الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

إعداد: بقة الحاج

دورة 2018

إمتحان بكلوريا تجريبي

الشعبة: علوم تجريبية

إختبار في مادة : الرياضيات | **المدة : C_4^3**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (5 نقاط)

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و4 كرات سوداء و5 كرات حمراء (لا نميز بينها عند اللمس) .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الصندوق

1)نعتبر الحادثتين التاليتين :

A : (الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون) .

B: (الحصول على ثلاث كرات مختلفة مثنى مثنى) .

بين أن :

$$P(A) = \frac{3}{44} \qquad\qquad P(B) = \frac{3}{11}$$

2)ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط بكل سحابة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها :

أ)حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X

ب)حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X وأسب الأمل الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني : (5 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتهما $z_A = 4+2i$ و $z_B = 3-i$

1) أ) أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_B}$.

ب) إستنتج طبيعة المثلث ABO.

2) نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' والذي

يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O.

ç) بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي: $z' = -iz + 1 + 3i$.

È) عيّن طبيعة التحويل R وعناصره المميزة.

Ì) عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R.

Ï) إستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.

å) عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z حيث: $|z - 4 - 2i| = |z|$.

ç) 3) من أجل $z \neq 2+i$ ؛ نضع: $L = \dfrac{z' - 2 - i}{z - 2 - i}$. بيّن أنّ: $L = -i$.

È) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عددًا حقيقيًا.

Ì) بيّن أنّ $(z' - 2 - i)^2 + (z - 2 - i)^2 = 0$.

التمرين الثالث : (6 نقاط)

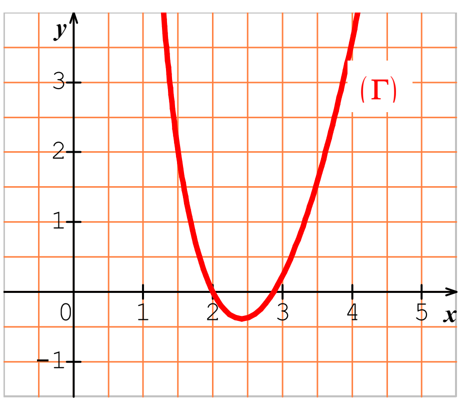
I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1, +\infty[$ حيث: $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$ (حيث $\ln$: اللوغاريتم النيبيري)

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.

1) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ؛ عيّن عدد حلول المعادلة: $g(x) = 0$.

2) أحسب $g(2)$ ؛ ثم بين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث: $2{,}87 < \alpha < 2{,}88$.

3) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1, +\infty[$.



II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1, +\infty[$ حيث: $f(x) = x - 3 + \dfrac{4\ln(x-1)}{x-1} + \dfrac{5}{x-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ ؛ وفسر النتيجة بيانيًا ؛ ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

ç) 2) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

È) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

ç) 3) بيّن أنّه من أجل كل x من $]1, +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ : $f(\alpha) = 3,9$)

5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1, +\infty[$ كما يلي . $h(x) = \left[\ln(x-1)\right]^2$:

أ) أحسب $h'(x)$ ؛ ثم إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1, +\infty[$.

ب) أحسب التكامل $\int_2^5 f(x)\,dx$ ؛ ثم فسر النتيجة بيانيًا .

التمرين الرابع : (4 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي: n . $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$

حيث: e هو أساس اللوغاريتم النيبيري.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث. $v_n = \ln u_n$:

1) أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب v_n بدلالة n ؛ ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة. n

2) من أجل كل عدد طبيعي n ؛ نضع: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ ؛ $P_n = u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n$.

أ) أثبت أنّ: من أجل كل عدد طبيعي: n . $P_n = e^{S_n}$

ب) أكتب عبارة S_n بدلالة n ؛ ثم إستنتج عبارة P_n بدلالة. n

ج) عيّن نهاية المتتالية (S_n) ؛ إستنتج نهاية المتتالية (P_n).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس. $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

ليكن (P_1) المستوي الذي معادلته: $-2x+y+z-6=0$ ¡ والمستوي (P_2) الذي معادلته: $x-2y+4z-9=0$.

1) أثبت أنّ: (P_1) و (P_1) متعامدان.

2) ليكن (D) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=2t-7 \\ y=3t-8 \\ z=t \end{cases}$ $(t\in\square)$.

أثبت أن المستقيم (D) هو تقاطع المستويين (P_1) و (P_1).

3) لتكن M_t نقطة كيفية من المستقيم (D) إحداثياتها $M_t(2t-7,3t-8,t)$ ولتكن A النقطة التي إحداثياتها $A(-9,-4,-1)$

ولتكن f الدالة المعرفة على $\Re$ بــ: $f(t)=AM_t^{\ 2}$.

Ç) أكتب $f(t)$ بدلالة t.

È) أدرس إتجاه تغير الدالة f ¡ إستنتج قيمة للعدد الحقيقي t_0 التي من أجلها تكون المسافة AM أصغر.

ثم عيّن إحداثيات النقطة. $I=M_{t_0}$

Ì) أثبت أن النقطة I هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D).

Ï) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل A والعمودي على المستقيم (D).

التمرين الثاني : (3 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N بــ: $u_0=9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-3$.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n=u_n+6$.

Ç) 1) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

È) أكتب v_n بدلالة n ¡ ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n.

Ì) نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$.

أحسب S_n بدلالة n ؛ ثم إستنتج S'_n بدلالة n.

2) نعرف المتتالية (w_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $w_n = \ln(v_n)$ (حيث: $\ln$ اللوغاريتم النيبيري).

أ) بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) أحسب بدلالة n المجموع: $S''_n = w_0 + w_1 + ... + w_n$ ؛ إستنتج النهاية $\lim_{n \to +\infty} S''_n$.

<u>التمرين الثالث :</u> (6 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

تعطى النقط A ؛ B ؛ C ؛ D التي لواحقها $z_A = -2$ ؛ $z_B = 2$ ؛ $z_C = -1 + i$ ؛ $z_D = 1 - 3i$.

1) أثبت أنّ D هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,5) ; (B,3) ; (C,-6)\}$.

2) عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $|z + 2| = |z + 1 - i|$.

3) أكتب العدد المركب $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الآسي ؛ ثم إستنتج طبيعة المثلث BCD .

4) أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الآسي.

ب) إستنتج أن D هي صورة C بتحويل نقطي f يُطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

جـ) إستنتج $|z_A - z_{B'}|$ حيث B' هي صورة B بالتحويل f ؛ ثم أحسب عندئذ مساحة المثلث ABB'.

5) لتكن النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = \frac{-1}{2}$. عيّن العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه Ω ويحول D إلى C.

<u>التمرين الرابع :</u> (7 نقاط)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\Re$ بـ: $g(x) = 1 - e^{2x} - 2x e^{2x}$.

1) أ) عيّن نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2) أحسب $g(0)$ ؛ ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\Re$.

3) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\Re$ كما يلي: $f(x) = x + 3 - x e^{2x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Ç) عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

È) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له .

4) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

5) Ç) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = g(x)$.

È) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

6) بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث : $-3{,}5 < \alpha < -3$ و $0{,}5 < \alpha < 1$.

7) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

8) h دالة عددية معرفة على $\Re^*$ كما يلي : $h(x) = \dfrac{1 + 3x - e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

Ç) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

È) أحسب $h'(x)$ ؛ ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها .

وفق الله الجميع

متمنين منكم الدعاء خالص الدعاء