المطبقة على الجسم هما الثقل $\vec{P}$ و قوة الإحتكاك $\vec{f}$

1) فالتمثيل الصحيح للطالبة سارة .

2) أخطا الآخرين :

- ريان : تمثيل لدافعة أرخميدس المهملة (خطأ)



- ماريا : لم تأخد بعين الإعتبار قوة الإحتكاك

- عادل : له خطآن
الأول : تمثيل دافعة الأرخميدس المهملة
الثاني : قوة إحتكاك معاكسة لجملة الحركة

3) المعادلة التفاضلية للحركة :

$$\Sigma \vec{F} = m\, \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{P} + \vec{f} = m\, \vec{a}$$

$$m\, g - k\, v^2 = m \frac{d\, v}{dt}$$

$$\frac{d\, v}{d\, t} + \frac{k}{m}\ v^2 = g$$

4) أ / تحديد المنحنيات :

عندما تكون $t = 0 \quad \Leftarrow \quad v = 0$ وعليه المنحنى (2) يمثل $v\,(\,t\,)$

عندما تكون $t = 0 \quad f = 0$

$$m\, g - 0 = m\, a \quad \Rightarrow \quad a = g$$

$a = g = 9{,}8\ m\, s^{-2}$ وعليه المنحنى (1) يمثل $a\,(\,t\,)$

ب /استنتاج السرعة الحدية v_{lim} :

عندما تكون $t > 2$ (نظام دائم) تكون $v = v_{lim} = 8{,}0\ m\, s^{-2}$

استنتاج ثابت الاحتكاك k :

التسارع معدوم لأن السرعة ثابتة وعليه $\Sigma\ F = 0 \Leftarrow P - f = 0 \Leftarrow f = P$

$$k\, v_{lim}^2 = m\, g$$

$$k = \frac{m\, g}{v_{lim}^2} = \frac{2{,}3\,.10^{-3} \times 9{,}8}{8^2} = = 3{,}5.\, 10^{-4}\ \ \mathrm{s.\,I}$$

ج / حساب k_T :

$$k_T = 0{,}22\, \pi\, \rho_{air}\, r^2 = 0{,}22 \times 3{,}14 \times 1{,}3 \times (\,1{,}9\ 10^{-2})^2$$

$$k_T = 3{,}3\ 10^{-4}$$

نلاحظ أن القيمتين متقاربتين

8 #

1) كتابة المعادلة التفاضلية :

حسب القانون الثاني لنيوتن $\Sigma \vec{F} = m\, \vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\, \vec{a}$$

$$P - \pi - f = m \frac{d\, v}{dt} \qquad (1)$$

$$P = m\,g = v\,\rho\,g = \frac{4}{3}\pi r^3 .\rho\,g$$

$$\pi = m'\,g = v\,\rho air\;g = \frac{4}{3}\pi r^3\;\rho air.\,g$$

$$f = 6\,\pi\,\eta\,r v$$

بالتعويض في(1) $\frac{4}{3}\pi r^3\rho\,g - \frac{4}{3}\pi r^3\rho air\;g - 6\,\pi\,\eta\,r v = \frac{4}{3}\pi r^3\rho\,.\frac{d\,v}{d\,t}$

بالقسمة على $\frac{4}{3}\pi r^3.\rho$ نحصل على المعادلة (1)

$$g - \frac{\rho air\;g}{\rho} - \frac{9}{2}\frac{\eta}{\rho\,r^2}\,v = \frac{d\,v}{dt}$$

$$\frac{d\,v}{d\,t} + \frac{9\,\eta}{2\,\rho\,r^2}\;v = g\,(1 - \frac{\rho air}{\rho})$$

بالمطابقة يتبين أن المعادلة على شكل $\frac{d\,v}{d\,t} + \frac{1}{\tau}\,v = \frac{v_{lim}}{\tau}$

إيجاد τ :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{9\,\eta}{2\,\rho\,r^2} \quad\Rightarrow\quad \tau = \frac{2\,\rho\,r^2}{9\,\eta}$$

إيجاد V_{lim} :

$$\frac{v_{lim}}{\tau} = g\,(1 - \frac{\rho air}{\rho})$$

$$v_{lim} = g\,(1 - \frac{\rho air}{\rho})\,\tau$$

$$v_{lim} = g\,(1 - \frac{\rho air}{\rho})\,\frac{2\,\rho\,r^2}{9\,\eta}$$

$$v_{lim} = \frac{2\,\rho\,g\,r^2}{9\,\eta}\,(1 - \frac{\rho air}{\rho})$$

2) التحقق من v (t) كحل للمعادلة التفاضلية :

$$v\,(t) = A\,e^{\alpha\,t} + B$$

لدينا في اللحظة $t = 0$ $\quad v = 0$

$$v\,(0) = 0 \quad\Rightarrow A\,.\,e^{\alpha 0} + B = 0$$

$$A.1 + B = 0 \quad\Rightarrow\quad B = -A$$

$$\frac{d\,v}{d\,t}(t) = .\,A\,e^{\alpha t}$$

نعوض الكل في المعادلة التفاضلية $\frac{d\,v}{d\,t} + \frac{1}{\tau} = \frac{v_{lim}}{\tau}$

$$\alpha\,.\,A\,e^{\alpha t} + \frac{1}{\tau}(A\,e^{\alpha t} - A) = \frac{v_{lim}}{\tau}$$

$$A\,e^{\alpha t}\;(\alpha + \frac{1}{\tau}) - \frac{A}{\tau} = \frac{v_{lim}}{\tau}$$

$$A\,e^{\alpha t}\,(\alpha + \frac{1}{\tau}) - \frac{1}{\tau}\,(A + v_{lim}) = 0$$

تكون هذه المعادلة صفرية إذا تحقق الشرط التالي :

$$\alpha + \frac{1}{\tau} = 0 \quad\Rightarrow\quad \alpha = -\frac{1}{\tau}$$

$$A + v_{lim} = 0 \quad\Rightarrow\quad A = -v_{lim}$$

$$v\,(t) = A\,e^{\alpha t} + B = A\,e^{\alpha t} - A$$

$$v\,(t) = -v_{lim}\,e^{-\frac{1}{\tau}t} - (-\,v_{lim})$$

$$v\,(t) = v_{lim} - v_{lim}\,e^{-\frac{1}{\tau}t} = v_{lim}\;(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})$$

3) أ / استنتاج قيمة v (t) عند النظام الدائم:

عند النظام الدائم $t \longrightarrow \infty$

$$\mathrm{Lim}_{t\to\infty}v\,(t) = \mathrm{Lim}_{t\to\infty}\,v_{lim}\;(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t})$$

$$\mathrm{Lim}_{t\to\infty}\,v_{lim}\,(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t}) = \mathrm{Lim}_{t\to\infty}\,v_{lim} - \mathrm{Lim}_{t\to\infty}\;e^{-\frac{1}{\tau}t})$$

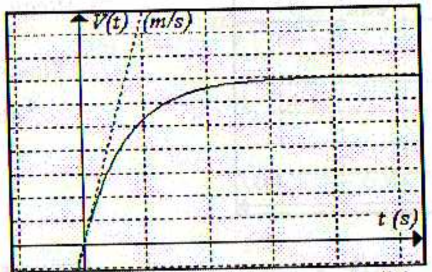
$$\mathrm{Lim}_{t\to\infty}\,e^{-t/\tau} = 0$$

و منه $\quad \mathrm{Lim}_{t\to\infty}v\,(t) = v_{lim}$

ب/ استنتاج المدة التقريبية Δt لبلوغ النظام الدائم : عند بلوغ النظام الدائم $\Delta t = 5\,\tau$

ج / استنتاج قيمة v (t) في اللحظة τ : $v\,(\tau) = 0{,}63\;v_{lim}$

د / استنتاج المنحنى v (t) :



4) حساب معامل اللزوجة للهواء η :

لدينا العلاقة السابقة $v_{lim} = \frac{2\,\rho\,g\,r^2}{9\,\eta}\,(1 - \frac{\rho air}{\rho})$

$$v_{lim} = \frac{2\,r^2\,g}{9\,\eta}\,(\rho - \rho air)$$

$$\eta = \frac{2\,r^2\,g}{9\,v_{lim}}\,(\rho - \rho air)$$

$$\eta = \frac{2\times(2\,10^{-2})^2\;9{,}8}{9\times 80}\;(7{,}2\,.\,10^3 - 1{,}3)$$

$$\eta = 7{,}8\,.10^{-2}\;kg\;m^{-1}s^{-1}$$

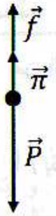
استنتاج وحدة معامل اللزوجة للهواء η :

$$[\eta] = \frac{[r^2]\,[g]}{[v_{lim}]}\,.\,[\rho]$$

$$[\eta] = \frac{m^2.m.s^{-2}}{m.s^{-1}}\,.\,kg\,m^{-3} = \frac{k\,g\;s^{-1}}{m}$$

5) رسم المنحنيات:

أ / الكرتان من نفس المادة لكن نصف قطريهما مختلف تسقطان في الهواء:



1) تمثيل القوى المطبقة على الكرة :

2) المعادلة التفاضلية :

$$\Sigma \vec F = m\vec a \Rightarrow \vec P + \vec \pi + \vec f = m\vec a$$

بالإسقاط على جهة الحركة $P - \pi - f = m a$

$$m g - m' g - h v = m\frac{d v}{d t}$$

$$m\frac{d v}{d t} + h v = g(m - ')$$

$$\frac{d v}{d t} + \frac{h}{m}v = g(1 - \frac{m'}{m}) \qquad (1)$$

3) أ / عبارة السرعة الحدية V_{lim}:

$$v = v_{lim} \Rightarrow \frac{d v}{d t} = 0$$

نعوض في العبارة (1) $0 + \frac{h}{m}v_{lim} = g(1 - \frac{m'}{m})$

$$v_{lim} = \frac{m g}{h}(1 - \frac{m'}{m})$$

$$v_{lim} = \frac{g}{h}(m - m')$$

ب/ قيمة السرعة الحدية v_{lim}:

بيانيا : $v_{lim} = -6$ m/s

حسابيا :

$$v_{lim} = \frac{g}{h}(m - m') \Rightarrow v_{lim} = \frac{10}{0,25}(0,1 - 0,255) = -6 \text{ m/s}$$

ج / حساب τ : $\tau = \frac{m}{h} = \frac{0,1}{0,25} = 0,4$ s

4) أ / اتجاه الكرة عند بلوغها السرعة الحدية :

عند ما تبلغ الكرة السرعة الحدية تبدأ في الصعود لأن الشارة السالبة (−6 m/s) تدل على أن اتجاه شعاع السرعة عكس اتجاه $\overrightarrow{OZ}$ فتتجه الكرة نحو سطح المسبح.

ب/ الزمن المستغرق من لحظة انغماسها في الماء إلى لحظة بدايتها تغير اتجاه حركتها:

بيانيا : عند صعود الكرة إلى السطح تنعدم سرعتها $v = 0 \Leftarrow t = 0,64$ s

حسابيا : نستعمل معادلة الحل

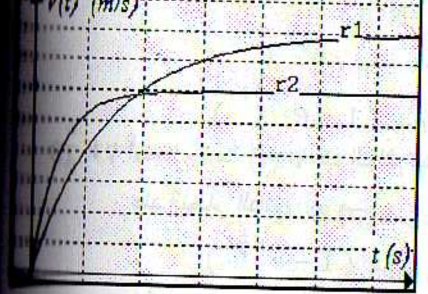
$$v(t) = v_0 e^{-\frac{h}{m}t} + \frac{g}{h}(m - m')(1 - e^{-\frac{h}{m}t})$$

$$0 = 24\, e^{-\frac{t}{0,4}} + \frac{10}{0,25}(0,1 - 0,25)(1 - e^{-\frac{t}{0,4}})$$

$$0 = 24\, e^{-2,5\,t} - 6\,(1 - e^{-2,5\,t})$$

$$0 = 30\, e^{-2,5\,t} - 6 \Rightarrow -2,5\,t = \text{Lin}\,0,2 \Rightarrow t = \frac{-1,6}{-2,5} = 0,64$$

$$\tau_n = \frac{2\rho}{9\eta}r_x^2 \text{ و } v_{lim}n = \frac{2g}{9\eta}(\rho - \rho air)\, r_x$$

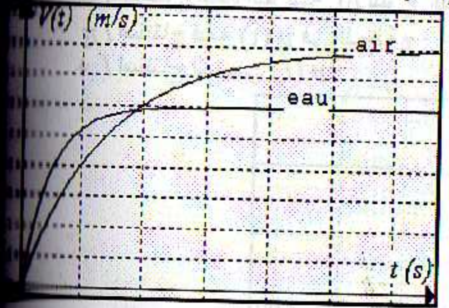


إذا كان $r_1 > r_2$ فإن $v_{lim}\,1 > v_{lim}\,2$ كما أن $\tau_1 > \tau_2$

ب/ الكرتان متماثلتان إحداهما تسقط في الهواء والأخرى في الماء:

لدينا العلاقتين السابقتين $\tau_{(n)} = \frac{2\rho r^2}{9\eta_x}$ و $v_{lim}(n) = \frac{2r\,g}{9\eta_x}(\rho - \rho_x)$

بما أن ρ_x هي الكتلة الحجمية للهواء أو الماء وأن η_x هو معامل اللزوجة للهواء أو الماء



وأن $\begin{cases}\rho_{eau} > \rho_{air}\\ \eta_{eau} > \eta_{air}\end{cases}$

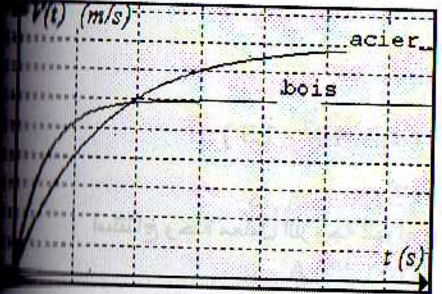
فإن v_{lim} air $> v_{lim}$ eau

كما أن $\tau_{air} > \tau_{eau}$

ج / الكرتان واحدة من فولاذ والأخرى من خشب تسقطان في الهواء:

لدينا العلاقتين السابقتين $\tau_x = \frac{2r^2\rho_x}{9\eta}$ و $v_{lim}x = \frac{2r\,g}{9\eta}(\rho_x - \rho air)$

بما أن ρ_x هي الكتلة الحجمية للخشب أو الفولاذ وأن $\rho_{acier} > \rho_{bois}$



فإن v_{lim} acier $> v_{lim}$ bois

كما أن $\tau_{acier} > \tau_{bois}$

6) بما أن رتبة η المحسوبة 10^{-2} لا توافق الرتبة 10^{-5} وأن السرعة $v_{lim} = 80 ms^{-1}$ الهواء كبيرة فمن المستحسن عدم استعمال قانون Stokes.

مسألة

1) من البيان 2 عند اللحظة $t = 0$ ، $f = 0$ و لدينا العلاقة

$$v(0) = \frac{f(0)}{k} = 0 \Leftarrow f(0) = kv(0)$$

2) أ / بتطبيق القانون الثاني للنيوتن $\sum\vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على جهة الحركة : $P - \Pi - f = ma$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا $f(0) = 0$ و $a(0) = 6ms^{-2}$

$$P - \Pi - 0 = ma$$

$$\Pi = P - ma = m(g - a)$$

بما أن $g > a \Leftarrow \Pi = m(g - a) \neq 0$ و منه لا يمكن إهمال دافعة أرخميدس .

$$\Pi = 11 .10\text{-}3\ (9,8 - 6)$$

ب/ $\Pi = 11 .10^{-3}\ (9,81 - 6) \cong 42\ .10^{-3}\,N$

ج / قطر الكرة : $\Pi = \rho V$ ، $V = \frac{\pi}{6}d^3$ ومنه $\Pi = \rho\frac{\pi}{6}d^3 \Leftarrow d = \sqrt[3]{\frac{6\,\Pi}{\rho\pi}}$

$$d = \sqrt[3]{\frac{6 \times 42 .10^{-3}}{2,6 \times 10^3 \times 3,4}} \cong 3,14 .10^{-2}\,m = 3,14\,cm$$

3) لدينا العلاقة السابقة :

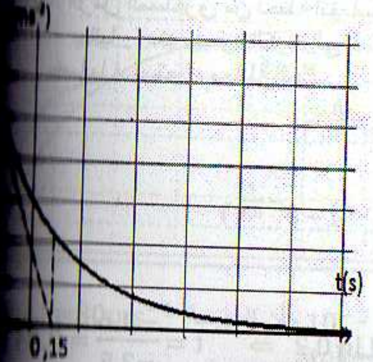
$$P - \pi = ma + f \Leftarrow P - \pi - f = ma$$

بيانيا لما $t = 0,1\,s$ ، $f = 0,33N$ و $a = 3ms^{-1}$

$$P - \pi = 11 .10^{-3}\,(3) + 0,033$$

$$P - \pi = 0,066\,N$$

4) من البيان 1 نستنتج قيمة الزمن المميز τ $\tau \cong 0,15\,s$



و لدينا العلاقة $a_0 = \frac{V_{lim}}{\tau}$

$$\Leftarrow V_{lim} = a_0 .\tau$$

$$V_{lim} = 6 \times 0,15 = 0,9\,ms^{-1}$$

حساب معامل الإحتكاك k

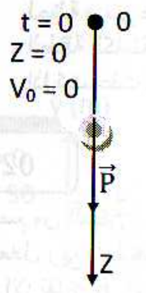
$$\tau = \frac{m}{k} \Rightarrow k = \frac{m}{\tau}$$

$$k = \frac{11 .10^{-3}}{0,15} = 0,074\,Kgs^{-1}$$

5) لما تصبح حركة الكرية مستقيمة منتظمة تبلغ نظامها الدائم عندئذ قوة الإحتكاك تبلغ قيمة ثابتة $f_{lim} = 0,065N$ (بيان2)

السقوط الحر في الفراغ

السقوط الحر لجسم صلب هو سقوطه تحت تأثير ثقل الجسم $\vec{P}$ فقط و بدون سرعة إبتدائية . و يتم ذلك في الفراغ المطلق أو في الهواء عندما يكون للجسم شكلا إنسيابيا و كثافته عالية بحيث يمكن إهمال تأثير الهواء عليه .

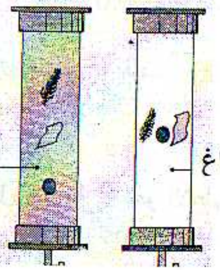


- الجملة : كرة
- المرجع : الأرضي
- محصلة القوى : $\sum\vec{F} = \vec{P}$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow P = ma$$

$$\Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g$$

في الفراغ (غياب مقاومة الهواء) كل الأجسام تسقط بنفس التسارع $(a = g)$ مهما كان حجمها أو شكلها



- $a = g$ (ثابت) و المسار شاقولي (مستقيم) فتصبح الحركة مستقيمة متغييرة بإنتظام
- المعادلة الزمنية : $Z = \frac{1}{2}gt^2 + V_0t + Z_0$

$$Z = \frac{1}{2}gt^2 \quad , V_0 = 0 \quad , Z_0 = 0$$

- معادلة السرعة : $V = gt + V_0$

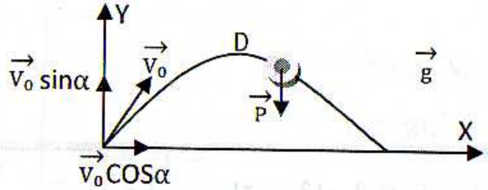
$$V = gt$$

- محذوفية الزمن : $V^2 - V_0^2 = 2g(Z - Z_0)$

حركة قذف بسرعة إبتدائية غير شاقولية

1) تتم الحركة داخل المستوى (o,x , y)

- لا يمكن دراسة حركة الجسم مباشرة داخل المستوى لدى نجزأ الحركة على المحور oy و ox
- ماذا نجزئ ؟ نجزئ المقادير الفيزيائية الثابتة :



الشروط الإبتدائية $\begin{pmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \end{pmatrix}$ 0

أ / السرعة الإبتدائية : V_0 $\quad V_0\left|\begin{array}{l} V_{0x}=V_0\cos\alpha \\ V_{0y}=V_0\sin\alpha \end{array}\right.$

ب / القوى : $\quad F\left|\begin{array}{l} F_x=0 \\ F_y=-P=-mg \end{array}\right.$

جـ / التسارع : $\quad a\left|\begin{array}{l} a_x=\frac{f_x}{m}=0 \\ a_y=\frac{f_y}{m}=-g \end{array}\right.$

2) طبيعة الحركة حسب قيم التسارع

- على المحور ox : $a_x=0$ ⇐ ثابت = $V = V_0\cos\alpha$ و منه الحركة مستقيمة منتظمة

$$x = V_0\cos\alpha \, . \, t + x_0 \qquad (1)$$

- على المحور oy : ثابت = $a_y = -g$ و منه الحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام
- المعادلة الزمنية : $y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha \, . \, t + y_0$ .....(2)
- معادلة السرعة : $V_y(t) = -gt + V_0\sin\alpha$ .....(3)
- محذوفية الزمن : $v_y^2 - (v_0\sin\alpha)^2 = 2g(y - y_0)$

3) **معادلة المسار** : $y = f(x)$

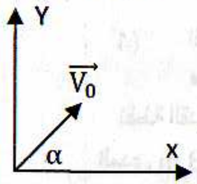
من المعادلة (1) $t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$ نعوضها في المعادلة (2)

$$y = -\frac{1}{2}\frac{g}{V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha \, . \, x$$

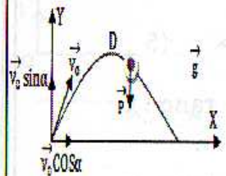
$y = f(x^2)$ من الدرجة الثانية عبارة عن قطع مكافئ

مثال (1)

نقذف جسم من نقطة o بسرعة $v_0 = 200\ ms^{-1}$ صانعة زاوية $\alpha = 30°$ مع الأفق .
نهمل قوى الإحتكاك و دافعة أرخميدس .



1) ما هي عبار التسارع a لحركة الجسم .
2) أكتب المعادلات $y(x)$, $y(t)$, $x(t)$
3) عند أي لحظة يبلغ الجسم أعلى إرتفاع . عين قيمة هذا الإرتفاع .
4) أ / أحسب بدلالة α و V_0 مدى القذف .
ب / أحسب زمن القذف $\qquad g = 10\ m/s$
5) نغير من قيمة الزاوية α و نثبث V_0 ، ما هي أقصى مسافة أفقية يصل إليه القذف ؟



1) القوة الوحيدة التي يخضع لها الجسم هي قوة الثقل

$$\sum\vec{F} = m\vec{a}$$

$$-P = ma \;\Rightarrow\; -mg = ma \;\Rightarrow\; a = -g$$

2) كتابة المعادلات :

الشروط الإبتدائية : $y_0 = 0 \quad x_0 = 0 \quad , \quad t = 0$

$V_0\left|\begin{array}{l} V_{0x}=V_0\cos\alpha \\ V_{0y}=V_0\sin\alpha \end{array}\right. \qquad \sum F\left|\begin{array}{l} F_x=0 \\ F_y=-P \end{array}\right. \qquad a\left|\begin{array}{l} a_x=0 \\ a_y=-g \end{array}\right.$

على المحور ox $a_x = 0$ ⇐ ثابت = V_x الحركة مستقيمة منتظمة .

$x = 172\,t$ ......(1) ⇐ $x = 200 \times 0{,}86\,t$ ⇐ $x = V_0\cos\alpha \, . \, t + x_0$

على المحور oy : ثابت = $a_y = -g$ ⇐ ح م م !

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha \, . \, t + y_0$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}\,10\,t^2 + 200 \times \frac{1}{2}t$$

$y(t) = 5\,t^2 + 100t$ ....(2)

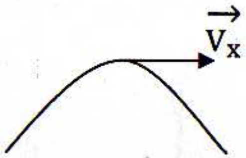
- معادلة المسار من (1) $t = \frac{x}{172}$

نعوضه في (2) $\quad y = 5\left(\frac{x}{172}\right)^2 + 100\left(\frac{x}{172}\right)$

$y = -17 \, .10^{-5}\,x^2 + 0{,}58\,x$ ....(3)

3) عند أقصى إرتفاع تكون السرعة أفقية موازية للمحور x و $V_y = 0$

$V = V_x = V_0\cos\alpha$ ⇐ $\vec{V} = \vec{V_x} + \vec{V_y}$



- على المحور oy الح م م ! .

$$V_y(t) = -gt + V_0\sin\alpha$$

$$0 = -5t + 100$$

$$t = \frac{100}{5} = 20\ s$$

الإرتفاع الموافق $h = y$: $V_y^2 - (V_0\sin\alpha)^2 = -2g(y - y_0)$

$$y = h = \frac{(V_0\sin\alpha)^2}{2g} = \frac{(100)^2}{2 \times 10}$$

$$y = h = \frac{(V_0 \sin\alpha)^2}{2g} = \frac{(100)^2}{2 \times 10}$$

$h = 500\ m$

4) المدى : هي مسافة أفقية من نقطة القذف إلى نقطة السقوط $y = 0$

- من المعادلة (3) : $y = -17.10^{-5}x^2 + 100x$

$$0 = x(-17.10^{-5} + 100) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{نقطة القذف} \\ x = 3411{,}8\ m & \text{المدى} \end{cases}$$

ب / الزمن الموافق : $x = 172\ t$

$$t = \frac{x}{172} = \frac{3411{,}8}{172} \cong 20s$$

5) حسب معادلة المسار (أنظر إلى الدرس)

$$y = -\frac{1}{2}\frac{g}{V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha . x$$

$$0 = -\frac{1}{2}\frac{g}{V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha . x$$

$$\frac{1}{2}\frac{g}{V_0^2\cos^2\alpha}x^2 = \tan\alpha . x$$

$$\frac{1}{2}\frac{g}{V_0^2}x = \sin\alpha.\cos\alpha$$

$$x = \frac{2V_0^2}{g} . \sin\alpha.\cos\alpha$$

نعلم أن $2\sin\alpha.\cos\alpha = \sin2\alpha$

$$x = \frac{V_0^2}{g} . \sin2\alpha$$

$V_0 =$ ثابت و $g =$ ثابت

لتكون $x = x_{max} \Leftarrow \sin2\alpha = 1 \Leftarrow x_{max} = \frac{V_0^2}{g}$

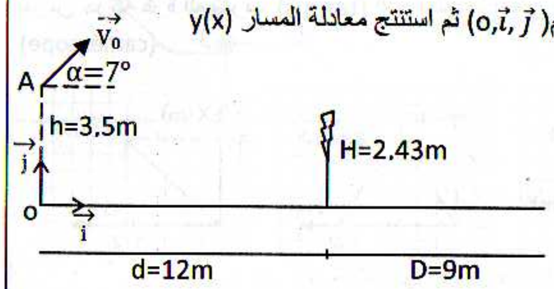
$$x_{max} = \frac{(200)^2}{10} = 4000\ m$$

ب / الزاوية الموافقة : $\sin2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = 90 \Rightarrow \alpha = 45°$

تمارين

01

في كرة الطائرة ، يقفز اللاعب على إرتفاع h و يضرب الكرة (الارسال) بسرعة $V_0 = 18\ m/s$ تصنع زاوية α مع الأفق. اللاعب يبعد مسافة d عن الشبكة ذات الارتفاع H ، وطول حقل الفريق الخصم D من الشبكة.



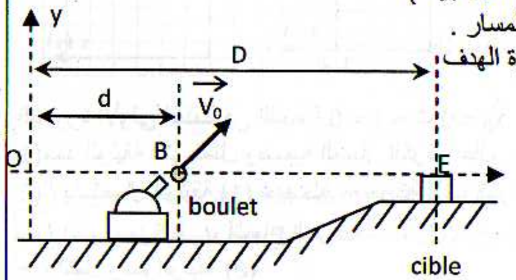
1) حدد الجملة المدروسة و مرجع دراستها .
2) أكتب المعادلات الزمنية $x(t)$ $y(t)$ في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ ثم استنتج معادلة المسار $y(x)$
3) أ/ في أي لحظة تمر الكرة فوق الشبكة.
ب/ على أي إرتفاع ؟ $g = 10\ m s^{-2}$
4) أ/ في أي لحظة تسقط الكرة على الأرض ؟
ب/ على أي بعد من o تسقط ؟
5) هل كان الإرسال جيدا ؟

02

يقذف مدفع من النقطة B كرة حديدية نعتبرها نقطية بسرعة V_0 تصنع زاوية $\alpha = 50°$ مع الأفق (انظر الشكل جيدا)

1) أكتب المعادلات الزمنية للحركة ، إستنتج معادلة المسار .
2) ما هي قيمة السرعة الإبتدائية V_0 حتى تصيب الكرة الهدف عند النقطة E

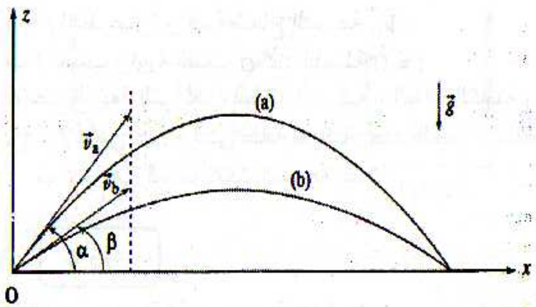
$g = 10\ ms^{-1}$ $d = 20\ m$ $D = 200\ m$



03

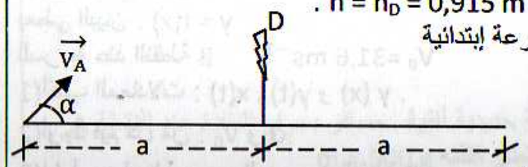
يقذف جسم بسرعة $V_0 = 200\ m/s$. إذا كان المدى $d = 250\ m$ أوجد :

1) زوايا القذف الممكنة .
2) قيمة الذروة ؟
3) المدة الزمنية التي استغرقها القذف ؟
4) سرعة إرتطام الجسم بالأرض .
5) أقصى مسافة أفقية .



04

ملعب طوله $d = 2a$ بوسطه توجد شبكة إرتفاعها $h = h_D = 0{,}915\ m$.
عند اللحظة $t = 0$ نقذف كرة نقطية من نقطة A بسرعة إبتدائية V_A تصنع زاوية α مع الأفق ($\alpha = 12°$) .
تلامس الشبكة عند النقطة D عندها تأخذ السرعة أدنى قيمة .



1) أكتب المعادلات الزمنية $x(t)$, $y(t)$ لحركة الكرة .
2) أ/ بإستعمال نظرية الطاقة الحركية بين النقطتين A و D ، برهن السرعة V_0 تكتب على الشكل :

$$V_0 = \frac{1}{\sin\alpha} \cdot \sqrt{2gh_D}$$

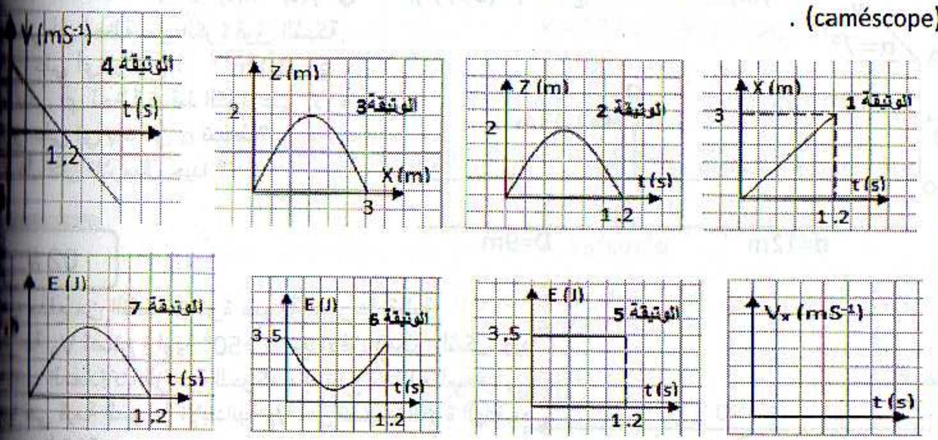
ب / أحسب قيمة V_0

3)أ / احسب t_D لحظة وصول الكرة إلى النقطة D .

ب / استنتج طول الملعب d .

05

ندرس حركة كرة المضرب (tennis) التي نعتبرها نقطية مادية . نصور حركة الكرة بواسطة (caméscope).



الصورة الأولى اخذت في اللحظة $t = 0$ حيث $x_0 = 0$ و $y_0 = 0$.

1)حدد الوثيقة التي تمثل وضعية المسار الكرة . علل

2)أ/ بإستعمال الوثيقة (1) حدد طبيعة حركة قذف الكرة على محور ox .أكمل الرسم المتبقي

ب / احسب مركبة V_A لشعاع السرعة

ج / اكمل رسم الوثيقة (8)

3)أ / اعط عبارة و قيمة شعاع السرعة $\vec{V_0}$

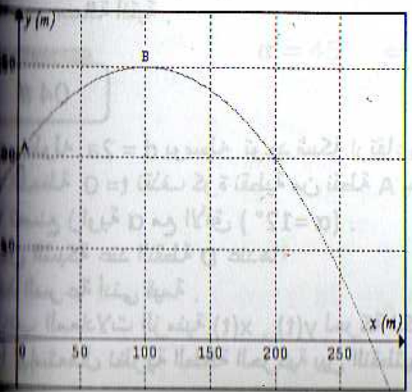
ب / احسب زاوية القذف α عند اللحظة $t = 0$

4)حدد الوثيقة التي تمثل الطاقة الحركية ، الطاقة الكامنة و الطاقة الميكانيكية.

5) أ / ماهي عبارة أدنى طاقة حركية .حدد اللحظة و الفاصلة الموافقين

ب / ما هي قيم مركبات السرعة عندئذ

06



يقذف جسم من نقطة A بسرعة V_0 تصنع زاوية α مع الأفق

يعطى البيان : $y = f(x)$

السرعة عند النقطة B $V_B = 31,6\ ms^{-1}$

1)أكتب المعادلات : $x(t)$, $y(t)$ و $y(x)$.

2)أوجد قيم كل من : V_0 و α.

3)أ / أوجد لحظة مرور الجسم من النقطة B .

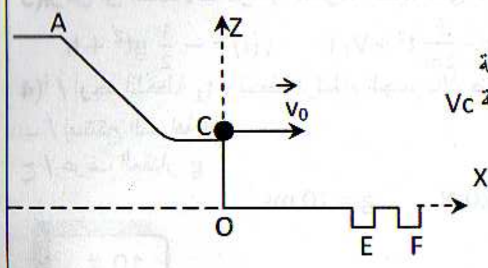
ب / كيف تكون حالة الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة

... النقطة B . علل .

بأي سرعة يرتطم الجسم بالأرض .

(يؤخذ عدد واحد بعد الفاصلة) . $g = 10\ ms^{-1}$

07



يقذف كرة minigolf (التي نعتبرها نقطية) من النقطة A بسرعة $V_A = 0,8\ m/s$ ، فتغادر المسار AC بسرعة Vc

$Z_A = 57\ cm$, $Z_C = 40\ cm$, $g = 9,8\ ms^{-2}$

$X_E = 0,57 m$, $X_F = 0,67 m$

بين أن سرعة الكرة V_C عند النقطة C تعطى بالعلاقة :

$V_C = \sqrt{2g\,(Z_A - Z_C) + V_A^2}$ ثم أحسب قيمتها .

ما هو المقصود بالمعلم الغاليلي ؟

أوجد عبارة التسارع الذي تخضع له الكرة عند مغادرتها النقطة C ، ماذا تستنتج ؟

أ / أكتب المعادلة الزمنية $Z(t)$ ، $x(t)$ ، $V_z(t)$ و $V_x(t)$

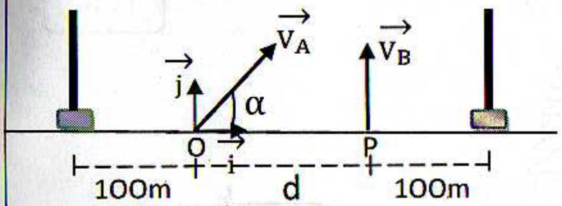
ب / استنتج معادلة مسار الكرة .(نهمل قوى الإحتكاك)

عند أي ثقب تقع الكرة ؟ و عند أي لحظة ؟

إشرح لماذا سرعة القذف V_0 أفقية عند مغادرتها النقطة C

08

في استعراض خاص نقذف صاروخين A و B البعد بينهما $d = 30\ m$ فينفجران بعد $t_1 = 4\ s$ من قذفهما. الصاروخ A يقذف بسرعة $\vec{V_A}$ تصنع زاوية α مع الأفق أما الصاروخ B يقذف شاقوليا بسرعة V_B



$V_A = 51,4\ m/s$; $V_B = 50\ m/s$

في معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ أكتب المعادلات الزمنية للصاروخين .ثم حدد مسار كل واحد منهما

أوجد زاوية الإنحراف α لسرعة الصاروخ V_A حتى يتم الإنفجار على الشاقول المار من النقطة P .

ما هي المسافة التي تفصل بين الصاروخين أثناء الإنفجار ؟

توضع حواجز لحماية المتفرجين على بعد 100 m على جانبي كل صاروخ ،عند حدوث الإنفجار هل يكون المتفرجون للخطر؟علل .

09

قطار بسرعة ثابتة $V_T = 108\ Km/h$ على سكة حديدية أفقية . مسافر بجوار النافذة عند النقطة A على ارتفاع $h = 2,0\ m$ من الأرض ، يسقط جسم نقطي كتلته $m = 500\ g$

أوجد عبارة السرعة الإبتدائية V_0 للجسم النقطي بدلالة V_T .

2) نمثل قوة مقاومة الهواء بقوة ثابتة F موازية للشعاع V_T و معاكسة له .

أ / أوجد عبارة شعاع التسارع للجسم النقطي .

ب / حدد صيغة حركة الجسم على المحورين .

3) برهن ان المعادلات الزمنية للحركة تكتب على الشكل :

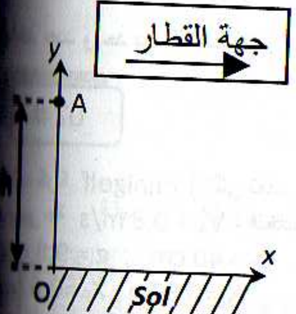
$$x(t) = -\frac{F}{2m}t^2 + V_T\,t \qquad y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h$$

4) أ / أوجد اللحظة t_1 ، لحظة ارتطام الجسم بالأرض عند النقطة I

ب / إستنتج المسافة OI .

ج / عرّف المقدار g

$F = 4{,}0\ N \qquad g = 10\ ms^{-2}$



10

طائرة حربيية تطير أفقيا على إرتفاع $h = 500\ m$ بسرعة $720\ km/h$ مهمتها تدميربواسطة صاروخ ذبابة تسير أفقيا حسب حركة منتظمة بسرعة $72\ km/h$.

الإشكالية أنه يجب على الطيار تحديد زاوية α (angle de vision) حتى يصيب هدفه.

1) أكتب المعادلات الزمنية لكل من الذبابة و الصاروخ مع تحديد الشروط الإبتدائية .

2) في أي لحظة يصيب الصاروخ الذبابة .

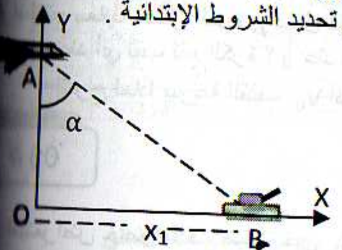
3) أوجد قيمة الفاصلة x_1 وإستنتج الزاوية α .

4) باي سرعة يرتطم الصاروخ بالذبابة ؟

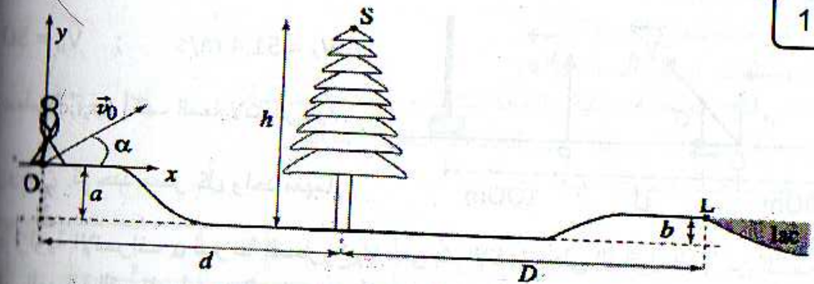
5) ما هي المسافة الأفقية التي تقطعها الطائرة عندئذ ؟

(يأخذ مبدأ الأزمنة لحظة قذف الصاروخ)

نهمل قوى الإحتكاك $\qquad g = 10\ ms^{-2}$



11



تضرب كرة golf بسرعة V_0 صانعة زاوية α مع الأفق (انظر إلى الشكل)

$a = 8{,}0\ m \quad , \quad b = 4{,}0\ m \quad , \quad h = 30\ m$

$g = 9{,}8\ m/s \quad , \quad \alpha = 35° \quad , \quad V_D = 50\ m/s$ نهمل قوى الإحتكاك .

1) أوجد تسارع مركز عطالة الكرة .

2) برهن العبارة التالية : $y = -2{,}92 \times 10^{-3}\ x^2 + 0{,}700\ x$

3) هل تتجاوز الكرة الشجرة ؟علل.

4) هل تسقط في الحوض ؟ علل.

1

1) الجملة : الكرة

المرجع : مرجع أرضي الذي نعتبره غاليلي

2) كتابة المعادلات الزمنية :

الشروط الابتدائية :

لحظة القذف A عند اللحظة t =0 $\Leftarrow \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y = h \end{pmatrix}$

$$V_0 \left| \begin{matrix} V_0 \cos\alpha \\ V_0 \sin\alpha \end{matrix} \right. \qquad \sum F \left| \begin{matrix} F_x = 0 \\ F_y = -p \end{matrix} \right. \qquad a \left| \begin{matrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{matrix} \right.$$

المعادلات الزمنية $\overrightarrow{OG}$:

$$\overrightarrow{OG} \left| \begin{matrix} x(t) = V_0 \cos\alpha\,.t + x_0 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin\alpha\,.t + y_0 \end{matrix} \right.$$

$$\overrightarrow{OG} \left| \begin{matrix} x(t) = 18\cos(7)\,.t + 0 \\ y(t) = -5t^2 + 18\sin(7)\,.t + 3{,}5 \end{matrix} \right.$$

$$\overrightarrow{OG} \left| \begin{matrix} x(t) = 17{,}86\,t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ y(t) = -5t^2 + 2{,}2t + 3{,}5 \quad \ldots(2) \end{matrix} \right.$$

معادلة المسار : نعوض (1) في (2) فنجد :

$$y = 15{,}6\,.10^{-3}\,x^2 + 113\,.10^{-3}\,x + 3{,}5$$

3) أ / عند مرور الكرة فوق الشبكة، تكون الكرة قد قطعت مسافة أفقية $x_1 = d = 12m$

من المعادلة (1):

$$t_1 = \frac{d}{17{,}86} = \frac{12}{17{,}86} = 0{,}67\ s$$

ب / عند هذه اللحظة الإرتفاع التي تبلغه الكرة y_1 :

$$y_1 = -5t_1^2 + 2{,}2\,t_1 + 3{,}5$$

$$y_1 = -5\,(0{,}67)^2 + 2{,}2\,(0{,}67) + 3{,}5$$

$$y_1 = 2{,}73\ m$$

و على ارتفاع $(y_1 - h)$ فوق الشبكة .

$$y_1 - h = 2{,}73 - 2{,}43 = 0{,}30\ m = 30\ cm$$

4) أ / لما تسقط الكرة على الأرض $\Leftarrow y = 0$

من المعادلة (2) :

$$0 = -5t_2^2 + 2{,}2\,t_2 + 3{,}5$$

$$t_2 = \frac{-2{,}2 \pm \sqrt{(2{,}2)^2 - 4(3{,}5)(-5)}}{2(-5)}$$

$$t_2 = 1{,}08\ s$$

ب / و على بعد x_2 : من المعادلة (1)

$$x_2 = 17{,}86\ t_2$$

$$x_2 = 17{,}86\ .\ 1{,}08 = 19{,}3\ m$$

بما أن حافة مساحةالملعب تبعد مسافة $d + D = 21\ m$ من نقطة القذف و أن $(x_2 < d + D)$ فإن الكرة تسقط حتما داخل منطقة الخصم و بالتالي الإرسال كان جيدا .

02 #

1) الشروط الإبتدائية : $t = 0 \quad x_0 = d \quad y_0 = 0$

$$V_0\begin{vmatrix} V_{0x} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin\alpha \end{vmatrix} \qquad F\begin{vmatrix} F_x = 0 \\ F_y = 0 \end{vmatrix} \qquad a\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x(t) = V_0 \cos\alpha .t + x_0 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{0y} \sin\alpha .t + y_0 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x(t) = V_0 \cos\alpha .t + d \text{ ....(1)} \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin\alpha .t + 0 \text{..(2)} \end{vmatrix}$$

معادلة المسار:

من المعادلة (1) : $t = \frac{x-d}{V_0 \cos\alpha}$ نعوضه في (2) :

$$y(x) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x-d}{V_0 \cos\alpha}\right)^2 + V_0 \sin\alpha . \left(\frac{x-d}{V_0 \cos\alpha}\right)$$

$$y(x) = -\frac{g}{2 V_0^2 \cos^2\alpha}(x-d)^2 + \tan\alpha .(x-d)$$

2) عند إصابة الهدف تكون إحداثيات الكرة : $y_D = 0 \quad , \quad x_D = D = 200\ m$

$$0 = -\frac{g}{2 V_0^2 \cos^2\alpha}(D-d)^2 + \tan\alpha .(D-d)$$

$$\frac{g}{2 V_0^2 \cos^2\alpha}(x-d) = \tan\alpha$$

$$\frac{g}{2 V_0^2 \cos^2\alpha}(x-d) = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\frac{g}{2 V_0^2 \cos\alpha}(x-d) = \sin\alpha$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{g(D-d)}{2.\cos\alpha.\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{10\ (200-20)}{2.\cos 50.\sin 50}} = 42,7\ ms^{-1}$$

03 #

ندرس الحركة على المحورين ox و oy .

1) الشروط الإبتدائية : $t = 0 \quad x_0 = 0 \quad y_0 = 0$

$$V_0\begin{vmatrix} V_{0x} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0z} = V_0 \sin\alpha \end{vmatrix} \qquad \sum F\begin{vmatrix} F_x = 0 \\ F_z = -p \end{vmatrix} \qquad a\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x(t) = V_0 \cos\alpha .t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin\alpha .t \end{vmatrix}$$

معادلة المسار :

$$y(x) = -\frac{g}{2 V_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha .x$$

عند المدى $x = d \quad , \quad z = 0$

$$0 = -\frac{g}{2 V_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha .x$$

$$x\left(-\frac{g}{2 V_0^2 \cos^2\alpha} x + \tan\alpha\right) = 0$$

$$x = d = \frac{2\tan\alpha .V_0^2 \cos^2\alpha}{g}$$

$$d = \frac{2\sin\alpha \cos\alpha .V_0^2}{g}$$ نعلم أن $2\sin\alpha .\cos\alpha = \sin 2\alpha$

$$d = \frac{\sin 2\alpha .V_0^2}{g} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{d\,g}{V_0^2}$$

هذه المعادلة تقبل حلين $\beta = \alpha_1$ و $\alpha = \alpha_2$ حيث : $\alpha = \alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1$

$$\sin 2\alpha = \frac{9,8 \times 2500}{200^2} = 06125$$

$$2\alpha_1 = 37,8° \Rightarrow \alpha_1 = \beta = 18,9°$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \alpha_1 = 90° - 18,9° = 71,1°$$

الذروة : (الإرتفاع الأعظمي) Z_{max}

في الذروة تكون السرعة أفقية $\vec{V_z} = 0$ بحيث $\vec{V} = \vec{V_x} + \vec{V_z}$

$$\vec{V_z} = -gt + V_0 \sin\alpha$$

$$0 = -gt + V_0 \sin\alpha \Rightarrow t = \frac{V_0 \sin\alpha}{g}$$

نعوض t في المعادلة z(t)

$$Z_{max} = -\frac{1}{2} g \left(\frac{V_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 + V_0 \sin\alpha . \frac{V_0 \sin\alpha}{g}$$

	β =18,9°	α =71,1°
Z_{max}(m)	214	1825

المدة الزمنية التي استغرق فيها القذف (بمعنى أنها وصلت للأرض y = 0)

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin\alpha .t$$

$$0 = t\left(-\frac{1}{2}gt + V_0 \sin\alpha\right) \Rightarrow t = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g}$$

	β=18,9°	α =71,1 °
t(s)	13,2	38,6

بإستعمال نظرية الطاقة الحركية :

$$E_{C_D} - E_{C_A} = mgh_{AD} \qquad h_{AD} = 0$$

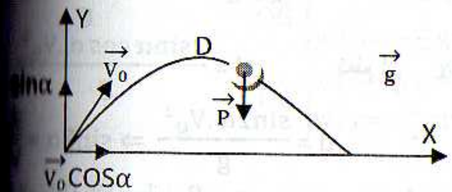
$$E_{C_D} = E_{C_A} \Rightarrow V_D = V_A = V_0 = 200\ m/s$$

لدينا العلاقة السابقة : $d = \frac{\sin 2\alpha . V_0^2}{g}$

$\sin 2\alpha = 1 \Leftarrow (\sin 2\alpha)_{max} \Leftarrow d_{max}$

$\Rightarrow d_{max} = \frac{V_0^2}{g} = \frac{200}{9,8} = 4082m$

04#



$V_A = V_0$

1) المعادلات الزمنية :
(الشروط الإبتدائية)

لما $t_A = t_0 = 0$ $x_0 = 0$ و $Y_0 = 0$

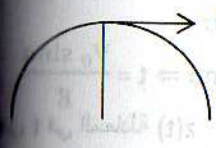
$\sum F \begin{vmatrix} F_x = 0 \\ F_y = 0 \end{vmatrix}$ $a \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = 0 \end{vmatrix}$

$V_0 \begin{vmatrix} V_{0_x} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0_y} = V_0 \sin\alpha \end{vmatrix}$

$\overrightarrow{OG} \begin{vmatrix} x(t) = V_0 \cos\alpha .t + x_0 \\ y(t) = -\frac{1}{2} gt^2 + V_0 \sin\alpha .t + y_0 \end{vmatrix}$

$V(t) \begin{vmatrix} V_x = V_0 \cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0 \sin\alpha \end{vmatrix}$

$\overrightarrow{OG} \begin{vmatrix} x(t) = 0,98\, V_0 .t \\ y(t) = -9t^2 + 0,2\, V_0 .t \end{vmatrix}$



2) عند النقطة D تأخذ السرعة ادنى قيمة فتعبر D ذورة
عندئذ تكون السرعة أفقية

$\vec{V_D} = \vec{V_{Dx}} + \vec{V_{Dy}}$

$V_{D_y} = 0$, $V_D = V_{D_x} = V_0 \cos\alpha$

حسب نظرية الطاقة الحركية $\Delta E_{C_{D \to A}} = \sum W_{A \to D}(\vec{F})$

$E_{C_D} - E_{C_A} = W_{\vec{P}}$

$\frac{1}{2} m V_D^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = -mgh_D \Longrightarrow V_A^2 - V_D^2 = 2gh_D$

$V_0^2 - V_0^2 \cos^2\alpha = 2gh_D \Rightarrow V_0^2(1 - \cos^2\alpha) = 2gh_D$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$

$V_0^2 = \frac{2gh_D}{1 - \cos^2\alpha} = \frac{2gh_D}{\sin^2\alpha}$

$V_0 = \frac{1}{\sin\alpha} \sqrt{2gh_D}$

ب / حساب V_0

$V_0 = \frac{1}{\sin 12} \sqrt{2 \times 10 \times 0,915}$

$V_0 = 21,4 \, m/s$

أ / عند مرور الكرة على النقطة D تكون $V_{D_y} = 0$

$V_{D_{y_0}} = -gt_D + V_0 \sin\alpha$

$0 = -gt_D + V_0 \sin\alpha$

$t_D = 0,43 \, s \Leftarrow t_D = \frac{V_0 \sin\alpha}{g} = \frac{21,4 \times 0,2}{10}$

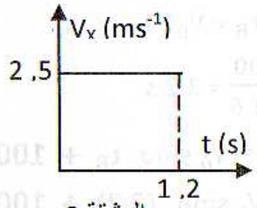
$x_D = a = V_0 \cos\alpha \, t_D = 21,4 \times 0,98 \times 0,43 = 9 \, m$

طول الملعب $d = 2a = 2 \times 9 = 18 \, m$

05#

1) مسار الكرة $y = f(x)$ الوثيقة (3)

2) أ/ الوثيقة (1) : $x = f(t)$ عبارة عن خط مستقيم يشمل المبدأ , معادلته من الشكل $x = A\,t$ و هي معادلة من الدرجة الأولى للحركة المستقيمة المنتظمة حيث $A = V_x$



الوثيقة 8

ب/ $A = V_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3 - 0}{1,2 - 0} = 2,5 \, m/s$

3) أ/ $\vec{V_0} = \vec{V_{0x}} + \vec{V_{0y}}$

حسب الوثيقة (5) $\overrightarrow{V_{0y}} = 6 \, m/s$

$V_0 = \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0y}^2}$

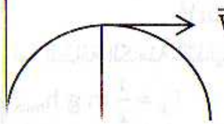
$V_0 = \sqrt{(2,5)^2 + (6)^2} = 6,5 \, m/s$

ب/ $\tan\alpha = \frac{V_{0y}}{V_{0x}} = \frac{6}{2,5} \Rightarrow \tan\alpha = 2,4 \Rightarrow \alpha = 67,3°$

4) عند اللحظة $t = 0$ $y = 0$ و $V_0 = 6,5 \, m/s$

أما $E_{P_0} = mgy_0 = 0$ $E_C = \frac{1}{2} mV_0^2$ فتكون أعظمية .

من هذه الوثيقة (6) ⟵ طاقة حركية / الوثيقة (7) طاقة كامنة / الوثيقة (5) طاقة ميكانيكية (ثابتة)



5) أ / تكون الطاقة الحركية في أدنى قيمة عند الذروة (أقصى إرتفاع)

$\vec{V} = \vec{V_x} + \vec{V_y}$ حيث $V_y = 0$ و $V = V_x = V_0 \cos\alpha = 2,5 m/s$

$E_C = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} m(V_0 \cos\alpha)^2$

ب/ عند اللحظة $t = \frac{1,2}{2} = 0,6 \, s$ (وثيقة 2) لأن هناك تناظر لقطع مكافئ)

حسب الوثيقة (3) $y = 2m$ و $x = 1,5m$

جـ/ يمكننا استعمال الوثيقة (5) لما $t = 0,6 \, s$ ، $V_y = 0$, $V_x = 2,5 m/s$

06#

الشروط الإبتدائية (النقطة A) $t = 0 \, (x_0 = 0 , y_0 = h)$

$$V_0\left|\begin{array}{l}V_{0x}=V_0\cos\alpha\\ V_{0y}=V_0\sin\alpha\end{array}\right. \qquad \sum F\left|\begin{array}{l}F_x=0\\ F_y=-p\end{array}\right. \qquad a\left|\begin{array}{l}a_x=0\\ a_y=-y\end{array}\right.$$

$$V(t)\left|\begin{array}{l}V_x=V_0\cos\alpha\\ V_y=gt+V_0\sin\alpha\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l}x(t)=V_0\cos\alpha.t+0 \quad ....(1)\\ y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+V_0\sin\alpha.t+h...(2)\end{array}\right.$$

من (1) $t=\frac{x}{V_0\cos\alpha}$ نعوضه في (2)

$$y(x)=-\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2+\tan\alpha.x+h \quad ....(3)$$

1) إيجاد V_0 و d :

النقطة B تمثل اقصى ارتفاع (الذروة) $\overrightarrow{V_B}=\overrightarrow{V_{B_x}}+\overrightarrow{V_{B_y}}$

$$x_B=V_0\cos\alpha\, t_B=V_B\,.\,t_B$$

$$t_B=\frac{x_B}{V_B}=\frac{100}{31{,}6}=3{,}2\ s$$

$$y_B=-5t_B^2+V_0\sin\alpha.t_B+100$$

$$150=-5(3{,}2)^2+V_0\sin\alpha.(3{,}2)+100$$

$$\Rightarrow V_0\sin\alpha=31{,}6\ m/s$$

لدينا : $\begin{cases}V_0\sin\alpha=31{,}6\\ V_0\cos\alpha=31{,}6\end{cases}$

$$\frac{V_0\sin\alpha}{V_0\cos\alpha}=\frac{31{,}6}{31{,}6}=1$$

$$\tan\alpha=1 \Rightarrow \alpha=45°$$

$$V_0\sin 45°=31{,}5 \Rightarrow V_0\cong 45\ ms^{-1}$$

ب / عند النقطة B تكون الطاقة الحركية في أدنى قيمة لأن :

$\overrightarrow{V_B}=\overrightarrow{V_{B_x}}+\overrightarrow{V_{B_y}}=\overrightarrow{V_{B_x}}$ لأن $V_{B_y}=0$

$$E_C=\frac{1}{2}mV_{B_x}^2 \Rightarrow E_C=\frac{1}{2}m(V_0\cos\alpha)^2$$

أما الطاقة الكامنة الثقالية تكون في أعظم قيمة لأنه عند B : $h_B=h_{max}$

$$E_p=\frac{1}{2}mgh_{max}$$

2) باستعمال نظرية الطاقة الحركية :

$$E_{C\,D}-E_{C\,A}=mgh_{A\,D}$$

$$\frac{1}{2}mV_D^2-\frac{1}{2}mV_A^2=mgh_{A\,D}$$

$$V_D=\sqrt{2gh_{A\,D}+V_A^2}$$

$$V_D=\sqrt{2\times10\times100+(45)^2}$$

$$V_D=63{,}4\ ms^{-1}$$

باستعمال نظرية الطاقة الحركية :

$$\Delta E_{C_{C\to A}}=\sum_{A\to C}W_{\vec F}$$

$$E_{C_C}-E_{C_A}=W_{\vec P}+W_{\vec R} \quad / \quad W_R=0$$

$$\frac{1}{2}mV_C^2-\frac{1}{2}mV_A^2=mgh_{A-C} \Rightarrow V_C^2-V_A^2=2g(Z_A-Z_C)$$

$$V_C=\sqrt{2g(Z_A-Z_C)+V_A^2}$$

$$V_C=\sqrt{2\times9{,}8\,(0{,}57-0{,}40)+(0{,}8)^2}=2\ ms^{-1}$$

1) نقول على المرجع أنه غاليلي إذا تحقق فيه مبدأ العطالة .

2) بعد مغادرة الكرة النقطة C القوة الوحيدة المطبقة عليها هي الثقل

بما أن المرجع غاليلي ، حسب القانون الثاني للنيوتن $\sum\vec F=m\vec a$

$$mg=ma \Rightarrow a=g$$

$$\vec a\left|\begin{array}{l}a_x=0\\ a_z=-g\end{array}\right.$$

الإستنتاج : على المحور x $a_x=0$ حركة مستقيمة منتظمة

على المحور z $a_z=-g$ حركة مستقيمة متغيرة بإنتظام .

3) الشروط الإبتدائية (النقطة C)

$$x_0=0 \quad , \quad Z_0=Z_C$$

$$V_0\left|\begin{array}{l}V_{0x}=V_C\\ V_{0z}=0\end{array}\right. \qquad a\left|\begin{array}{l}a_x=0\\ a_z=-g\end{array}\right.$$

$$V(t)\left|\begin{array}{l}V_x=V_C=\text{ثابت}=2\ ms^{-1}\\ V_y=-gt+V_{0Z}=9{,}8\,t+0\end{array}\right.$$

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l}x(t)=V_c.t+x_0\\ Z(t)=-\frac{1}{2}gt^2+V_{0Z}\sin\alpha.t+Z_C\end{array}\right.$$

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l}x(t)=2.t+0 \quad ....(1)\\ Z(t)=-\frac{9{,}8}{2}t^2+0+0{,}4.....(2)\end{array}\right.$$

ب / معادلة المسار :

من (1) : $t=\frac{x}{2}$ نعوضه في (2)

$$Z=\frac{4{,}9}{4}x^2+0{,}4 \quad .....(3)$$

4) الكرة في الثقب $\Leftrightarrow Z=0$

$\Rightarrow x=\sqrt{\frac{0{,}4\times4}{4{,}9}}=0{,}57\ m$ و الثقب الموافق للفاصلة الأفقية هو الثقب E .

عند اللحظة (معادلة 1) $t=\frac{x_E}{2}=\frac{0{,}57}{2}=0{,}295$

سرعة المتحرك تكون دائما مماسية للمسار ، بما أن الشطر الأخير للمسار هو أفقي فالسرعة تكون جهتها أفقية و بالتالي الجسم يغادر المسار بهذه السرعة الأفقية

08#

1)كتابة المعادلات الزمنية :

نبدأ بالأسهل : الصاروخ B

$\sum\vec{F}=m\vec{a} \Rightarrow -mg=ma \Rightarrow a=g\ (constant)$

بما أن المسار شاقولي و التسارع ثابت فإن حركة الصاروخ B مستقيمة متغيرة بإنتظام .

$Y_B=-\frac{1}{2}gt^2+V_Bt+y_0$

$Y_B=-5t^2+50t+0$

الصاروخ A :

$at=0\ (x_0=0\ ;\ y_0=0)$

$V_0\begin{cases}V_{0x}=V_0\cos\alpha\\V_{0y}=V_0\sin\alpha\end{cases}\qquad \sum F\begin{cases}F_x=0\\F_y=-p\end{cases}\qquad a\begin{cases}a_x=0\\a_y=-g\end{cases}$

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases}x(t)=V_0\cos\alpha.t+x_0\\y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+V_0\sin\alpha.t+y_0\end{cases}$$

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases}x(t)=51{,}4\cos\alpha.t+0........(1)\\y(t)=5t^2+51{,}4.\sin\alpha.t+0.(2)\end{cases}$$

معادلة المسار : من (1) $t=\frac{x}{51{,}4\cos\alpha}$ نعوضه في (2) :

$$y_A=\frac{-5}{(51{,}4)^2\cos^2\alpha}x^2+\frac{51{,}4\ \sin\alpha}{51{,}4\ \cos\alpha}.x$$

$$y_A=\frac{19{,}4\times10^{-4}}{\cos^2\alpha}x^2+(\tan\alpha)\,x\quad....(3)$$

2) يتم الإنفجار للصاروخ A على شاقول النقطة P ، معناه أن الصاروخ قد قطع مسافة أفقية $x_A=d$

عند اللحظة t_1 :

$x_A=d=x(t)=51{,}4\cos\alpha\,.\,t_1$

$$\cos\alpha=\frac{d}{51{,}4\times\cos\alpha.t_1}=\frac{30}{51{,}4\times4}=0{,}146\Rightarrow\alpha=81{,}6°$$

3)المسافة التي تفصل بين الصاروخين إذا انفجرا : نحسب الفارق y_A-y_B

$y_A=-5(4)^2+51{,}4(\sin 81{,}6)\times4=123{,}4$ m

$y_B=-5(4)^2+50(4)=120$ m

$y_A-y_B=123{,}4-120=3{,}4$ m

4)هل المتفرجون في خطر :

- بالنسبة للصاروخ B مساره شاقولي و إذا سقط يسقط شاقوليا (لا خطر على المتفرجين)
- الصاروخ A يمكن أن يشكل خطرا على المتفرجين

المسافة الأفقية التي تفصل الحاجز عن عن الصاروخ A هي :

عند $x'_A=d+100=30+100=130$ cm

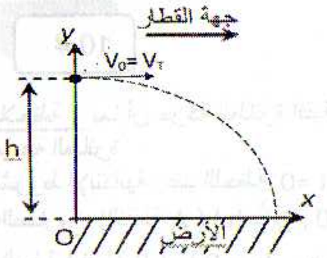
سقوط الصاروخ A $y_A=0$ و بإستعمال المعادلة(3)

$$0=\frac{-19\times10^{-4}}{\cos(81{,}6)^2}x^2+x_A\tan(81{,}6)$$

المتفرجون في أمان . $x_A=76{,}18\text{ m}<130\text{ m}$

09#

المسافر على متن القطار سرعته هي سرعة القطار ، و بما أن فعل المسار هو اسقاط الجسم فقط فإن الجسم يكتسب سرعة القطار الأفقية



1) الشروط الإبتدائية : عند اللحظة t = 0 (نقطة A)

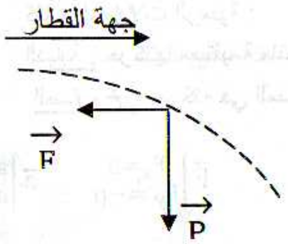
$x_0=0\quad y_0=h$

$V_0\begin{cases}V_{0x}=V_0=V_T\\V_{0y}=0\end{cases}$

حسب القانون الثاني للنيوتن : $\sum\vec{F}=m\vec{a}$

$$\vec{P}+\vec{F}=m\vec{a}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}0\\-mg\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-F\\0\end{pmatrix}=m\begin{pmatrix}ax\\ay\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow\begin{cases}ax=\\ay=\end{cases}$



/ طبيعة الحركة :

على المحور ox : $a_x=-\frac{F}{m}=$ ثابت

المسار مستقيم فالحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام

على المحور oy :ثابت $a=-g=$ + المسار مستقيم فالحركة مستقيمة متغيرة بإنتظام .

المعادلات الزمنية :

على المحور ox : بما أن الحركة ح م م إ .

$x(t)=-\frac{1}{2}a_xt^2+V_0xt+$

$x(t)=\frac{1}{2}-\frac{F}{m}t^2+V_T.t+$

$x(t)=-\frac{1}{2}\frac{F}{m}t^2+V_T.t\ ...(1)$

على المحور oy : بما أن الح م م إ فإن :

$y(t)=-\frac{1}{2}ay\,t^2+V0y+y_0$

$y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+0+h$

$y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+h\ ....(2)$

4) ا / عند إرتطام الجسم بالأرض : y = 0 من المعادلة (2) $0 = -\frac{1}{2}gt^2 + h$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 2}{5}} = 0,635$$

ب / المسافة ($x_1 = \overline{OI}$)   ($V_T = 108\ Km/h = 108 \times \frac{1000}{3600} = \frac{108}{3,6}$)

$$x_1 = -\frac{1}{2}\frac{F}{m}t1^2 + VT.t_1$$

$$x_1 = -\frac{4}{2 \times 0,5}(0,63)^2 + \frac{108}{6,3} \times 0,63 = 17\ m$$

ج / المقدار g يسمى شدة حقل الجاذبية أو تسارع حقل الجاذبية .

10

ملاحظة : بما أن حركة الطائرة أفقية فإن سرعة قذف الصاروخ تكون افقية و سرعة الصاروخ تساوي سرعة الطائرة

الشروط الإبتدائية :عند اللحظة $t = 0$

- الصاروخ (النقطة A) ($x_0 = 0 , y_0 = h$)
- الدبابة (نقطة B) ($x_0 = x_1 , y_0 = 0$)

1) كتابة المعادلات الزمنية :

- الدبابة : حركتها مستقيمة منتظمة معادلتها : $x_B = V_Bt + x_1$
- الصاروخ : حركته في المستوي (x , y)

$$\vec{F}\left|\begin{array}{l}F_x=0\\F_y=-p\end{array}\right. \qquad \vec{a}\left|\begin{array}{l}a_x=0\\a_y=0\end{array}\right.$$

$$V_0\left|\begin{array}{l}V_{0x}=V_A\\V_{0y}=0\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l}x_A=V_A\,t\\y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+h\end{array}\right.$$

الإشكالية في الزاوية α :

لدينا المثلث القائم AOB حيث : $\tan\alpha = \frac{OB}{OA} = \frac{x_1}{h}$ إذا لإيجاد α نبحث عن x_1

2) إرتطام الصاروخ بالدبابة معناه $x_A = x_B$ و $y_A = 0$

$$x_A = V_A\,t \quad .....(1)$$

$$x_B = V_Bt + x_1 \quad ....(2)$$

$$y_A = -\frac{1}{2}gt^2 + h \quad .....(3)$$

لحظة الإرتطام من (3) : $0 = -\frac{1}{2}gt^2 + h$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 500}{10}} = 105$$

$x_A = x_B$ و $V_A.t = V_B.t + x_1$: x_1

$$\Rightarrow x_1 = (V_A - V_B).t$$

$V_B = 72\ Km/h = 20 m/s$ / $V_A = 720\ Km/h = 200\ m/s$

$$x_1 = (200 - 20) \times 10 = 1800\ m$$

$$\tan\alpha = \frac{x_1}{h} = \frac{1800}{500} = 3,6 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 74,48°$$

4) نستعمل نظرية الطاقة الحركية بين (A و B)

$$\Delta E_{C_{B\to A}} = \sum W_{A\to B}(\overrightarrow{P})$$

$$E_{C_B} - E_{C_A} = mgh$$

$$V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gh}$$

$$V_B = \sqrt{(200)^2 + 2.100.500} = 223,6\ m/s$$

المسافة الأفقية التي تقطعها الطائرة $x_A = V_At = 200 \times 10 = 2000\ m$

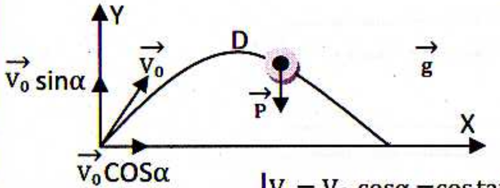
11

1) بما أن قوى الإحتكاك مهملة فالقوة الوحيدة المطبقة على الكرة هي الثقل

حسب القانون الثاني للنيوتن $\sum\vec{F} = m\vec{a}$

$$P = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g = 9,8\ m/s^2$$

2) ندرس الحركة في المستوي (x,y) :



$$\vec{F}\left|\begin{array}{l}F_x=0\\F_y=-mg\end{array}\right. \qquad \vec{a}\left|\begin{array}{l}a_x=0\\a_y=-g\end{array}\right.$$

$$V_0\left|\begin{array}{l}V_x=V_0\cos\alpha=\text{costant}\\V_y=V_0\sin\alpha\end{array}\right. \qquad \overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l}x(t)=V_0\cos\alpha.t+x_0\\y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+V_0\sin\alpha.t+y_0\end{array}\right.$$

معادلة المسار :

من (1) $t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$ نعوضه في (2) :

$$y = -\frac{1}{2}\frac{g}{V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + tg\alpha.x$$

$$y = -\frac{1}{2}\frac{9,8}{(50)^2 \times 0,67}x^2 + 0,700.x$$

$$y = -2,92.10^{-3}x^2 + 0,700.x$$

3) عند مرور الكرة على الشجرة تكون $x = d = 43\ m$ فتأخذ Y القيمة y_1

$$y_1 = 2,92.10^{-3}(43)^2 + 0,7(43) = 24,7\ m$$

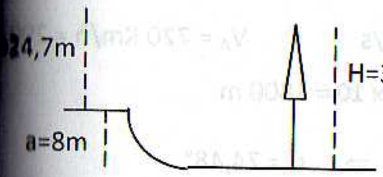
$$y_1 + a = 32,7\ m$$

$y_1 + a > h$ فالكرة تتجاوز الشجرة .

4) الحوض يبعد مسافة $x = D + d$

$$y(D+d) = -2{,}92 \cdot 10^{-3} (D+d)^2 + 0{,}700 (D+d)$$

$$y(95) = 40{,}2 \text{ m}$$



و لدينا إرتفاع الحوض y_2

$y_2 = b - a = 4 - 8 = -4 < y(95)$

معناه أن الكرة لا زالت في الهواء ، لم تسقط بعد على اليابسة و بالتالي تسقط داخل الحوض .

تطور الإهتزازات

الإهتزازات الميكانيكية الحرة

1. الحركة الإهتزازية المستقيمة الحرة
   تطبيق مواس المرن
2. الحركة الإهتزازية الدورانية الحرة
   تطبيق النواس البسيط

الإهتزازات الكهربائية الحرة

1. دارة مثالية LC
2. دارة حقيقية RLC
   تغذية الإهتزازات الكهربائية

الإهتزازات القسرية و التجاوب

1. تعريف
   - التوتر المنتج U_{eff}
   - عبارة التوتر اللحظي $U(t)$
   - شدة التيار المنتجة i_{eff}
   - عبارة شدة التيار اللحظي $i(t)$
2. دراسة الدارة
3. ممانعة الدارة Z
4. حالة التجاوب .
   - الشريط النافذ ΔN
   - معامل الجودة Q
5. الإستطاعة الوسطية المستهلكة P_m