الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

امتحان شهادة البكالوريا دورة:2016

المادة: رياضيات **الشعبة: علوم تجريبية**

الموضوع الأول

عناصر الإجابة	مجزأة
التمرين الأول: (04 نقاط) **1) تبيان أن المستويين (P) و(P') متقاطعان.** المستويين (P) و(P') متقاطعان معناه $\overrightarrow{n_P}$ لايوازي $\overrightarrow{n_{P'}}$ $\overrightarrow{n_P}(2;1;-1)$ لايوازي $\overrightarrow{n_{P'}}(1;-2;1)$ لأن: $1.2 \neq -2.1$ **2) تعيين مجموعة النقط (Γ).** لدينا: $d(M,(P)) = d(M,(P'))$ تكافئ $\dfrac{\lvert 2x+y-z+1 \rvert}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}} = \dfrac{\lvert x-2y+z-2 \rvert}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(1)^2}}$ ومنه: $\lvert 2x+y-z+1 \rvert = \lvert x-2y+z-2 \rvert$ وتكافئ $\begin{cases} 2x+y-z+1 = x-2y+z-2 \\ 2x+y-z+1 = -(x-2y+z-2) \end{cases}$ و تكافئ $\begin{cases} x+3y-2z+3=0....(1) \\ 3x-y-1=0.....(2) \end{cases}$ ومنه مجموعة النقط (Γ) هي عبارة على اتحاد مستويين (P_1) و (P_2) متعامدين معادلتهما على الترتيب (1) و (2). **3) التحقق أن النقطة $A(1;2;0)$ تنتمي للمجموعة (Γ)** $A(1;2;0)$ تنتمي للمجموعة (Γ) معناه $d(A,(P)) = d(A,(P'))$ $d(A,(P)) = \dfrac{\lvert 2(1)+2-0+1 \rvert}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{6}}$ و $d(A,(P')) = \dfrac{\lvert (1)-2(2)+1(0)-2 \rvert}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{6}}$ **4) أ- ايجاد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (AH) و(AH')** المستقيم (AH) يشمل النقطة $A(1;2;0)$ و $\overrightarrow{n_P}(2;1;-1)$ شعاع توجيه له. $M(x;y;z) \in (AH)$ معناه $\overrightarrow{AM} = t.\overrightarrow{n_P}$ وتكافئ $\begin{cases} x = 2t+1 \\ y = t+2 \\ z = -t \end{cases}$ مع t وسيط حقيقي المستقيم (AH') يشمل النقطة $A(1;2;0)$ و $\overrightarrow{n_{P'}}(1;-2;1)$ شعاع توجيه له. $M(x;y;z) \in (AH')$ معناه $\overrightarrow{AM} = t'.\overrightarrow{n_{P'}}$ وتكافئ $\begin{cases} x = t'+1 \\ y = -2t'+2 \\ z = t' \end{cases}$ مع t وسيط حقيقي **ب- استنتاج احداثيات كل من النقطتين H و H' .**	

*احداثيات H هي حل الجملة (s_1): $2x+y-z+1=0$ و $\begin{cases} x=2t+1 \\ y=t+2 \\ z=-t \end{cases}$

(s_1)**تكافئ** $2(2t+1)+t+2+t+1=0$ **ومنه** : $t=-\dfrac{5}{6}$ **وبعد تعويض قيمة t في التمثيل الوسيطي لـ** (AH) **نجد احداثيات** $H(-\dfrac{4}{6};\dfrac{7}{6};\dfrac{5}{6})$

*احداثيات 'H هي حل الجملة (s_2): $x-2y+z-2=0$ و $\begin{cases} x=t'+1 \\ y=-2t'+2 \\ z=t' \end{cases}$

(s_2)**تكافئ** $t'+1-2(-2t'+2)+t'-2=0$ **ومنه** : $t'=\dfrac{5}{6}$ **وبعد تعويض قيمة 't في التمثيل الوسيطي لـ** (AH') **نجد احداثيات** $H'(\dfrac{11}{6};\dfrac{2}{6};\dfrac{5}{6})$

5)تعييّن إحداثيات النقطة I.وحساب مساحة المثلث 'AHH

لدينا: I **منتصف القطعة** $[HH']$ **وعليه تكون احداثيات** I **كمايلي:**

$$x_I=\frac{x_H+x_{H'}}{2}=\frac{7}{12} \text{ ، } y_I=\frac{y_H+y_{H'}}{2}=\frac{9}{12} \text{ و } z_I=\frac{z_H+z_{H'}}{2}=\frac{10}{12}$$

المثلث AHH' **متساوي الساقين لأن** $AH=AH'$

وعليه المساحة هي نصف جداء القاعدة ×الرتفاع أي : $S=\dfrac{AI.HH'}{2}$

لدينا: $AI=\sqrt{(\dfrac{7}{12}-1)^2+(\dfrac{9}{12}-2)^2+(\dfrac{10}{12})^2}=\dfrac{5\sqrt{14}}{12}$

$$HH'=\sqrt{(\frac{11}{6}+\frac{4}{6})^2+(\frac{7}{6}-\frac{2}{6})^2+(\frac{5}{6}-\frac{5}{6})^2}=\frac{5\sqrt{10}}{6}$$

ومنه: $S=\dfrac{AI.HH'}{2}=\dfrac{5\sqrt{10}.5\sqrt{14}}{144}=\dfrac{25\sqrt{35}}{72}u.a$

<u>التمرين الثاني</u>: (05 نقاط)

1I) أ- حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

لدينا: f **معرفة على المجال** $[0;+\infty[$ **بـ:** $f(x)=\sqrt{2x+8}$

ومنه: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{2x}=+\infty$

ب-دراسة اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها.

حساب $f'(x)$ **ودراسة اشارته**

f قابلة للإشتقاق على المجال $[0;+\infty[$ حيث: $f'(x)=\frac{(2x+8)'}{2\sqrt{2x+8}}=\frac{1}{\sqrt{2x+8}}$

لدينا: $f'(x)\succ 0$ وعليه f متزايدة تماما على مجال تعريفها.

ومنه جدول تغيراتها يكون كمايلي:

x	0 $\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$f(0)$ $\nearrow$ $+\infty$

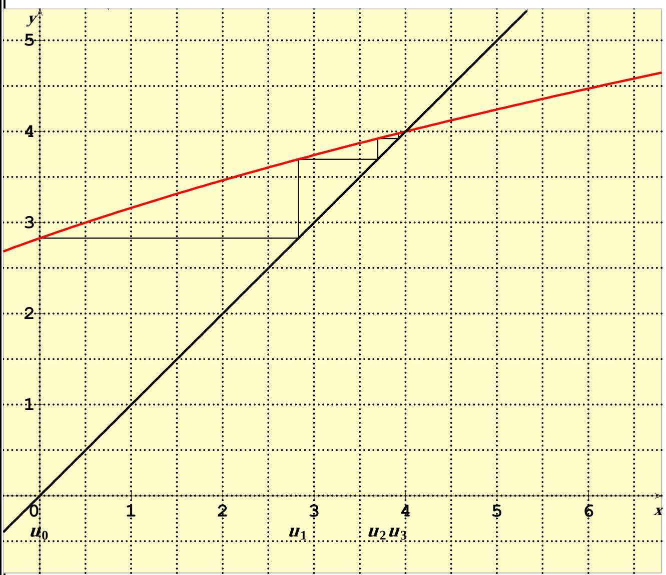
2) تعيين نقطة تقاطع المنحنى (C) والمستقيم (Δ)

لتعيين نقطة تقاطع المنحنى (C) والمستقيم (Δ) نحل المعادلة $f(x)=x$

$f(x)=x$ تكافئ $[f(x)]^2=x^2$ وتكافئ $x^2-2x-8=0$

حلول المعادلة $x^2-2x-8=0$ هما: $x=4$ أو $x=-2$ مرفوض

وعليه احداثيات نقطة تقاطع (C) والمستقيم (Δ)هي: $(4;4)$.



3) رسم (C) والمستقيم (Δ)

II-1) تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2وu_3 .

2-وضع تخمين حول اتجاه تغير (u_n) وتقاربها.

من خلال التمثيل للحدودu_0 ، u_1 ، u_2وu_3 على حامل محور الفواصل نخمن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومتقاربة نحو 4

3-أ) البرهان باتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\prec 4$

- التحقق من صحة $P(0)$

من اجل n=0 يكون لدينا: $0\le u_0\prec 4$ محققة لأن $u_0=0$

*نفرض أن P(n) صحيحة أي: $0\le u_n\prec 4$

ونبرهن أن P(n+1) صحيحة أي: $0\le u_{n+1}\prec 4$

لدينا: $0\le u_n\prec 4$ ومنه $f(0)\le f(u_n)\prec f(4)$ لأن fمتزايدة تماما ومنه: $\sqrt{8}\le u_{n+1}\prec 4$

وعليه: $0\le u_{n+1}\prec 4$ لأن $0\succ\sqrt{8}$ ومنه الخاصية $0\le u_n\prec 4$ صحيحة

ب)دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n)

لدراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) نحسب الفرق $u_{n+1}-u_n$ وندرس اشارته

لدينا: $u_{n+1}-u_n=\sqrt{2u_n+8}-u_n=\frac{(\sqrt{2u_n+8}-u_n)(\sqrt{2u_n+8}+u_n)}{\sqrt{2u_n+8}+u_n}=\frac{-u_n^2+2u_n+8}{\sqrt{2u_n+8}+u_n}$

اشارة الفرق هي حسب اشارة البسط $-u_n^2+2u_n+8$ لأن البسط موجب

$-u_n^2+2u_n+8=0$ معناه $u_n=4$ أو $u_n=-2$ مرفوض لأن $0\le u_n\prec 4$

وعليه اشارة $-u_n^2+2u_n+8$ تكون حسب الجول التالي

u_n	0	4	$+\infty$
اشارة الفرق	+	0	−
اتجاه التغير	(u_n) متزايدة تماما		(u_n) متناقصة تماما

بما أن $0\le u_n\prec 4$ فإن (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

جـ) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$

$$4-u_{n+1}=4-\sqrt{2u_n+8}=\frac{(4-\sqrt{2u_n+8})(4+\sqrt{2u_n+8})}{4+\sqrt{2u_n+8}}=\frac{(4)^2-2u_n-8}{4+\sqrt{2u_n+8}}=\frac{2(4-u_n)}{4+\sqrt{2u_n+8}}$$

يمكن كتابة $\frac{2(4-u_n)}{4+\sqrt{2u_n+8}}$ على الشكل $\frac{1}{2}(4-u_n)\times\frac{4}{4+\sqrt{2u_n+8}}$

لدينا: $1\succ\frac{4}{4+\sqrt{2u_n+8}}\succ 0$ وعليه $\frac{1}{2}(4-u_n)\times\frac{4}{4+\sqrt{2u_n+8}}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$

ومنه: $4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$ محققة من أجل كل عدد طبيعي n.

استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $4-u_n\le\frac{1}{2^n}(4-u_0)$

باستعمال المتباينة $4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$

من أجل n=0 : $4-u_1\le\frac{1}{2}(4-u_0)$ ، ومن أجل n= 1 : $4-u_2\le\frac{1}{2}(4-u_1)$

..............................و من أجل n -1 : $4-u_n\le\frac{1}{2}(4-u_{n-1})$

بضرب هذه المتبيانات طرف لطرف نجد: $4-u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^n(4-u_0)$

ومنه: **من أجل كل عدد طبيعي n:** $4-u_n\le\frac{1}{2^n}(4-u_0)$

د) استنتاج $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$

لدينا: $4-u_n\le\frac{4}{2^n}$ ولدينا: $4-u_n\ge 0$ ومنه $0\le 4-u_n\le\frac{4}{2^n}$

ولدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4}{2^n}=0$ ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty}(4-u_n)=0$ نستنتج أن $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n=4$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حل المعادلة $z'=z$ في المجموعة $\mathbb{C}$

$z'=z$ تكافئ $\frac{z-2}{z-1}=z$ تكافئ $z^2-2z+2=0$ تكافئ $z=1-i$ أو $z=1+i$

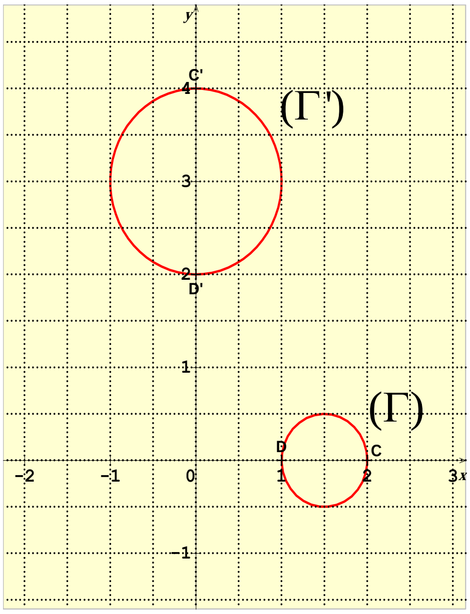
2-أ) كتابة $\frac{z_2}{z_1}$ على الشكل الأسي

لدينا: $\frac{z_2}{z_1}=\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{2}=i=e^{\frac{\pi}{2}i}$

ب) تبيان أن B صورة A بالدوران R الذي مركزه O وتعيين زاويته

من الجواب السابق لدينا: $\frac{z_2}{z_1}=e^{\frac{\pi}{2}i}$ وتكافئ $z_B-z_O=e^{\frac{\pi}{2}i}(z_A-z_O)...(*)$

العبارة (*) تبيّن أن النقطة B صورة النقطة A بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$



3) تعيين مجموعة النقط (Γ) ثم إنشاء (Γ)

(Γ) هي مجموعة النقط $M(z)$ بحيث $M'(z')$ تنتمي لمحور التراتيب $M'(z')$ (z' تخيلي صرف)

$z'=\frac{z-2}{z-1}$ تكافئ $z'=\frac{z_M-z_C}{z_M-z_D}$ وتكافئ $(\overrightarrow{MC};\overrightarrow{MD})=\frac{\pi}{2}+k\pi$

ومنه مجموعة النقط (Γ) هي دائرة قطرها $[CD]$

4-أ) تعيين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة

لدينا: R دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

: H تحاكي مركزه O ونسبته 2

ومنه: S تشابه مباشر مركزه O ونسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{2}$ (مبرهنة)

ب) كتابة العبارة المركبة للتحويل S

العبارة المركبة للتحويل S هي من الشكل: $z'=ke^{\theta i}z+(1-ke^{\theta i})z_\omega$

ولدينا: $k=2$ و $\theta=\frac{\pi}{2}$ و $z_\omega=0$ ومنه: $z'=2e^{\frac{\pi}{2}i}z$ أي $z'=2iz$

ج) تعيين وإنشاء المجموعة (Γ')

لدينا: (Γ') هي صورة (Γ) بالتحويل S

(Γ') هي دائرة قطرها $[C'D']$ حيث: $S(C)=C'$ و $S(D)=D'$

$S(C)=C'$ معناه: $z_{C'}=2iz_C=4i$ و $S(D)=D'$ معناه $z_{D'}=2iz_D=2i$

التمرين الرابع: (6.5 نقاط)

I-1)دراسة اتجاه تغير الدالة g

لدينا:الدالة g معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+1-\ln x$

حساب $g'(x)$ واستنتاج اتجاه تغير الدالة g

لدينا: $g'(x)=2x-\frac{1}{x}=\frac{2x^2-1}{x}$

لدينا: $g'(x)=0$ معناه $2x^2-1=0$ ومعناه $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$g'(x)\prec 0$ معناه $0\prec x\prec\frac{\sqrt{2}}{2}$ أي الدالة g متناقصة تماماعلى $\left]0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right[$

$g'(x)\succ 0$ معناه $x\succ\frac{\sqrt{2}}{2}$ أي الدالة g متزايدة تماماعلى $\left]\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right[$

2)حساب $g(\frac{\sqrt{2}}{2})$ وتبيان أن $g(x)\succ 0$ من اجل كل عدد $x\in]0;+\infty[$

لدينا: $g(\frac{\sqrt{2}}{2})=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+1-\ln\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\ln 2$

من خلال اتجاه تغير g والقيمة الحدية المحلية الصغرى $g(\frac{\sqrt{2}}{2})\succ 0$

نستنتج أن $g(x)\succ 0$ من اجل كل عدد $x\in]0;+\infty[$

II-1) حساب $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0}f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

لدينا: الدالة f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln x}{x}+x-1$

ومنه: $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0}\frac{1}{x}.\ln x=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0}\ln x=-\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0}\frac{1}{x}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ نهاية شهيرة

2-أ) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\in]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

لدينا: $f'(x)=\left(\frac{\ln x}{x}\right)'+1=\frac{\frac{1}{x}.x-1\ln x}{x^2}+1=\frac{x^2+1-\ln x}{x^2}=\frac{g(x)}{x^2}$

3)تشكيل جدول تغيرات الدالة f.

من العبارة $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ نستنتج أن الدالة f متزايدة تماما على مجال تعريفها

وعليه جدول تغيرات f يكون كمايلي

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

3) كتابة معادلة المماس (T)

(T) له معادلة من الشكل : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

ومنه: $y = f'(1)(x-1) + f(1)$ ومنه : $y = 2x - 2$.

4-أ) تبيان أن (C) يقبل مستقيم مقارب مائلا (Δ) حيث: $y = x - 1$ معادلة له

المستقيم ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C) معناه: $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - y] = 0$

لدينا: $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - y] = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$ لأن $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$ نهاية شهيرة

ب) دراسة الوضع النسبي لـ (C) و (Δ)

لدراسة الوضع النسبي لـ (C) و (Δ) ندرس إشارة الفرق: $f(x) - y = \dfrac{\ln x}{x}$

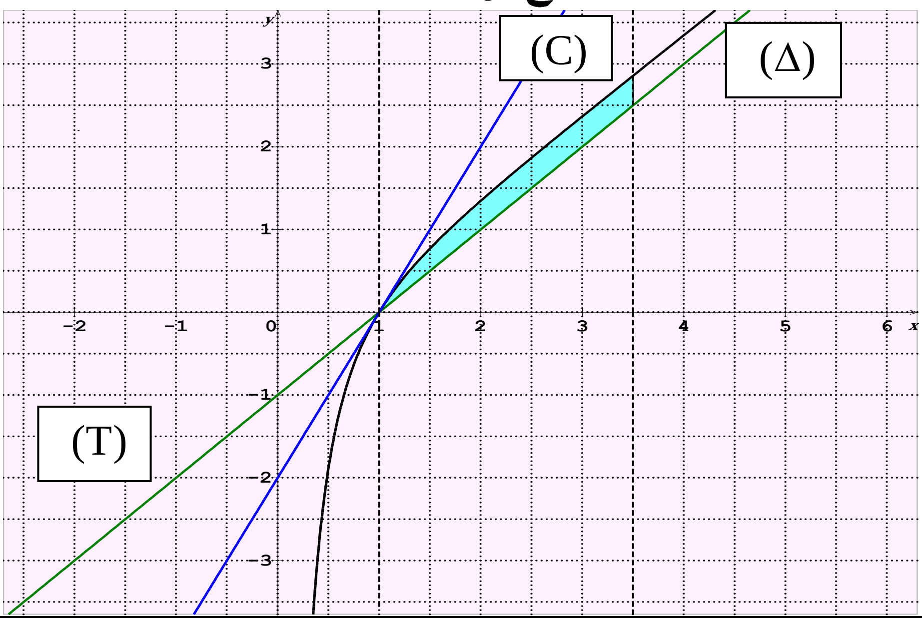
اشارة الفرق هي حسب اشارة $\ln x$ وهي حسب الجدول التالي

x	0		1		$+\infty$
$f(x) - y$		$-$	0	$+$	
الوضع		(C) تحت (Δ)	(C) يقطع (Δ)	(C) فوق (Δ)	

5) رسم المستقيمين (T) و (Δ) والمنحنى (C)

(T) يشمل النقطة $A(1;0)$ $\vec{u}(1;2)$ شعاع توجيه له

(Δ) يشمل النقطة $A(1;0)$ $\vec{v}(1;1)$ شعاع توجيه له



6-أ)اثبات ان النقطة $A(1;0)$ تنتمي للمستقيم (Δ_m)

النقطة $A(1;0)\in(\Delta_m)$ لأن الثنائية $(1;0)$ تحقق صحة المعادلة $y=mx-m$.

من العبارة $y=mx-m$ أي $y=m(x-1)$ نستنتج ام جميع المستقيمات (Δ_m) تمر من نقطة وحيدة هي النقطة $A(1;0)$.

ب)المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة $f(x)=mx-m$

لدينا: $f(x)=mx-m$ تكافئ الجملى التالية : $\begin{cases} y=f(x) \\ y=mx-m \end{cases}$ وعليه حلول المعادلة $f(x)=mx-m$ هي فواصل نقط تقاطع (C) والمستقيم (Δ_m) (مستقيم دوار يشمل النقطة $A(1;0)$) ومن البيان نميز الحالات التالية:

1) $m\le 1$ المعادلة تقبل حلا وحيد ، 2) $1\prec m\prec 2$ المعادلة تقبل حلين .

3) $m=2$ المعادلة تقبل حلا مضاعف ،4) $m\succ 2$ المعادلة تقبل حلا وحيد .

7-أ)ايجاد دالة أصلية للدالة $x\to\frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$

نضع : $u(x)=\ln x$ ومنه $u'(x)=\frac{1}{x}$ ومنه : $x\to\frac{\ln x}{x}$ من الشكل $u(x).u'(x)$

التي دالتها الاصلية هي من الشكل $x\to\frac{1}{2}[u(x)]^2+c$

ومنه الدالة الاصلية للدالة $x\to\frac{\ln x}{x}$ هي من الشكل $x\to\frac{1}{2}[\ln(x)]^2+c$

ب)حساب مساحة الحيز I_n

$$I_n=\int_1^n[f(x)-(x-1)]dx=\int_1^n\left[\frac{\ln x}{x}\right]dx=\frac{1}{2}[(\ln n)^2-(\ln 1)^2]=\frac{1}{2}(\ln n)^2$$

جـ) تعيين أصغر عدد طبيعي n_0 يحقق: $I_n\succ 2$

$I_n\succ 2$ معناه $\frac{1}{2}(\ln n_0)^2\succ 2$ ومعناه $(\ln n_0)^2\succ 4$

ولدينا: $(\ln n_0)^2\succ 4$ تكافئ $(\ln n_0)\succ 2$ وتكافئ $n_0\succ e^2$ وعليه : $n_0=8$

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط
امتحان شهادة البكالوريا دورة:2016

المادة: رياضيات **الشعبة:** علوم تجريبية

الموضوع الثاني

عناصر الإجابة	مجزأة
التمرين الأول: (4,5نقاط) **1-أ)تعيين تمثيل وسيطي للمستقيم** (Δ') المستقيم (Δ') يشمل النقطة $A(5;-1;-2)$ و $\vec{u}(-2;1;1)$ شعاع توجيه له من اجل كل نقطة $M(x;y;z)$ من (Δ') فإن: $\overrightarrow{AM}=t.\vec{u}$ حيث t وسيط حقيقي لدينا: $\overrightarrow{AM}(x-5;y+1;z+2)=t.\vec{u}(-2;1;1)$ معناه $\begin{cases}x-5=-2t\\y+1=t\\z+2=t\end{cases}$ أي $\begin{cases}x=-2t+5\\y=t-1\\z=t-2\end{cases}$ **ب)تبيان أن المستقيمين (Δ) و (Δ') متعامدان و التحقق أن النقطة $C(1;1;0)$ نقطة تقاطعهما** *المستقيمين (Δ) و (Δ') متعامدان معناه $\vec{v}.\vec{u}=0$ حيث $\vec{v}(3;2;4)$ شعاع توجيه (Δ) $\vec{v}.\vec{u}=0$ لأن: $\vec{v}(3;2;4).\vec{u}(-2;1;1)=3(-2)+2(1)+4(1)=0$ * النقطة $C(1;1;0)$ نقطة تقاطع (Δ) و (Δ') معناه $C\in(\Delta)$ و $C\in(\Delta')$ $C\in(\Delta)$ لأن $\begin{cases}1=-2t+5\\1=t-1\\0=t-2\end{cases}$ تكافئ $t=2$ أي توجد قيمة وحيدة للوسيط t $C\in(\Delta')$ لأن $\begin{cases}1=1+3k\\1=1+2k\\0=4k\end{cases}$ تكافئ $k=0$ أي توجد قيمة وحيدة للوسيط k **2-أ) اثبات أن الشعاع $\vec{n}(2;11;-7)$ ناظمي للمتسوي (P) واستنتاج معادلة له** $\vec{n}(2;11;-7)$ ناظمي للمتسوي (P) معناه $\vec{n}(2;11;-7)$ يعامد كلا من $\vec{u}(-2;1;1)$ و $\vec{v}(3;2;4)$ $\vec{n}(2;11;-7)$ يعامد $\vec{u}(-2;1;1)$ لأن: $\vec{u}(-2;1;1).\vec{n}(2;11;-7)=-2.2+11.1-7.1=0$ $\vec{n}(2;11;-7)$ يعامد $\vec{v}(3;2;4)$ لأن: $\vec{v}(3;2;4).\vec{n}(2;11;-7)=3.2+11.2-7.4=0$ **استنتاج معادلة ديكارتية للمستوي** (P) (P) معين بالمستقيمين (Δ) و (Δ') معناه (P) يشمل النقطة $C(1;1;0)$ و $\vec{n}(2;11;-7)$ ناظمي له من أجل كل نقطة $M(x;y;z)\in(P)$ يكون لدينا: $\overrightarrow{CM}(x-1;y-1;z).\vec{n}(2;11;-7)=0$ ومنه: $2(x-1)+11(y-1)-7z=0$ أي (P) له معادلة من الشكل $2x+11y-7z-13=0$	

ب)تبيان أن النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على (P)

يكفي ان نبين $\overrightarrow{BC}$ يوازي الناظم $\vec{n}(2;11;-7)$ لأن: $C(1;1;0)\in(P)$

$\overrightarrow{BC}$ يوازي الناظم $\vec{n}(2;11;-7)$ لأن: $\overrightarrow{BC}(-2;-11;7)=-\vec{n}(2;11;-7)$

3)اثبات أن المجموعة (P') هي مستو والتحقق أن $13x-7y-2z-41=0$ معادلة ديكارتية له

***المجموعة (P') معرفة بالجملة التالية:**
$$\begin{cases} x=3-\beta \\ y=12+12\alpha+9\beta \\ z=-7-6\alpha-11\beta \end{cases}$$

(P') هي مستو لأنها معرفة بالشعاعين $\vec{k}(0;12;-6)$ و $\vec{w}(-1;9;-11)$ والنقطة التي احداثياتها $B(3;12;-7)$ و الثلاثية $(B;\vec{k};\vec{W})$ تشكل أساسا في الفضاء لأن $\vec{k}$ لايوازي $\vec{w}$ ($0\neq -1$)

*** التحقق أن $13x-y-2z-41=0$ معادلة ديكارتية له**

نبيّن أن الشعاع الناظم $\vec{n'}(13;-7;-2)$ لـ (P') عمودي على كلا من $\vec{k}$ و $\vec{w}$ و $B\in(P')$

$\vec{n'}$ عمودي على كلا من $\vec{k}$ و $\vec{w}$ لأن: $\vec{n'}(13;-1;-2)\cdot\vec{k}(0;12;-6)=0.13+12(-1)-2(-6)=0$

$\vec{n'}(13;-1;-2)\cdot\vec{w}(-1;9;-11)=13(-1)+9(-1)-11(-2)=0$:

$B\in(P')$ لأن الثلاثية $(3;12;-7)$ تحقق صحة معادلة (P') لأن: $13(3)-7(12)-2(-7)-41=0$

ب)تعيين احداثيات D و E تقاطع المستوي (P') والمستقيمين (Δ) و (Δ') على الترتيب

احداثيات D هي حل الجملة التالية: $13x-y-2z-41=0$ و
$$\begin{cases} x=1+3k \\ y=1+2k \\ z=4k \end{cases}$$

أي $13(1+3k)-(1+2k)-2(4k)-41=0$ ومنه: $k=1$ وعليه: $D(4;3;4)$

احداثيات E هي حل الجملة التالية: $13x-y-2z-41=0$ و
$$\begin{cases} x=-2t+5 \\ y=t-1 \\ z=t-2 \end{cases}$$

أي $13(-2t+5)-(t-1)-2(t-2)-41=0$ ومنه: $t=1$ وعليه: $E(3;0;-1)$

ج) حساب حجم رباعي الوجوه BCDE

حجم رباعي الوجوه BCDE هو : $V=\frac{1}{3}S_{DCE}.h$

حيث: S_{DCE} مساحة المثلث CDE القائم في C أي: $S_{DCE}=\frac{1}{2}EC.DC=\frac{1}{2}\sqrt{29}.\sqrt{6}(u.a)$

و h هو الارتفاع (بعد B عن المستوي (P)) أي : $h=BC=\sqrt{174}=\sqrt{6}.\sqrt{29}$

ومنه: $V=\frac{1}{3}S_{DCE}.h=\frac{1}{6}\sqrt{6}.\sqrt{6}\sqrt{29}.\sqrt{29}=29(u.v)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I1) أ- حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

لدينا: f معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{5x}{x+2}$

ومنه: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{5x}{x}=5$

ب-دراسة اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها.

حساب $f'(x)$ ودراسة اشارته

f قابلة للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ حيث: $f'(x)=\frac{5(x+2)-1(5x)}{(x+2)^2}=\frac{10}{(x+2)^2}$

لدينا: $f'(x)\succ 0$ وعليه f متزايدة تماما على مجال تعريفها.

ومنه جدول تغيراتها يكون كمايلي:

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$0 \nearrow 5$

2) **تبيان أنه من أجل كل عدد x المجال** $]0;+\infty[$: $f(x)\geq 0$

من جدول تغيرات f لدينا من أجل كل عدد **x** المجال $]0;+\infty[$: $0\leq f(x)\leq 5$ أي $0 \geq$ أي $f(x)\geq 0$

II -أ)البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعيn : $1\leq u_n\leq 3$

- **التحقق من صحة** $P(0)$

من اجل n=0 يكون لدينا: $1\leq u_n\leq 3$ **محققة لأن** $u_0=1$

*نفرض أن صحة $P(n)$ أي: $1\leq u_n\leq 3$ونبرهن أن صحة$P(n+1)$ أي: $1\leq u_{n+1}\leq 3$

لدينا: $1\leq u_n\leq 3$ **ومنه** $f(1)\leq f(u_n)\prec f(3)$ **لأن fمتزايدة تماما ومنه:** $\frac{5}{3}\leq u_{n+1}\leq 3$

وعليه: $1\leq u_{n+1}\leq 3$ **لأن** $\frac{5}{3}\succ 1$ومنه الخاصية $1\leq u_n\leq 3$صحيحة **من اجل كل** $n\in\mathbb{N}$

ب)دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتاج انها متقاربة.

لدراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) نحسب الفرق $u_{n+1}-u_n$ وندرس اشارته

لدينا: $u_{n+1}-u_n=f(u_n)-u_n=\frac{5u_n}{u_n+2}-u_n=\frac{-u_n^2+3u_n}{u_n+2}=\frac{u_n(-u_n+3)}{u_n+2}$

$u_{n+1}-u_n=0$ **معناه** $u_n=0$ **أو** $u_n=3$

اشارة الفرق هي حسب اشارة البسط لأن المقام موجب وعليه اشارة الفرق حسب الجول

u_n	$-\infty$	1	0		3	$+\infty$
اشارة الفرق		$-$	0	$+$	0	$-$
اتجاه التغير	(u_n) متناقصة تماما		(u_n) متزايدة تماما			(u_n) متناقصة تماما

بما أن $1 \le u_n \le 3$ فإن (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

(u_n) متقاربة لأنها متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ من الجواب ب) ومحدودة من الأعلى بـ3 الجواب أ)

2) أ)اثبات أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ وتعيين حدها الأول v_0

(v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ معناه المتتالية $v_{n+1} = \frac{2}{5}.v_n$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$.

لدينا: $v_n = 1 - \frac{3}{u_n} = \frac{u_n - 3}{u_n}$

ومنه $v_{n+1} = 1 - \frac{3}{u_{n+1}} = 1 - \frac{3}{f(u_n)} = 1 - \frac{3(u_n + 2)}{5u_n} = \frac{5u_n - 3(u_n + 2)}{5u_n} = \frac{2(u_n - 3)}{5u_n} = \frac{2}{5} v_n$

والحد الأول هو : $v_0 = 1 - \frac{3}{u_0} = -2$

ب) كتابة v_n بدلالة n و استنتاج عبارة u_n بدلالة n

المتتالية (v_n) هندسية ومنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $v_n = v_0.q^n = -2.\left(\frac{2}{5}\right)^n$

من العبارة: $v_n = 1 - \frac{3}{u_n}$ نستنتج أن $u_n = \frac{3}{1 - v_n}$ ومنه $u_n = \frac{3}{1 - v_n} = \frac{3}{1 + 2.\left(\frac{2}{5}\right)^n}$

ج)حساب نهاية المتتالية (u_n)

لحساب نهاية المتتالية (u_n) نستعمل عبارة الحد العام u_n

$\lim_{x \to +\infty} u_n = \lim_{x \to +\infty} \frac{3}{1 + 2.\left(\frac{2}{5}\right)^n} = 3$ لان $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^n = 0$ لأن $\left(\frac{2}{5}\right) \prec 1$

3)كتابة المجموع S_n بدلالة n

لدينا: $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \ldots + \frac{1}{u_n}$ ولدينا: $\frac{1}{u_n} = \frac{1 - v_n}{3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} v_n$

وعليه: $S_n = (\frac{1}{3} - \frac{1}{3} v_0) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{3} v_1) + \ldots + (\frac{1}{3} - \frac{1}{3} v_n) = \frac{1}{3}(n+1) - \frac{1}{3}(v_0 + v_1 + \ldots + v_n)$

أي: $S_n = \frac{1}{3}(n+1) - \frac{1}{3}(v_0 + v_1 + \ldots + v_n) = \frac{1}{3}(n+1) - \frac{1}{3} v_0 \left[\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}\right] = \frac{1}{3}(n+1) + \frac{10}{9}(1 - \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1})$

التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

1)حل المعادلة $(z-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i)(z^2+\sqrt{3}z+1)=0$ **في المجموعة** $\mathbb{C}$

$(z-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i)(z^2+\sqrt{3}z+1)=0$ **تكافئ** $(z-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i)$ أو $(z^2+\sqrt{3}z+1)=0$

ومنه: $z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ أو $(z^2+\sqrt{3}z+1)=0$ أي $z=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ أو $z=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

2-أ)كتابة z_A ، z_B و z_C **على الشكل الأسي**

$z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i=1(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)=1.e^{\frac{\pi}{6}i}$ ، $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i=1(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)=1.e^{\frac{5\pi}{6}i}$ و $z_C=\bar{z}_B=1.e^{-\frac{5\pi}{6}i}$

ب)تبيان أنه يوجد تشابه مباشر S مركزه B ويحول C إلى A يطلب تعيين عناصرة المميزة

العبارة المركبة للتشابه المباشر هي : $z'-z_\omega=a(z-z_\omega)$

S مركزه B ويحول C إلى A **ومنه:** $(z_A-z_B=a(z_C-z_B)$

أي $a=\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=\frac{\sqrt{3}+i+\sqrt{3}-i}{-\sqrt{3}-i+\sqrt{3}-i}=\frac{2\sqrt{3}}{-2i}=\sqrt{3}i$

العناصر المميزة للتشابه S هي المركز B والنسبة $k=|a|=\sqrt{3}$ والزاوية $\theta=\arg(a)=\frac{\pi}{2}$

3-أ) **تعيين لاحقة النقطة D**

لدينا:الرباعي ABCD متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي $z_C-z_D=z_B-z_A$

ومنه $z_D=z_C-z_B+z_A=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

تعييّن بدقة طبيعة الرباعي ABCD

لدينا: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$...(1)**ولدينا** $\frac{\pi}{2}$ **هو قيسا للزاوية** $(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})$ **لأن** $\arg(a)=\frac{\pi}{2}$.......(2)

من (1) و (2) نستنتج أن الرباعي ABCD مستطيلا.

العبارة (*) تبيّن أن النقطة B صورة النقطة A بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

ب) تعيين مجموعة النقط (E).

الطريقة1 الهندسية :

$|z-z_A|=|\bar{z}-z_B|$ **تكافئ** $|z-z_A|=|z-z_C|$ **لأن** $|\bar{z}-z_B|=|\bar{z}-\bar{z}_C|=|\overline{z-z_C}|=|z-z_C|$

$|z-z_A|=|z-z_C|$ **تكافئ** $AM=CM$ **وعليه مجموعة النقط** (E) **هي حامل محور القطعة** [AC]

الطريقة2 الجبرية:

نضع: $z=x+yi$ **ومنه** $\bar{z}=x-yi$ **ومنه:** $|z-z_A|=|\bar{z}-z_B|$ **تكافئ** $|z-z_A|^2=|\bar{z}-z_B|^2$

وتكافئ $(x-\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(y-\frac{1}{2})^2=(x+\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(y+\frac{1}{2})^2$ وتكافئ $y=\sqrt{3}x$ (بعد التبسيط)

وعليه مجموعة النقط (E) هي المستقيم ذو المعادلة $y=-\sqrt{3}x$ (حامل محور القطعة $[AC]$)

جـ) تعيين مجموعة النقط (Γ).

(Γ) هي مجموعة النقط $M(z)$ والتي تحقق: $z=z_B+\sqrt{3}e^{\theta i}$ مع θ تمسح $\mathbb{R}$

لدينا: $z=z_B+\sqrt{3}e^{\theta i}$ تكافئ $z-z_B=\sqrt{3}e^{\theta i}$ وتكافئ $|z-z_B|=|\sqrt{3}e^{\theta i}|$ أي $BM=\sqrt{3}$

وعليه مجموعة النقط (Γ) هي الدائرة التي مركزها B ونصف قطرها $r=\sqrt{3}$

التحقق أن النقطة A تنتمي للمجموعة (Γ)

A تنتمي للمجموعة (Γ) معناه $BA=\sqrt{3}$

لدينا: $BA=|z_A-z_B|=|-\sqrt{3}|=\sqrt{3}$ ومنه A تنتمي للمجموعة (Γ).

<u>لتمرين الرابع</u>: (07نقاط)

I-1) **حساب** $\lim_{x\to-\infty}g(x)$ $\lim_{x\to+\infty}g(x)$

لدينا: الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$

$\lim_{x\to-\infty}g(x)=+\infty$ لأن $\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{t\to+\infty}g(t)=\lim_{t\to+\infty}t^2e^t=+\infty$ حيث $t=-x$

$\lim_{x\to+\infty}g(x)=1$ لأن $\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{t\to-\infty}g(t)=\lim_{t\to-\infty}1+t^2e^t=1$ حيث $t=-x$

ب) دراسة اتجاه تغير الدالة g وتشكيل جدول تغيراتها

حساب $g'(x)$ واستنتاج اتجاه تغير الدالة g

لدينا: $g'(x)=(2x+1)e^{-x}+(-1)e^{-x}(x^2+x-1)=(-x^2+x+2)e^{-x}$

لدينا: $g'(x)=0$ معناه $(-x^2+x+2)=0$ ومعناه $x=-1$ أو $x=2$

$g'(x)\succ0$ معناه $-1\prec x\prec2$ أي الدالة g متناقصة تماما على $]-1;2[$

$g'(x)\succ0$ معناه $x\succ2$ أو $x\prec-1$ أي الدالة g متزايدة تماما على $]-\infty;-1[\cup]2;+\infty[$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(-1)$	$\nearrow$	$g(2)$	$\searrow$	1

جـ) تبيّان أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $-1,52\prec\alpha\prec-1,51$

*المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم لأن $g(0)=1+(0^2+-1)e^0=0$.

* لدينا: الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1[$ (أنظر جدول تغيرات g)

ولدينا: $g(-1,52)\times g(-1,51)\prec0$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد

حقيقي وحيد $\alpha \in]1,59\,;1,60[$ يحقق $g(\alpha)=0$.

3) استنتاج إشارة $g(x)$.

باستعمال الجواب السابق نستنتج أن إشارة $g(x)$ تكون حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

II-1-أ) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(-x+x^2e^{-x})=+\infty$$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{t\to-\infty}(t+t^2e^{t})=-\infty$ (نضع $-x=t$) علما أن $\lim\limits_{t\to-\infty}(t^2e^{t})=0$ نهاية شهيرة

ب) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-g(x)$

لدينا: $f'(x)=-1+(2x+3)e^{-x}+(-1)e^{-x}(x^2+3x+2)=-\left[1+(x^2+x-1)e^{-x}\right]=-g(x)$

ج)تشكيل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$

من العبارة $f'(x)=-g(x)$ نستنتج أن إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(x)$

وعليه جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ يكون كمايلي:

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$f(0)$	↘	$-\infty$

د)تعيين ودون حساب $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ **والتفسير الهندسي للنتيجة.**

$\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=-g(\alpha)=0$ لأن الدالة f قابلى للإشتقاق عند α

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مماسا يوازي حامل موحور الفواصل معادلته $y=f(\alpha)$

2-أ) تبيان أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائلا (Δ) حيث: $y=-x$ معادلة له عند $+\infty$

المستقيم ذو المعادلة $y=-x$ مقارب مائل لـ (C_f) معناه: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=0$

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}x^2e^{-x}=0$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}x^2e^{-x}=\lim\limits_{t\to-\infty}t^2e^{t}=0$ نهاية شهيرة

ب)دراسة الوضع النسبي لـ(C_f) و (Δ)

لدراسة الوضع النسبي لـ(C_f) و (Δ) ندرس إشارة الفرق: $f(x)-y=(x^2+3x+2)e^{-x}$

اشارة الفرق هي حسب اشارة (x^2+3x+2) لأن $e^{-x}\succ 0$

$(x^2+3x+2)=0$ معناه $x=-2$ أو $x=-1$ و الفرق يكون موجب تماما لأن المستقيم (Δ) مقارب في جوار $+\infty$ أي $x\in[0;+\infty[$ وعليه (C_f) يكون فوق (Δ)

ج) تبيان أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما

نبين أن الدالة المشتقة الثانية تنعدم عند قيمتين وتتغير إشارتها مرتين

لدينا: $f'(x)=-g(x)$ وعليه $f''(x)=-g'(x)$ ونلاحظ أن اشارة $f''(x)$ هي كمايلي:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
اشارة $f'(x)$		+	0	−	0	+	

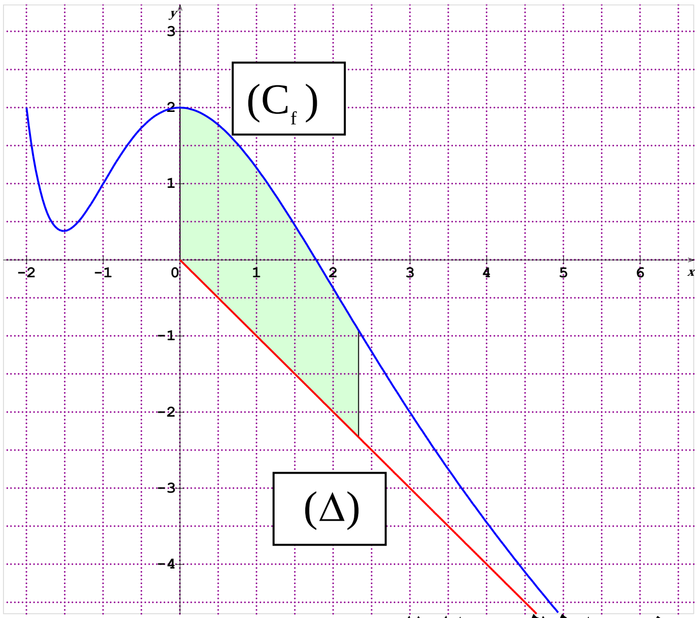
الجدول يبين أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف

احداثياهما: $(-1;1)$ و $(2;-2+\frac{12}{e^2})$

د)رسم (Δ) وا (C_f) على المجال $]-2;+\infty[$

(Δ) يشمل المبدأ O شعاع توجيه له $\vec{v}(1;-1)$

ولدينا: $f(-2)=2$



هـ)المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة

نضع: $(m-x)e^{x}+(x^2+3x+2)=0...(1)$

(1) تكافئ الجملة: $\begin{cases}y=f(x)\\y=-m\end{cases}$

وعليه حلول المعادلة (1) هي فواصل نقط

تقاطع (C_f) والمستقيم $(\Delta_m): y=-m$

(مستقيم يوازي محور الفواصل) ومن البيان نميز الحالات التالية:

1) $m\succ -f(\alpha)$ المعادلة تقبل حلا وحيداموجب ، 2) $m=-f(\alpha)$ المعادلة تقبل حلين .

3) $-f(\alpha)\prec m\prec -2$ المعادلة تقبل حلين سالبين وحل موجب

4) $m=-2$ المعادلة تقبل حلين احدهما مضاعف معدوم وأخر سالب .

5) $m\succ -2$ المعادلة لاتقبل حلول.

III-1) تعيين الأعداد الحقيقية a ، b و c

H دالة اصلية للدالة h معناه: $H'(x)=h(x)=(x^2+3x+2)e^{-x}$

$$H'(x)=(2ax+b)e^{-x}-(ax^2+bx+c)e^{-x}=[-ax^2+(2a-b)x+(b-c)]e^{-x}$$

بالمطابقة نجد: $a=-1$ و $2a-b=3$ أي $b=-5$ و $b-c=2$ أي $c=-7$

ومنه: $H(x)=(-x^2-5x-7)e^{-x}$

2-أ) حساب التكامل $A(\lambda)=\int_0^{\lambda}h(x)dx$ والتفسير الهندسي

$$A(\lambda)=\int_0^{\lambda}h(x)dx=H(\lambda)-H(0)=(-\lambda^2-5\lambda-7)e^{-\lambda}+7e^0$$

لدينا: $A(\lambda)=\int_0^{\lambda}h(x)dx=\int_0^{\lambda}(f(x)-(-x))dx$ ومنه $A(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي والمحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين: $x=0$ و $x=\lambda$ (الجزء المظلل في الشكل)

ب) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}A(\lambda)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}A(\lambda)=\lim\limits_{x\to+\infty}(-\lambda^2-5\lambda-7)e^{-\lambda}+7e^0=\lim\limits_{x\to+\infty}(-\lambda^2)e^{-\lambda}+7e^0=7$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}(-\lambda^2)e^{-\lambda}=0$