الإجابة لموضوع مقترح لدورة2012 رياضيات/علوم تجريبية

المجموع	مجزأة	الموضوع الأوّل	
		التمرين الأوّل: (05 نقاط)	
05	01	1)أ) نقل الشكل و إنشاء u_0 ،u_1 ،u_2 و u_3 (دون حسابها).	المتتاليات العددية
	$2\times 0,25$	ب) حسب الشكل نخمن أنّ (u_n) متزايدة و متقاربة نحو 3.	
	01	2) البرهان بالتراجع أنّ : من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $0<u_n<3$.	
	01	3) أ) دراسة اتجاه تغيّر المتتالية (u_n): من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $u_{n+1}-u_n>0$ إذن (u_n) متتالية متزايدة تماما على $\mathbb{N}$	
	0,5 1	ب) بما أنّ (u_n)متزايدة تماما و محدودة من الأعلى فهي متقاربة. حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=l$ نجد $-l^2+2l+3=0$ مع $l>0$ و منه $l_1=3$ مقبول و $l_2=-1$ مرفوض إذن: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=3$.	
		التمرين الثاني: (04 نقاط)	
04	0,25 3x0,25	1) $z\neq 2-3i$ ، $z=\dfrac{3i(z+2i)}{z-(2-3i)}$ تعني $z^2-2z+6=0$ $\Delta=\left(2i\sqrt{5}\right)^2$ ، $z_1=1-i\sqrt{5}=z_B$ و $z_2=1+i\sqrt{5}=z_A$.	الأعداد المركبة
	$2\times 0,5$	2) $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\sqrt{6}$ إذن النقطتان A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O و نصف قطرها $\sqrt{6}$.	
	01	3) أ) $OM'=\lvert z'\rvert=3\times\dfrac{CM}{DM}$	
	0,5 2x0,25	ب) $CM=DM$ أي $OM'=3$ M' تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها3، $OE=3$.	
		التمرين الثالث: (04 نقاط)	
04	0,75	1)أ) $\overrightarrow{AB}(1;4;-6)$ و $\overrightarrow{AC}(-2;5;-4)$ ومنه $\overrightarrow{AB}$و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا.	
	0,75	ب) $A,B,C\in(P)$ إذن $(P)=(ABC)$(أو طريقة أخرى)	

	0,5	2) تمثيل وسيطي للمستقيم (AB): $\begin{cases} x=1+\lambda \\ y=-2+4\lambda \quad (\lambda\in\mathbb{R}) \\ z=5-6\lambda \end{cases}$	الهندسة في الفضاء
	01	3) أ) $(Q):2x+8y-12z+21=0$ (أي طريقة تقبل).	
	0,25	ب) $D\in(Q)$	
	0,75	جـ) $d\left(D;(AB)\right)=\dfrac{\sqrt{213}}{4}$	

<table>
<tr><td></td><td></td><td>التمرين الرابع: (07 نقاط)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="11">07</td><td>$2\times 0,25$</td><td>1) أ) $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)=-\infty$ ، $x=0$ هو مستقيم مقارب عمودي للمنحنى (C_f).</td><td rowspan="12">الدوال العددية
حساب المساحات</td></tr>
<tr><td>0,25</td><td>ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$</td></tr>
<tr><td>0,5
0,5</td><td>2) $f'(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x(x-1)}$.
إشارة $f'(x)$: $-\infty$ + -2 − 0 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>جدول تغيرات الدالة f :
$f(-2)=3+6\ln\left(\dfrac{2}{3}\right)$
$f(-2)\approx 0,56$
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ -2 0</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>+   0   −</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$ ↗ $f(-2)$ ↘ $-\infty$</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>3) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x+5)=0$.</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>ب) $f(x)-(x+5)=6\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$
من أجل كل x من $]-\infty;0[$ ، $f(x)-(x+5)<0$ إذن (C_f) يقع تحت (Δ)</td></tr>
<tr><td>$2\times 0,5$</td><td>4) ♦ تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $[-3,5;-3,4]$.
♦ تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $[-1,1;-1]$.</td></tr>
<tr><td>0,75</td><td>5) إنشاء (C_f) و المستقيم (Δ).</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>6) أ- معادلة المستقيم (AB): $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7}{2}+6\ln\left(\dfrac{3}{4}\right)$</td></tr>
<tr><td>01</td><td>ب- $f'(x_0)=\dfrac{1}{2}$. حل المعادلة يكافئ حل $x_0^2-x_0-12=0$ مع $x_0<0$
$x_0=-3$ و $y_0=2+6\ln\left(\dfrac{3}{4}\right)$.</td></tr>
<tr><td>0,5</td><td>7) من أجل كل x من $]-\infty;0[$ ، $g'(x)=f(x)$.</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>الموضوع الثاني</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">04,5</td><td>0,75</td><td><u>التمرين الأول:</u> (04,5 نقط)
1) البرهان بالتراجع أنّ من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ ، $3<u_n<4$
....</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>0,5

0,5</td><td>2) إثبات أنّ $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-u_n^2+7u_n-12}{\sqrt{u_n-3}+u_n-3}$
....
استنتاج أنّ (u_n) متزايدة تماما</td></tr>
<tr><td>0,25</td><td>3) (u_n) محدودة من الأعل و متزايدة.</td></tr>
</table>

	أ) (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و حدّها الأول $v_0 = \ln\frac{1}{4}$ ب) $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \times \ln\frac{1}{4}$ و $u_n = 3 + e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n \times \ln\frac{1}{4}}$ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 4$ جـ) $P_n = e^{v_0} \times e^{v_1} \times e^{v_1} \times \ldots \times e^{v_n}$ $P_n = e^{v_0+v_1+\ldots+v_n}$ و منه $P_n = e^{2\left(\ln\frac{1}{4}\right)\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]}$ $\lim P_n = \frac{1}{16}$	0,75 0,5+0,25 0,25 0,25+0,5	
	التمرين الثاني: (04 نقاط)		
الهندسة في الفضاء	1) $\overrightarrow{AB}(3;1;-1)$ ، $\overrightarrow{AC}(2;-1;-1)$ ؛ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا و منه A ، B ، C تعيّن مستويا.	$0,75$	04
	2) إثبات أنّ $2x - y + 5z - 3 = 0$ هي معادلة لـــ (ABC)	01	
	3)أ- $D \notin (ABC)$	$0,25$	
	ب- $\overrightarrow{DH}\left(\frac{-17}{15};\frac{17}{30};\frac{-17}{6}\right)$؛ ($\overrightarrow{DH}.\overrightarrow{AB} = 0$ و $\overrightarrow{DH}.\overrightarrow{AC} = 0$ و $H \in (ABC)$) (أو $\overrightarrow{DH} = k.\vec{n}$ و $H \in (ABC)$).	01	
	جــ- استنتاج أنّ (ADH) و (ABC) متعامدان. $\overrightarrow{AH}\left(\frac{28}{15};\frac{-13}{30};\frac{-5}{6}\right)$ $(AH): \begin{cases} x = \frac{28}{15}t - 1 \\ y = \frac{-13}{30}t \\ z = \frac{-5}{6}t + 1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$	$2 \times 0,5$	
	التمرين الثالث: (04,5 نقطة)		
الأعداد المركبة	1) أ- $P(6) = 0$	0,5	
	ب- $P(z) = (z-6)(z^2 - 6z + 12)$.	0,5	
	جـ- $P(z) = 0$ معناه $z = 6$ أو $z = 3 - i\sqrt{3}$ أو $z = 3 + i\sqrt{3}$.	$0,75$	
	2)أ) $z_A = 6 = 6e^{i0}$ ، $z_B = 3 + i\sqrt{3} = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_C = 3 - i\sqrt{3} = 2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$	$0,75$	$04,5$
	ب) $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C} = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ؛ $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C} = e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$	+0,25 0,25	
	جـ) $z_A - z_B = e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_A - z_C)$ إذن C هي صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{3}$ (أو طريقة أخرى) . إذن المثلث ABC متقايس الأضلاع.	0,5	

11

	3) أ- العبارة المركبة للتشابه S : $z'=i\sqrt{3}\,z-4i\sqrt{3}$	0,5	
	ب- $z_{A'}=2i\sqrt{3}$.	0,25	
	جـ- $z_A-z_{A'}=2\left(z_A-z_B\right)$ ، إذن A ، B ، A' في استقامية.	0,25	
	التمرين الرابع: (07 نقطة)		
	I) 1) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=1$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$	$2\times 0,25$	
	2) $g'(x)=-(1+x)e^x$ ، إشارتها هي إشارة $-(1+x)$ لأنّ $e^x>0$ ♦ جدول تغيّرات الدالة g	0,75	
	3) أ- إثبات أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $]-1;+\infty[$.	0,25	
	ب- التحقق أنّ $0,5<\alpha<0,6$. إشارة $g(x)$: $-\infty \quad + \quad \alpha \quad - \quad +\infty$	0,5	
	II) 1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	0,25	
الدوال العددية حساب المساحات	2) من أجل كل x من $]-\infty;2]$ ، $f'(x)=-g(x)$. ♦ إشارة $f'(x)$: $-\infty \quad - \quad \alpha \quad + \quad 2 \quad +\infty$ ♦ جدول التغيّرات.	0,25 0,25 0,5	07
	3) تبيان أنّ $f(\alpha)=\dfrac{-1-\alpha^2}{\alpha}$. ♦ $-2,72<f(\alpha)<-2,08$.	0,5 0,5	
	4) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(-x-1)=0$ ب) $f(x)-(-x-1)=(x-1)e^x$ إشارتها $-\infty \quad - \quad 1 \quad + \quad 2 \quad +\infty$ الوضع النسبي	0,25 + 0,25 + 0,25	
	5) أ) مبرهنة القيم المتوسطة ب) رسم (Δ) ،(C_f) .	2x0,25 0,75	
	6) أ) $b=-1,\ a=1$	0,5	
	ب) $G(x)=x-(x-1)e^x$	0,25	

12